

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
ЛУГАНСКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ  
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ ЛУГАНСКОЙ  
НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ "ЛУГАНСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ ВЛАДИМИРА ДАЛЯ"**

*На правах рукописи*



**Воронов Артур Эдуардович**

**СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ ФИНИШНОЙ ОБРАБОТКИ ЗУБЧАТЫХ  
КОЛЕС ЗА СЧЕТ НОВОЙ ТЕХНОЛОГИИ ФОРМООБРАЗОВАНИЯ  
ШЛИФОВАЛЬНЫХ КРУГОВ**

05.02.08 – Технология машиностроения

**Диссертация**

на соискание ученой степени

кандидата технических наук

Научный руководитель:

доктор технических наук, профессор,  
Витренко Владимир Алексеевич

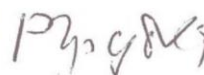


Идентичность всех экземпляров

диссертации ПОДТВЕРЖДАЮ.

Учёный секретарь диссертационного  
совета Д 01.014.02,

кандидат технических наук, доцент



Р.М. Грубка

Луганск – 2017

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение .....	4
Раздел 1 Анализ методов повышения долговечности зубчатых колес .....	12
1.1 Анализ причин износа зубьев зубчатых колес .....	12
1.2 Методы чистовой обработки зубьев зубчатых колес .....	16
1.3 Обработка шлифованием .....	21
1.4 Метод шлифования зубьев на скрещающихся осях .....	26
1.5 Технология шлифования зубьев на скрещающихся осях фирмы "Reishauer"31	
1.6 Шлифование зубьев зубчатых колес квазигиперболоидными шлифовальными кругами .....	35
1.7 Постановка цели и задач исследования .....	38
Раздел 2 Теоретическое определение профиля многозаходного гиперболоидного шлифовального круга .....	40
2.1 Формообразование профиля .....	40
2.2 Определение поверхности зубьев гиперболоидного инструмента .....	48
2.3 Профиль зуба гиперболоидного шлифовального круга в пространстве .....	55
Выводы по главе 2 .....	58
Раздел 3 Построение модели гиперболоидного шлифовального круга .....	59
3.1 Построение модели гиперболоидного шлифовального круга .....	59
3.2 Графическое отображение поверхности модели гиперболоидного шлифовального круга .....	66
Выводы по главе 3 .....	73
Раздел 4 Определение точности профиля гиперболоидного шлифовального круга, образованного винтовой производящей поверхностью .....	74
4.1 Построение технологической схемы формообразования цилиндрического зубчатого колеса гиперболоидным шлифовальным кругом .....	74
4.2 Сопоставление точности шлифования зубчатой рейки гиперболоидным и цилиндрическим червячными шлифовальными кругами .....	83
4.3 Исследование зависимости искажения профиля зуба зубчатой рейки от	

ширины рейки .....	87
4.4 Определение длины линии зацепления цилиндрического зубчатого колеса с гиперболоидным шлифовальным кругом .....	92
Выводы по главе 4 .....	95
Раздел 5 Экспериментальные исследования.....	97
5.1 Разработка схемы формообразования гиперболоидной инструментальной поверхности.....	97
5.2 Изготовление гиперболоидного шлифовального круга.....	105
5.3 Шлифование зубьев цилиндрического зубчатого колеса гиперболоидным шлифовальным кругом .....	113
Выводы по главе 5 .....	122
Заключение .....	123
Список литературы .....	125
Приложение А Акты внедрений результатов работы.....	134
Приложение Б Листинг программы моделирования многозаходного гиперболоидного шлифовального круга .....	138

## ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность темы.** В настоящее время в мире выпускается несколько миллионов различных зубчатых колес. Поэтому требования к качеству и производительности изготовления таких деталей непрерывно возрастают. Причинами износа и последующего выхода из строя зубчатых колес являются неполное сцепление зубьев, повышенное трение при работе, неправильный подбор смазки, отклонение профиля зуба от эвольвентного, износ цементированного закаленного поверхностного слоя. Большинство причин быстрого износа зубьев зубчатых колес можно устранить на этапах чистовой обработки зубчатого венца. Поэтому повышенное внимание при производстве зубчатых колес необходимо уделять финишной обработке их зубьев.

Для достижения определенного качества применяются различные методы отделочной обработки зубчатых колес. К таким методам относятся: притирка зубохонингование, прикатка, шевингование, зубошлифование. При этом методы зубошлифования обладают большей производительностью и широко используются при производстве зубчатых колес.

Шлифование зубьев можно производить методом копирования и методом обкатки. На первых стадиях шлифования зубьев применялся метод копирования. Шлифование при этом производилось дисковыми профильными шлифовальными кругами. Недостатками такого метода являются: очень низкая производительность; погрешности шага зубьев произведенного зубчатого колеса; быстрый износ шлифовального круга, вызывающий погрешность профилей зубьев даже в пределах одного зубчатого колеса.

На смену методу копирования пришел метод обкатки при помощи цилиндрических шлифовальных кругов. Это позволило повысить производительность отделочной обработки, однако она осталась на довольно низком уровне, поскольку удавалось успешно применять только однозаходные шлифовальные круги. Это значит, что при повороте шлифовального круга на один оборот, обрабатываемое зубчатое колесо поворачивается на один зуб.

Для устранения этого недостатка швейцарская фирма Reishauer разработала метод непрерывного шлифования на специально разработанных станках серий RZP и RZF. Суть метода заключается в зубообработке шлифовальными кругами глобоидной формы. Такая форма позволила создавать двух и трехзаходные шлифовальные круги. По сравнению с цилиндрическими червячными шлифовальными кругами, которые имеют точечный характер касания с цилиндрическими зубчатыми колесами, глобоидные шлифовальные круги сохраняют линейный характер касания на протяжении всего процесса шлифования. Эти факторы позволяют повысить производительность зубошлифования в два три раза.

К недостаткам метода шлифования глобоидными шлифовальными кругами можно отнести возможность зацепляться только с зубчатыми колесами определенной геометрии, а также то, что для изготовления каждого нового шлифовального круга глобоидной формы необходимо изготавливать специальное дорогостоящее алмазное цилиндрическое зубчатое колесо, в результате чего растет номенклатура таких шлифовальных кругов и алмазных зубчатых колес

Для устранения этих недостатков в исследованиях проведенных профессором Витренко удалось изготовить шлифовальные круги новой формы на теле однополостный гиперboloид. Такие инструменты получались и 5-ти и 7-ми заходными, в результате значительно повысилась производительность и качество зубообработки. При этом сохранился недостаток, что для каждого нового шлифовального круга нужно изготавливать свое алмазное зубчатое колесо.

Шлифовальные инструменты, построенные на теле однополостный гиперboloид, а также, шлифовальные круги глобоидной формы способны обрабатывать зубчатые колеса только определенной геометрии. Для того чтобы избежать такого недостатка, и инструмент мог обрабатывать цилиндрические зубчатые колеса любой геометрии, профилирующий инструмент должен быть формы зубчатой рейки или при своем движении повторять форму зубчатой рейки, т.е. шлифовальный круг должен иметь форму однополостного гиперboloида. Поскольку только гиперboloид может зацепляться с зубчатой рейкой.

### **Степень разработанности темы.**

В настоящее время вопросам создания новых технологий изготовления зубчатых колес для различных отраслей промышленности посвящено большое количество исследований отечественных и зарубежных ученых и специалистов (среди которых стоит отметить работы Базрова Б.М., Бутенко В.И., Витренко В.А., Вулгакова Э.Б., Гавриленко В.А., Давыдова Я.С., Дусева И.И., Ерихова М.Л., Литвина Ф.Л., Михайлова А.Н., Перепелицы Б.А., Сахарова Г.Н., Семенченко И.И., Сулова А.Г., Сухорукова Ю.Н., Родина П.Р., Цвиса Ю.В. и др.). Из разработок особо можно выделить технологию получения квазигиперболоидных инструментов, имеющих высокую производительность механической обработки, но обладающих недостатком, который заключается в возможности зацепления только с зубчатыми колесами с тем количеством зубьев и модулем, для которых инструмент был изготовлен.

Исследования, проведенные в работе, направлены на разработку новой технологии формообразования червячного шлифовального круга на теле однополостного гиперboloида, способного повысить производительность финишной обработки зубьев цилиндрических зубчатых колес.

**Цель и задачи исследования.** Целью данной работы является повышение производительности финишной обработки зубчатых колес за счет разработки новой технологии и схемы формообразования шлифовальных кругов.

Для достижения этой цели, в работе необходимо решить следующие задачи:

1. Выполнить анализ литературы и установить степень проработанности вопроса финишной обработки зубьев цилиндрических зубчатых колес.

2. Разработать новую конструкцию шлифовального круга, позволяющую повысить производительность и снизить себестоимость изготовления цилиндрических зубчатых колес.

3. Разработать математическую модель формообразования гиперboloидного шлифовального круга на теле однополостного гиперboloида, имеющего непрерывное станочное зацепление с цилиндрическим зубчатым

колесом.

4. Исследовать существование теоретической производящей поверхности инструмента на теле однополостного гиперboloида для формообразования зубьев цилиндрических зубчатых колес.

5. Исследовать, при помощи построенной компьютерной модели гиперboloидного шлифовального круга, погрешности формы зуба обрабатываемого цилиндрического зубчатого колеса.

6. Разработать рекомендации для применения предложенной технологии и инструмента к шлифованию цилиндрических зубчатых колес различных диаметров и с различной шириной зубчатого венца.

7. Экспериментально проверить практическую возможность реализации предложенной технологии формообразования теоретической поверхности гиперboloидного шлифовального инструмента, исследовать эксплуатационные характеристики инструмента при шлифовании зубьев цилиндрических зубчатых колес.

**Объект исследования.** Процесс финишной обработки зубчатых колес шлифовальными кругами, построенными на теле однополостного гиперboloида.

**Предмет исследования.** Связи и закономерности новой технологии формообразования шлифовальных кругов, предназначенных для повышения производительности финишной обработки зубчатых колес.

**Научная новизна полученных результатов.**

1. Впервые получены математические зависимости для описания процесса профилирования червячного шлифовального круга, построенного на теле однополостного гиперboloида.

2. Впервые получены зависимости для определения отклонений формы поверхности зубьев цилиндрических зубчатых колес в процессе их шлифования гиперboloидным инструментом.

3. Впервые разработана схема формообразования цилиндрических зубчатых колес червячным гиперboloидным шлифовальным кругом.

4. Получила дальнейшее развитие теория формообразования

шлифовальных кругов, как гиперболоидов огибающих эвольвентную поверхность зуба зубчатого колеса.

### **Практическая ценность полученных результатов.**

1. Разработаны принципиально новые способы и технологии формообразования червячного гиперболоидного шлифовального круга на стандартном оборудовании за счет подачи инструмента вдоль прямолинейной образующей однополосного гиперболоида, подтвержденные патентами на полезную модель № 77204 "Способ нарезания гиперболоидных зубчатых колес и инструментов" от 11.05.2012 г. и № 84382 "Способ нарезания гиперболоидных зубчатых колес и инструментов" от 08.02.2013 г.

2. Экспериментально подтверждена возможность создания червячной инструментальной поверхности на теле однополостного гиперболоида, сопрягаемой с цилиндрическими зубчатыми колесами разной геометрии.

3. Установлены границы работоспособности червячного гиперболоидного шлифовального круга.

4. Результаты работы внедрены на ЧАО "НПЦ "ТРАНСМАШ" г. Луганск и ПАО "Лугансктепловоз" г. Луганск.

5. Результаты работы внедрены в учебный процесс Государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования Луганской Народной Республики "Луганский национальный университет имени Владимира Даля" в курсе "Основы проектирования режущих инструментов", который читается для студентов института инженерной механики.

### **Методы и методология исследования.**

Для решения поставленных задач исследования и получения результатов, обладающих новизной, использован следующий комплекс методов и научных положений: основные положения технологии машиностроения, положения теории резания; методы и принципы функционально-ориентированных технологий машиностроения; методы математического и компьютерного моделирования. Экспериментальные исследования проводились с использованием современного оборудования и вычислительной техники; обработка результатов экспериментов



проводилась при помощи статистических методов.

**Положения, выносимые на защиту.**

– Формообразование эвольвентного профиля зуба зубчатого колеса в его станочном зацеплении с гиперболоидным шлифовальным кругом.

– Аналитическая модель теоретической исходной инструментальной поверхности, предназначенной для формообразования зубьев цилиндрических зубчатых колес.

– Непрерывное станочное зацепление гиперболоидного шлифовального круга с зубчатым колесом любой геометрии.

**Степень достоверности результатов.** Достоверность и обоснованность полученных результатов подтверждается корректностью применения современного математического аппарата и научных теорий, адекватностью разработанных математических и компьютерных моделей, применением современного оборудования; сходимостью результатов теоретических и экспериментальных исследований, внедрением результатов исследования в производство.

**Апробация результатов работы.** Основные положения и результаты исследования, которые представлены в диссертации, были представлены и обсуждены на семи научно-технических конференциях: на IX Международной научно-технической конференции "Тяжелое машиностроение. Проблемы и перспективы развития" (г. Краматорск, Украина, 2011 г.), на II-ой Международной научно-технической конференции "Прогрессивные технологии в машиностроении" (г. Львов, Украина, 2014 г.), на IV-й Международной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых "Проблемы глобализации и модели устойчивого развития экономики" (г. Луганск, ЛНР, 2014 г.), на III-й Региональной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых "Современные информационные, приборные и электротехнические комплексы" (г. Луганск, ЛНР, 2015 г.), на I Республиканской научно-практической Интернет-конференции студентов и молодых ученых с международным участием "Информационные технологии в экономике"

(г. Луганск, ЛНР, 2017 г.), на IX Международной научной конференции "Техноконгресс" (г. Кемерово, Россия, 2017 г.), на I Международной научно-практической конференции "Современная наука: проблемы и перспективы" (г. Ставрополь, Россия, 2017 г.).

В полном объеме диссертация докладывалась на совместном заседании кафедр "Технология машиностроения и инженерный консалтинг" и "Станки, инструменты и инженерная графика" Государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования Луганской Народной Республики "Луганский национальный университет имени Владимира Даля" в 2017 г. в городе Луганске и на расширенном семинаре кафедры "Технология машиностроения" Государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Донецкий национальный технический университет" в 2017 г. в городе Донецке.

По результатам работы опубликовано 15 научных работ, из них 5 статей в специализированных изданиях, утвержденных ВАК, 3 статьи в изданиях, имеющих индексацию, 5 тезисов докладов на научно-технических конференциях, 2 патента на полезную модель

**Личный вклад соискателя.** Диссертационная работа выполнена в Государственном образовательном учреждении высшего профессионального образования Луганской Народной Республики "Луганский национальный университет имени Владимира Даля". Соискатель лично разработал схемы формообразования витков шлифовального круга на поверхности однополостного гиперблоида и получил 2 патента на полезную модель. Аналитически найдена математическая модель шлифовального круга на теле однополостного гиперблоида, способного зацепляться непрерывным станочным зацеплением с любым цилиндрическим зубчатым колесом. Построена компьютерная модель, которая с необходимой точностью способна повторить непрерывную математическую модель гиперблоидного шлифовального круга на теле однополостного гиперблоида. Аналитически найдены зависимости, позволяющие оценить точность финишной обработки цилиндрических зубчатых

колес при применении червячного гиперболоидного шлифовального круга.

В опубликованных работах автору принадлежат основные идеи проведенных исследований, а также результаты экспериментальных исследований. Постановка задач исследования, общий подход к созданию разработанных червячных гиперболоидных шлифовальных кругов, формулирование основных положений работы, разработка структуры и содержания работы выполнены совместно с научным руководителем.

**Структура работы.** Диссертационная работа состоит из титульного листа, оглавления, введения, пяти разделов, основной части, заключения и приложений. Работа изложена на 157 страницах, включает 40 рисунков, 9 таблиц, список использованных источников из 108 наименований и приложения на 24 страницах.

## РАЗДЕЛ 1

# АНАЛИЗ МЕТОДОВ ПОВЫШЕНИЯ ДОЛГОВЕЧНОСТИ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС

### 1.1 Анализ причин износа зубьев зубчатых колес

Зубчатые колеса машин работают в тяжелых условиях, подвергаясь большим механическим и тепловым нагрузкам. В таких машинах отказ механизма, как правило, происходит из-за выхода из строя зубчатых колес по причине их поломки или износа.

Зубчатое колесо – основная деталь зубчатой передачи в виде диска с зубьями на цилиндрической или конической поверхности, входящими в зацепление с зубьями другого зубчатого колеса. Некоторые зубчатые колеса принято называть шестернями. Например, в машиностроении и редукторостроении, зубчатые колеса меньшего диаметра называют шестерней, а большое ведомое – колесом. [26].

Цилиндрическое зубчатое колесо бывает с наружными и внутренними зубьями. Зубья могут иметь различные пространственные формы. Наиболее известные виды зубьев зубчатых колес: прямые, шевронные, криволинейные и винтовые.

Зубчатые колеса используются парами или каскадами для преобразования вращающего момента, пространственного направления вращения, а также скорости вращения входного и выходного вала. Ведущим называется зубчатое колесо, к которому прикладывается вращающий момент, а ведомым – колесо с которого вращающийся момент снимается.

Изменение диаметров зубчатых колес, работающих в зубчатой паре, изменяет величины вращающего момента и скорость вращения. При величине диаметра ведущего колеса превышающей величину диаметра ведомого, скорость пропорционально возрастает, а величина момента снижается.

Передача вращательного движения может осуществляться и двумя плотно прижатыми друг к другу цилиндрами, находящимися на параллельных осях, – фрикционная передача. В таких передачах, при повышении передаваемой мощности, могут наблюдаться проскальзывание валов. Избежать проскальзывания можно за счет перехода от гладких валов к зубчатой поверхности, в результате чего передача движения происходит не за счет силы трения, а за счет зацепления зубьев.

Конструкция зубьев зубчатых колес должна отвечать основному закону зацепления – профили зубьев должны быть такими, чтобы общая нормаль в точках их соприкосновения в любой момент времени зацепления проходила бы через одну и ту же постоянную точку, лежащую на линии центров колес, при этом точка должна делить линию центров на отрезки, длины которых обратно пропорциональны угловым скоростям колес [65]. Такую точку называют полюсом зацепления.

Причинами поломок зубьев зубчатых колес служат перегрузка рабочего колеса, односторонняя нагрузка на зуб, подрез зуба, трещины в материале заготовки, удары при работе, попадание в место зацепления посторонних предметов, некачественный монтаж или выбор подшипников, ведущие к изменению радиального зазора и т.д.

Причинами износа зубьев являются неполное сцепление, повышенное трение, неправильный подбор смазки, отклонение профиля зуба от эвольвентного, износ цементированного закаленного поверхностного слоя [17, 22, 46, 64].

На практике для устранения поломок зубчатых колес изменяют геометрические параметры зубчатого колеса и производят выбор подшипников с учетом действующих нагрузок, устанавливают защитные кожухи или выполняют закрытую зубчатую передачу, применяют упругие муфты для снижения силы ударов при работе и предотвращения перегрузки. Для уменьшения износа корректируют смазочный материал и изменяют технологию изготовления зубчатого колеса.

При производстве зубчатого колеса методом обкатки есть возможность

повлиять на свойства зацепления при помощи корригирования зацепления. За счет корригирования можно увеличить изломную прочность зуба, например, уменьшив или устранив подрезку, а также увеличить коэффициент перекрытия. Подрезка зуба происходит, как правило, при производстве зубчатого колеса с небольшим количеством зубьев, когда головка зуба инструмента уже выходя из зацепления, продолжает обрабатывать зубчатое колесо и утончает тело зуба у основания. На практике такую ситуацию пытаются устранить, изменив положение инструмента относительно делительной окружности зубчатого колеса (рис. 1.1) [30].

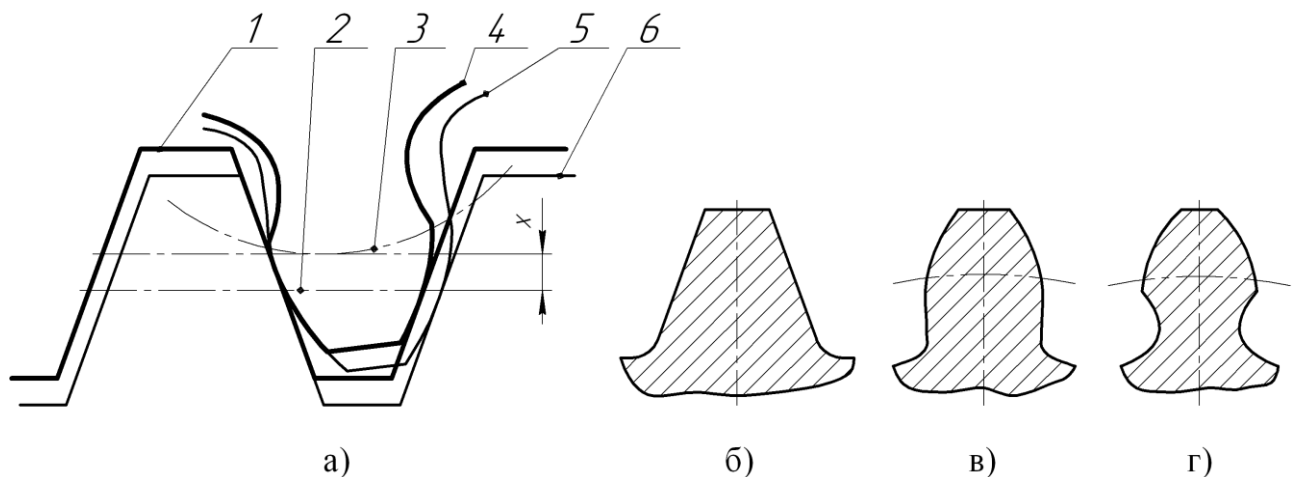


Рис. 1.1. Влияние смещения исходного контура производящей рейки на форму зуба колеса [30]:

- а) схема, отображающая корригирование смещением профиля зубчатой рейки;
- б) форма зуба при количестве зубьев зубчатого колеса, стремящемся к бесконечности; в) форма зуба зубчатого колеса при количестве зубьев больше минимального; г) форма зуба зубчатого колеса при количестве зубьев меньше минимального; 1 — положение несмещенного исходного контура; 2 — делительная прямая исходного контура в несмещенном положении; 3 — делительная окружность колеса; 4 — форма зуба колеса с подрезом ножки, полученная без смещения исходного контура; 5 — форма зуба колеса, полученная при смещении исходного контура; 6 — положение исходного контура, смещенного на величину  $x$  от центра колеса

На рис. 1.1 показаны профили зубьев получаемых зубчатых колес по

методу обкатки инструментом в виде зубчатой рейки. Смещение делительной прямой 2 зубчатой рейки 1 от центра зубчатого колеса 4 на некоторое расстояние  $x$  способно исключить подрезку ножки зуба, и получаемый зуб 5 будет меньше подвержен излому в процессе эксплуатации. На рис. 1.1 б толщина зуба у основания максимальна, которую возможно достичь только у колес бесконечно больших диаметров и зубчатых реек. Нормальная форма зуба с эвольвентным профилем боковой поверхности показана на рис. 1.1 в. К такой форме необходимо стремиться, избавляясь от подрезки, показанной на рис. 1.1 г.

Технологи-инструментальщики не могут изменять геометрические параметры механизмов или заменять смазочные материалы, к тому же это не всегда позволяют габариты готового изделия. Однако, даже с сохранением всех параметров конструкции, большое влияние на качество и долговечность изделия оказывает технологический процесс производства всех его составляющих единиц.

К методам изменения технологического процесса, для уменьшения износа зубьев зубчатого колеса, можно отнести: изменение величины закаленного поверхностного слоя, повышение точности упрочняющей накатки [11, 12], повышение точности шлифования.

Точность шлифования и получаемого цилиндрического зубчатого колеса зависит и от величины припуска оставляемого на этапах формирования зубчатой поверхности колеса с учетом погрешностей установок (рис. 1.2).

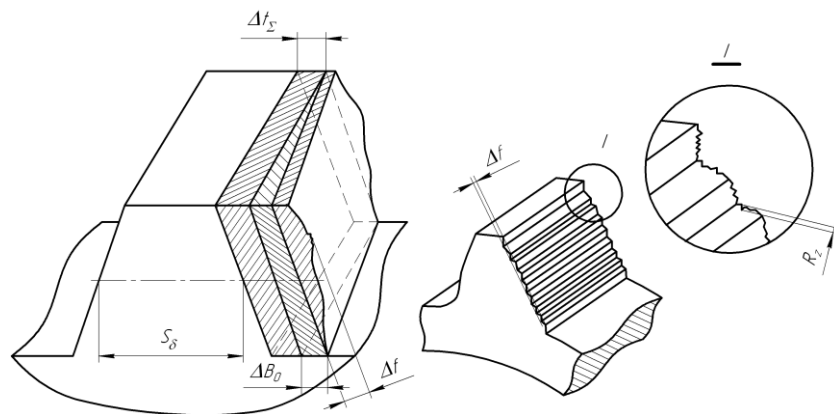


Рис. 1.2. Схема состава припуска для зубошлифования

На рис. 1.2 показана схема накопленных погрешностей в результате производства зубьев цилиндрических зубчатых колес. Итоговая погрешность формы зуба зубчатого колеса состоит из погрешности окружного шага  $\Delta t_{\Sigma}$ , погрешности профиля  $\Delta f$  и направления зубьев  $\Delta B_0$ , а также шероховатости боковой поверхности зуба, характеризуемая  $R_z$  [9]. На рисунке, левая боковая поверхность зуба показана обработанной, а все необработанные припуски отображены на правой стороне зуба. После изготовления зубчатого колеса, толщина зуба на высоте делительной окружности должна составлять  $S_{\delta}$ .

Анализ литературных источников, посвященных финишной обработке зубьев зубчатых колес показал существование двух параллельных направлений исследования. Основной целью первого направления исследования является повышение точности и качества финишной обработки зубчатой поверхности в ущерб производительности метода. Такие технологии применяются при производстве высокоточных зубчатых колес для отрасли приборостроения, автомобилестроения и авиационной промышленности. Вторым важным направлением исследований является повышение производительности технологических операций с целью наращивания объемов производства и сокращения себестоимости продукции. Поэтому, представляет интерес анализ влияния повышения производительности финишной обработки зубьев зубчатых колес на их качество и точность.

## **1.2 Методы чистовой обработки зубьев зубчатых колес**

В зависимости от назначения зубчатого колеса и требований долговечности, оно подвергается различным видам термической и химико-термической обработки (ХТО) [20].

Предварительная термическая обработка назначается для исправления крупнозернистой структуры и неоднородности материала, что появляется после



горячей штамповки заготовки перед механической обработкой. При предварительной термической обработке производится нормализация с последующим высоким отпуском, что придает стали хорошую обрабатываемость металлорежущими инструментами.

Окончательная термическая или ХТО зубьев зубчатых колес производится уже после нарезания зубьев. Изменяются механические свойства зубьев зубчатого колеса, повышая твердость боковых поверхностей, прочность и износостойчивость. В процессе окончательной ХТО венцы зубчатых колес могут помещаться в среды, содержащие активные элементы, в результате чего происходит поверхностное насыщение стали, что меняет ее химический состав в верхних слоях и физические характеристики.

При необходимости защитить отдельные поверхности зубчатого колеса от закалки их покрывают специализированными обмазками, которые принимают на себя высокую температуру нагрева. Для защиты от цементации применяют омеднение поверхностей.

Зависимость толщины цементованного и закаленного слоя в зависимости от модуля зуба приведена в таблице 1 [20].

Таблица 1. Глубина цементованного и закаленного слоя зубьев в зависимости от модуля зубчатого колеса

Модуль	Глубина цементации, мм	Модуль	Глубина цементации, мм
1	0,2-0,5	5,0	0,7-1,1
1,5	0,3-0,6	6,0	0,9-1,4
2,0	0,4-0,7	7,0	1,0-1,5
2,5	0,5-0,8	8,0	1,1-1,6
3,0	0,6-0,9	9,0	1,2-1,8
4,0	0,7-1,0	10,0	1,3-1,8

Производимые испытания показали, что наибольшую прочность имеют зубчатые колеса, после цементации которых, глубина слоя составляет 10-15% от толщины зуба по делительной окружности. При этом глубину оценивают, как толщину слоя, имеющего не менее 85% твердости от минимального значения твердости HRC на поверхностном слое [20]. Для недопущения откалывания цементированного слоя, необходимо соблюдать его постоянную толщину по всему профилю зуба. Итоговая твердость цементированных зубьев зубчатых колес находится в пределах HRC 55 для обычных и HRC 60-63 – для ответственных зубчатых колес. Глубина ХТО, получаемая в результате азотирования и т. п. методами так же зависит от модуля зуба зубчатого колеса, и сопоставима с данными, приведенными в таблице 2.

После проведения ХТО, при необходимости повысить точность зубчатого колеса, проводят финишную обработку. В таблице 2 приведены наиболее часто применяемые в промышленности методы чистовой обработки зубьев цилиндрических колес. Технологический процесс, при котором колеса после предварительного зубонарезания шевингуют, а затем подвергают ХТО, доминировал в промышленности в 50–90-х годах прошлого столетия. В качестве инструмента при этом чаще всего используют дисковый шевер, выполненный в виде прямозубого или косозубого зубчатого колеса. Профиль зубьев шевера имеет ряд мелких зубчиков, режущие кромки которых снимают волосовидные стружки. Обработка производится при свободной кинематической связи винтовой передачи зубчатого колеса и дискового шевера, установленных на перекрещивающихся осях и вращающихся в беззазорном зацеплении.

Зубошевингование является самым производительным среди рассматриваемых методов чистовой обработки. Возможность производить обработку с параллельным, диагональным, тангенциальным и врезным движением подачи позволяет использовать зубошевингование для различных конструкций заготовок цилиндрических колес, включая заготовки с близко расположенными венцами.

Таблица 2. Сравнительные технологические характеристики методов чистовой обработки зубьев цилиндрических колес

Технические параметры	Зубошевингование	Непрерывное обкатное зубошлифование	Прерывистое профильное зубошлифование	Зубофрезерование твердосплавными червячными фрезами	Зубохонингование
Модуль обрабатываемых зубчатых колес, мм	0,5–12	0,5–8,0	0,5–35	1–30	0,5–4,0
Производительность	+++	++	+ / –	+ / –	+ / –
Точность по ГОСТ 1643-81	5–9	4–6	4–6	6–8	5–7
Шероховатость поверхности зубьев по Ra, мкм	0,8-3,2	0,4-1,6	0,4-1,6	0,2-0,8	0,2-0,7
Скорость резания	90–130 м/мин	50–75 м/с	35–45 м/с	50–100 м/мин	0,5–10 м/с
Твердость заготовки HRC	≤ 32	58–63	58–63	≤ 62	58–63
Необходимость подрезки впадины зуба	–	+	+	–	–
Возможность обработки дна впадины зубьев	–	+	+	–	–
Возможность обработки близко расположенных зубчатых венцов	+	–	+	+/-	+
Возможность создания внутренних напряжений сжатия на поверхности зубьев	–	+	+	+	+
Возможность профильной и продольной модификации зубьев	+	+	+	+/-	+/-
Воспроизводимость процесса	+/-	+	+	+	–

При зубошевинговании с помощью наладки станка и конструкции шевера можно производить продольную и профильную модификацию зубьев, что позволяет предотвратить концентрацию нагрузки на кромках зубьев, снизить уровень шума и повысить срок службы зубчатой передачи.

Основной недостаток зубошевингования – возможность обработки зубьев только в незакаленном виде. Вследствие чего, высокая точность зубьев, полученная при зубошевинговании, снижается на 1–2 степени после выполнения ХТО. Кроме того, для компенсации деформаций, возникающих при ХТО, необходимо модифицировать форму профиля зубьев шевера, в результате чего очень сложно обеспечить воспроизводимость и стабильность процесса. Нежесткая кинематическая связь между шевером и заготовкой делает

шевингование очень зависимым от качества предварительной обработки зубьев.

Указанные недостатки и, главным образом, невысокая конечная точность шевингованных зубчатых колес явились причиной вытеснения из промышленности зубошевингования методами обработки зубьев, производимыми после ХТО.

Для чистовой обработки зубьев закаленных цилиндрических зубчатых колес применяют зубохонингование и зубошлифование. У зубохонингования скорость резания в 5–10 раз ниже, чем при обработке зубошлифованием. Следствием чего является повышенное механическое напряжение при обработке зубохонингованием и повышенное термическое напряжение при обработке зубошлифованием. Зубохонингование не получило широкого распространения в промышленности.

Зубчатые колеса высокой точности после цементирования и закалки зубьев имеют твердость HRC 63-70. Кроме повышения прочности поверхность зубьев зубчатых колес получает тонкий хрупкий слой, а также искажение профиля зуба, вызванное увеличением объема зуба. Для снятия небольшой части поверхностного слоя чаще применяют процесс зубошлифования, который способен обрабатывать поверхности высокой твердости, доводя качество профиля зуба зубчатого до требуемого значения.

Анализ методов чистовой обработки позволяет выделить метод непрерывного обкатного зубошлифования. Преимуществами данного метода являются: возможность обработки зубчатых колес с модулем  $m$  от 0,5 до 8,0; способность обеспечить от 4 до 6 степени точности по ГОСТ 1643-81; способность обрабатывать зубчатые колеса с твердостью поверхности зубчатого венца HRC 58-63; возможность обработки впадины зуба; возможность профильной и продольной модификации зубьев зубчатого колеса; воспроизводимость процесса; достаточно высокую производительность процесса. Для дальнейшего исследования необходимо рассмотреть обработку шлифованием, технологию процесса зубошлифования и применение различных форм шлифовальных кругов.

### 1.3 Обработка шлифованием

Самыми распространенными методами шлифования поверхности зубьев являются: непрерывное обкатное шлифование червячным шлифовальным кругом (рис. 1.3) и прерывистое профильное двухсторонним коническим кругом.

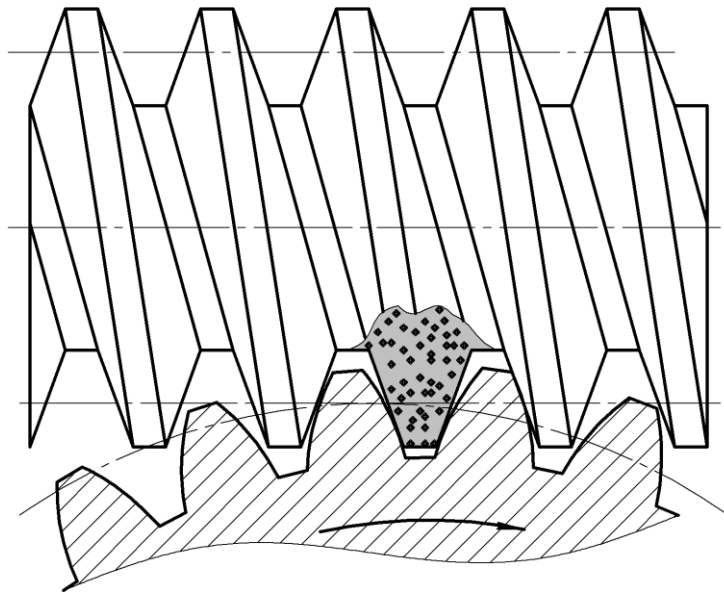


Рис. 1.3. Непрерывное обкатное шлифование червячным шлифовальным кругом

Для шлифования рассматриваемыми методами не требуется подрезание профиля в ножке зуба обрабатываемого колеса [1, 4, 59], что существенно снижает затраты на предварительную обработку. Возможность обработки впадины зубьев и создания внутренних напряжений сжатия на поверхности зубьев позволяет при использовании зубошлифования существенно повысить контактную и изгибную износостойкость цилиндрических зубчатых передач. Вследствие непрерывного протекания процесса и одновременности обработки обеих сторон зуба данный метод обеспечивает наибольшую производительность труда. Число зубьев, находящихся в зацеплении с левой и правой боковыми поверхностями шлифовального круга, разное, а также винтовой характер червячного зуба шлифовального круга, в комплексе вызывают погрешности профиля зубьев зубчатых колес. Однако непрерывное шлифование в отличие от прерывистого

профильного практически исключает погрешности шага. При обработке данным методом окружная скорость шлифовального круга и скорость обката находятся в определенном отношении, что затрудняет возможность их варьирования для предотвращения шлифовочных прижогов, а также для внедрения высокоскоростного шлифования.

На рис. 1.4 показано, что как при непрерывном обкатном зубошлифовании абразивным червячным кругом 2, так и при прерывистом профильном – двухсторонним металлическим кругом с гальваническим покрытием кубическим нитридом бора 1, на поверхности зубьев цилиндрических колес возникают внутренние напряжения сжатия, близкие по величине получаемым при зубохонинговании 3.

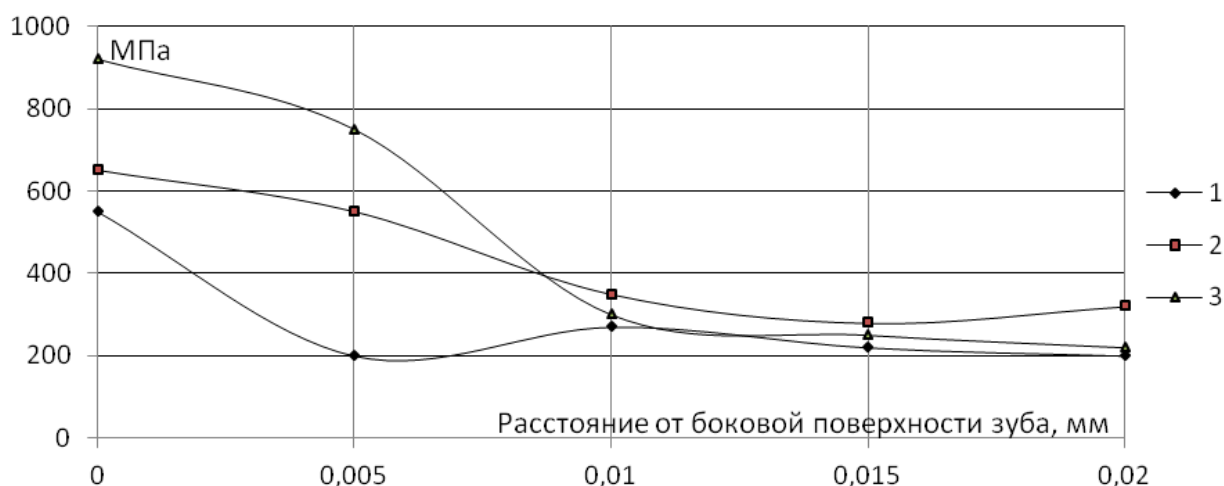


Рис. 1.4. Внутреннее напряжение поверхностного слоя зубьев при обработке [37]:

1 – двухсторонним металлическим кругом с гальваническим покрытием кубическим нитридом бора; 2 – абразивным червячным кругом; 3 – хоном

Прерывистое профильное зубошлифование характеризуется высокой теплонапряженностью процесса вследствие линейного контакта между боковыми поверхностями зубьев и профилем шлифовального круга, поэтому высока вероятность образования прижогов на поверхности зубьев. Условия шлифования также ухудшаются из-за ограничения доступа смазочно-охлаждающей жидкости в зону резания. Объективным критерием оценки производительности приведенных

выше методов является объем снятого материала в единицу времени. При непрерывном обкатном методе объем снимаемого металла в единицу времени, при обработке зубчатых колес с модулем от 2 до 5 мм, абразивными шлифовальными кругами в 4–5 раз превышает тот же объем, при прерывистом профильном зубошлифовании. [46].

В отличие шевингования и зубохонингования шлифование зубьев осуществляется по методам копирования (рис. 1.5) или принужденного обката, поэтому ошибки предварительного нарезания и деформации, образованные термической обработкой, после зубошлифования полностью устраняются [56]. Это способность зубошлифования является единственным средством, обеспечивающим получения высокоточных зубчатых колес с закаленными до большой твердости зубьями.

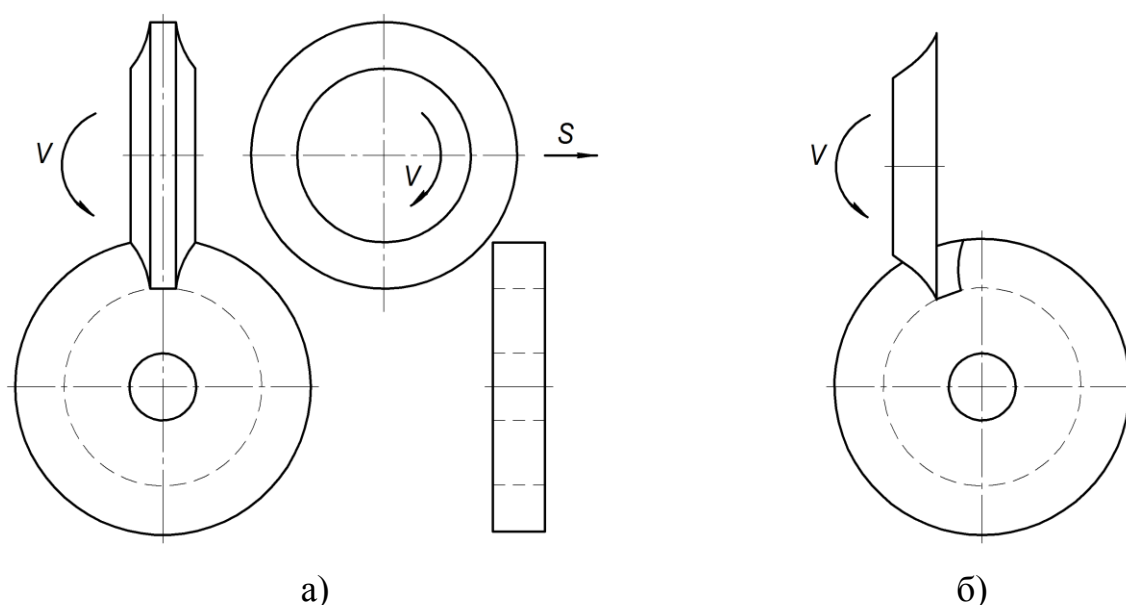


Рис. 1.5. Шлифование зубьев по методу копирования [56, 84]:

а) круг шлифует обе стороны зуба одновременно;

б) круг шлифует только одну сторону.

При изготовлении точных зубчатых колес, подвергнутых химико-термической обработке, зубошлифование широко применяется для чистовой отделки цементированных и закаленных зубьев имеющих поверхностную твердость HRC 58-63. При изготовлении зубчатых колес с азотированными

зубьями, имеющими твердость HR 15-N 91-92 (HRC 63-70), зубошлифование применяется с целью устранения хрупкой верхней части слоя зубьев и искажения профиля, возникающих вследствие увеличения объема поверхностных слоев зубьев. Серьезным препятствием к применению зубчатых колес со шлифованными зубьями в массовом производстве являются большая трудоемкость и высокая себестоимость обработки. Поэтому при выборе наилучшего метода чистовой отделки зубьев должны учитываться не только технические, но и экономические показатели. Предельная твердость заготовок зубчатых колес, допускающая чистовое нарезание зубьев, находится в пределах HRC 44-50. На практике зубошлифованию подвергают зубчатые колеса, имеющие твердость зубьев выше HRC 40. Иногда шлифуют зубчатые колеса со средней твердостью зубьев, например, зубчатые колеса с твердостью зубьев HRC 33-38 шлифуют перед поверхностной закалкой. При шлифовании боковых поверхностей зуба периферия круга может шлифовать или не шлифовать дно впадин зубчатого колеса.

Шлифование зубьев по методу обката (рис. 1.6) основано на воспроизведении зацепления обрабатываемого колеса с производящей рейкой, по которой катится заготовка. При шлифовании зубьев дисковым кругом с конической поверхностью, заправленным по форме зуба рабочей рейке, шлифовальный круг получает вращение (движение резания) и возвратно-поступательное движение (движение подачи).

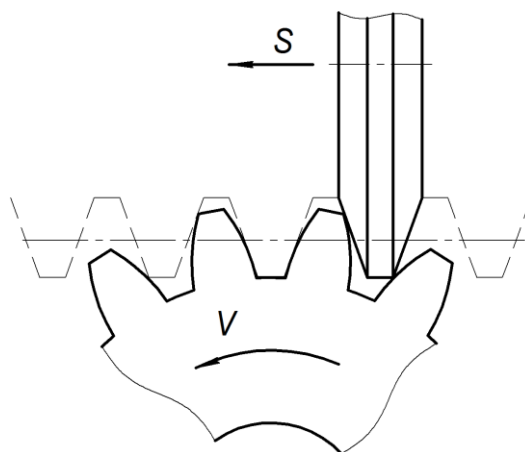


Рис. 1.6. Шлифование зубьев по методу обката [84]



Шлифуемое колесо получает вращение вокруг неподвижной оси в одном направлении и прямолинейное качение по неподвижной рейке в обратном направлении. Вначале обрабатывается одна сторона зуба, затем изменяется направление обкаточного движения и производится шлифование противоположной стороны соседнего зуба. Таким образом, за один цикл шлифуются соседние стороны одной впадины. По окончании шлифования профилей зубьев заготовка выводится из зацепления с кругом для поворота.

Зубошлифование в большинстве случаев является заключительной операцией обработки зубчатых колес. При зубошлифовании ответственных зубчатых колес особо важно не допустить появления шлифовочных прожогов и трещин на обрабатываемой поверхности. Для предотвращения подобных дефектов рекомендуется выполнять предшествующие шлифованию зубьев технологические операции механической и термической обработки с необходимой точностью. Склонность металла к прожогам и трещинам образованию в большой степени зависит от структуры, сформировавшейся при термической обработке. Особенно опасно наличие в структуре термообработанных сталей остаточного аустенита, так как он затрудняет проведение зубошлифовальных операций, способствует образованию трещин и снижает контактную прочность зубьев. Нарушения и отклонения от нормативных режимов термической обработки, приводящие к образованию тонкого обезуглероженного слоя на поверхностях зубьев, вызывает перегрев шлифуемых поверхностей и образование прижогов. Чрезмерная концентрация углерода в цементованном и закаленном слое способствует образованию карбидной сетки или значительного количества свободных карбидов, вследствие чего ухудшается обрабатываемость стали, так как твердость карбидов на основе хрома, ванадия, молибдена приближается к твердости электрокорунда и в результате на шлифуемых поверхностях зубьев возникают прожоги и участки вторичной закалки с отпуском. Надлежащий отпуск, не вызывающий заметного уменьшения твердости цементованных и закаленных зубьев, улучшает обрабатываемость шлифованием и благодаря лучшему распределению напряжений в поверхностном слое зубьев позволяет ускорить

процесс шлифования зубьев без образования прижогов и трещин.

Трещины, возникающие в процессе зубошлифования, иногда обнаруживаются во время хранения деталей или вначале их применения. Для их предупреждения необходим тщательный контроль прижогов и трещин на поверхности шлифованных зубьев. Для этой цели применяется магнитный контроль и метод травления. Прижоги, трещины и неточность обработки могут возникнуть, если цикл обработки не начинать по впадине, имеющей наибольшее радиальное смещение, так как в этом случае с некоторых зубьев будет снят чрезмерно большой припуск на проход. Прижоги и трещинообразование при зубошлифовании в большой степени зависят от правильного выбора характеристики шлифовального круга, режимов шлифования, от состава и подачи смазочно-охлаждающей жидкости и ее очистки от шлама и других загрязнений, а также от надлежащей и своевременной правки шлифовальных кругов.

Существующие исследования и разработки позволили определить, что метод непрерывного обкатного шлифования червячным шлифовальным кругом является наиболее интересным для совершенствования, так как он обеспечивает наибольшую производительность труда и практически исключает погрешность шага. Основные формы червячных шлифовальных кругов, применяемые на производствах, представляют собой цилиндрическую и квазигиперболоидную винтовые поверхности.

#### **1.4 Метод шлифования зубьев на скрещивающихся осях**

В процессе производства зубчатых колес, зубчатый венец обрабатывается разнообразными фрезами, шеверами, хонами и шлифовальными кругами. Особенности технологического процесса зубообработки, обусловленные направлениями и скоростями относительных движений заготовки и инструмента, позволяют определить оптимальные геометрические параметры инструмента и место его установки в пространстве заготовки. В большинстве случаев оси

вращения обрабатываемого зубчатого колеса и инструмента не пересекаются в пространстве.

Классическим шлифовальным инструментом, который работает на скрещивающихся осях при шлифовании зубьев цилиндрических зубчатых колес, является червячный цилиндрический шлифовальный круг.

По схеме зубошлифования на скрещивающихся осях работают зубошлифовальные станки "Reishauer", "Комсомолец" и др. Каждая фирма выпускает свой модельный ряд станков, отличающихся конструкцией и производительностью процесса шлифования. Для определения границ производительности своих станков различных поколений фирма "Reishauer" пользуется индикатором максимального объема снимаемого материала  $Q_{\max}$  за одну секунду шлифования, по которому определяется производительный потенциал шлифовального станка. Любое приведенное значение  $Q_{\max}$  всегда сопровождается пометкой "ориентировочное", однако оно позволяет наглядно показать различие применения станков разных поколений. В таблице 3 приведены величины производительности при шлифовании на станках "Reishauer" разных поколений цилиндрического зубчатого колеса с модулем  $m=2$ , количеством зубьев  $Z_1=35$  и шириной зуба  $b=16,3$  мм.

Таблица 3. Величины производительности при шлифовании на станках "Reishauer" разных поколений

Станок	Год выпуска	$Q_{\max}$
AZA	1984	24 мм <sup>3</sup> /с
RZ301 S	1990	51 мм <sup>3</sup> /с
RZ362 A	1999	85 мм <sup>3</sup> /с
RZ400	2001	250 мм <sup>3</sup> /с (63 м/с)
RZ150	2004	300 мм <sup>3</sup> /с (75 м/с)

Как видно из таблицы 3, фирма "Reishauer" обновляла модельный ряд зубошлифовальных станков раз в несколько лет. Каждая новая модель

зубошлифовального станка позволяла получать большую производительность зубообработки, что характеризуется индикатором максимального объема снимаемого материала Q-max.

В таблице 4 приведены основные технические характеристики зубошлифовального станка AZA фирмы "Reishauer". Современная модификация станка AZA оборудована новыми приводами и системой числового программного управления [37].

Таблица 4. Основные технические характеристики станка AZA-F3 "Reishauer"

Наименование параметра	AZA-F3
Наибольший диаметр обрабатываемого зубчатого колеса, мм	300
Модуль обрабатываемого колеса, мм	0,5..6
Степень точности обрабатываемых колес по ГОСТ 1643-81	5
Наибольший угол наклона зуба косозубого обрабатываемого колеса	45°
Наибольший ход каретки суппорта, мм	180
Наибольший ход тангенциального смещения изделия, мм	90
Отвод шлифовальной бабки для смены изделия, мм	50
Расстояние между центрами суппорта изделия, мм	145..420
Диаметр шлифовального круга, мм	270..350
Ширина шлифовального круга, мм	62/84/104
Наибольшая частота вращения червячного круга, об/мин	
при шлифовании	3500
при правке круга	90
Осевая подача изделия, мм/мин	до 1500
Радиальная подача инструмента, мм/мин	до 1500
Тангенциальная подача изделия, мм/мин	до 1500
Продольная подача аппарата правки, мм/мин	до 1875
Поперечная подача аппарата правки, мм/мин	до 1875

Как видно из таблицы 4, модернизация зубошлифовального станка новыми приводами и применение устройства управления на базе числового программного управления позволило более гибко варьировать величинами подач и частотой

вращения червячного круга. На рис. 1.7 показана схема расположения координатных осей модернизированного станка AZA-F3 "Reishauer".

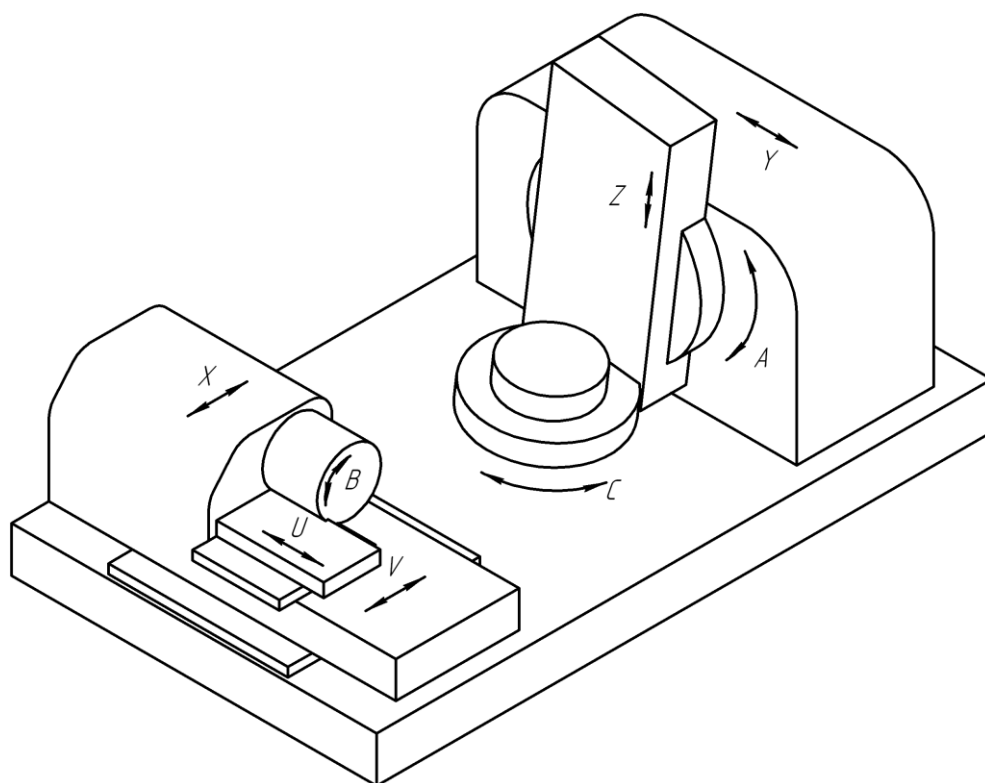


Рис. 1.7. Схема расположения координатных осей модернизированного станка AZA-F3 "Reishauer" [38]: Ось X – радиальная подача шлифовального шпинделя;

Ось Y – тангенциальная подача суппорта изделия;

Ось Z – вертикальная (осевая) подача суппорта изделия; Ось U – продольная подача устройства правки шлифовального круга; Ось V – поперечная подача устройства правки шлифовального круга; Ось A – поворот суппорта изделия;

Ось B – вращение шлифовального круга; Ось C – вращение изделия

Схема расположения координатных осей модернизированного станка AZA-F3 "Reishauer" показывает 8 управляемых осей движений, из которых 5 линейных и 3 круговых. Такое разнообразие позволяет быстро производить перенастройку станка и применять его при технологиях немного отличающихся от стандартных.

Основные характеристики производительности не модернизированного станка AZA "Reishauer" показаны в таблице 5.

Таблица 5. Характеристики станка AZA "Reishauer" [108]

Параметры	Стандартные шлифовальные материалы	Спеченный корунд
Подача $f_z$ , черновое шлифование	1,8 мм на оборот	2,4 мм на оборот
Подача $f_z$ , чистовое шлифование	0,9 мм на оборот	0,2 мм на оборот
Количество шагов	>10	
Максимальное число оборотов в мин. шлифовального шпинделя	1900	
Глубина поперечной подачи, черновое шлифование	0,05 мм/шаг	0,08 мм/шаг

По сравнению с модернизированным станком, базовая модель обладает сравнительно не высокими оборотами шлифовального шпинделя, 1900 об/мин по сравнению с 3500 об/мин. Несмотря на большую производительность метода непрерывного обкатного шлифования червячным шлифовальным кругом по сравнению с методами копирования, и модернизациями зубошлифовальных станков, он обладает не достаточной производительностью. Применение непрерывного обкатного зубошлифования позволяет значительно уменьшить погрешность шага цилиндрического зубчатого колеса, но из-за несовпадения схемы формообразования цилиндрической червячной поверхности шлифовального круга со схемой его применения, возникает подрезка и заострение зуба зубчатого колеса, что снижает качество производимых зубчатых колес. Такое искажение наблюдается при применении однозаходных цилиндрических червячных шлифовальных кругов, а при увеличении количества заходов, величины искажений сильно возрастают. Данный факт не позволяет применять многозаходные цилиндрические червячные шлифовальные круги для финишной обработки зубьев цилиндрических зубчатых колес.

## 1.5 Технология шлифования зубьев на скрещивающихся осях фирмы "Reishauer"

Фирма "Reishauer" помимо классических зубошлифовальных станков, которые применяют цилиндрические червячные шлифовальные круги, выпускает зубошлифовальные станки RZP и RZF, зубошлифование на которых производится при помощи шлифовальных кругов глобоидной формы (рис. 1.8). При этом шлифовальный круг глобоидальной формы может подвергаться правке только на станке [108, 19]. Ширина глобоидного шлифовального круга определяется углом наклона и модулем цилиндрического зубчатого колеса и рассчитывается самой компанией "Reishauer" для каждого клиента в отдельности. Настолько специфическое оборудование имеет узкое применение на производстве, где крайне малый ассортимент производимых зубчатых колес, поскольку каждое новое по геометрии зубчатое колесо, отличающееся модулем или числом зубьев, требует изготовления специализированного шлифовального круга, способного шлифовать только это зубчатое колесо.

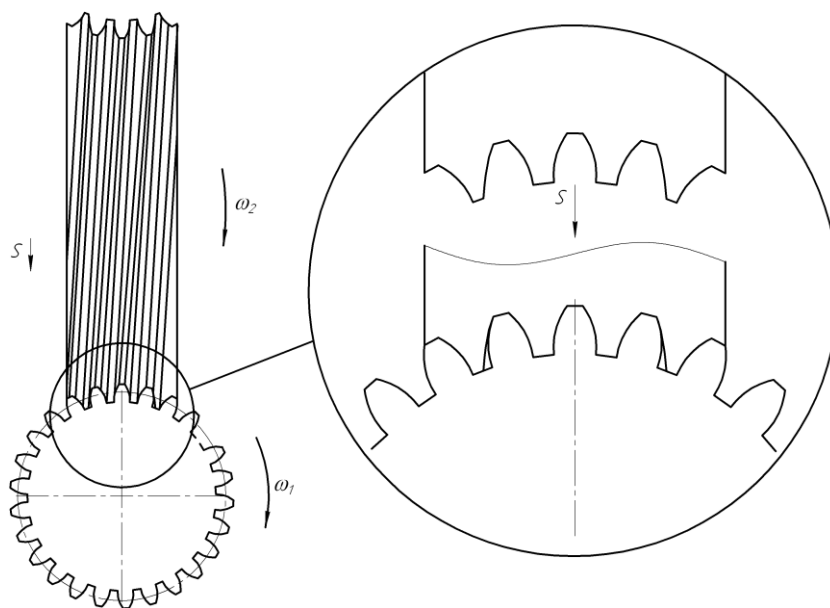


Рис. 1.8. Врезное шлифование цилиндрического зубчатого колеса глобоидным червячным шлифовальным кругом [108]

На рис. 1.8 видно огибание профиля цилиндрического зубчатого колеса

глобоидным шлифовальным кругом при радиальном врезании шлифовального круга в заготовку. Параметры эксплуатации глобоидных шлифовальных кругов на станках RZP приведена в таблице 6.

Таблица 6. Характеристики станка RZP "Reishauer" [108]

Окружная скорость	Постоянная, 35 м/с
Интервал правки	20 – 30 заготовок (при использовании кругов со спеченным корундом – до 60 заготовок). Время правки на шлифованную заготовку составляет 2-3 секунды
Количество ходов (макс. < 5)	Результат деления числа зубьев на количество шагов, не может быть целым числом и меньше 13. Меньше зубьев – меньшее число заходов
Качество поверхности	Rz 2 -3 $\mu\text{m}$ (Ra 0.25 - 0.5 $\mu\text{m}$ ) (После шлифования заготовки должны доводиться на хонинговальном станке)
Скорость радиальной подачи: подача при черновом и чистовом шлифовании	0.2 – 4.0 мм/мин
Скорость радиального погружения при правке	1.5 мм/мин

Станок RZF работает с помощью шлифовального глобоидного круга, профиль которого точно соответствует наружному контуру обрабатываемого зубчатого колеса, однако процесс формообразования шлифовальных кругов, которые профилируются на станке с помощью высокоточных правящих зубчатых колес с алмазом, искажает форму шлифовального круга, в результате чего происходит некоторая недошлифовка. Производитель рекомендует после шлифования на таких станках производить короткий цикл хонингования, который улучшит форму цилиндрического зубчатого колеса и повысит качество поверхности. По заявлению производителя в результате такого метода шлифования с последующим коротким хонингованием улучшаются шумовые характеристики зубчатых колес при их последующем использовании на производстве.

Предложенный фирмой "Reishauer" метод шлифования глобоидным



шлифовальным кругом значительно отличается от технологии шлифования шлифовальными кругами цилиндрической формы. При шлифовании зубчатых колес цилиндрическими шлифовальными кругами обрабатываемая деталь должна смещаться в осевом направлении для возможности обработки всей ширины зуба зубчатого колеса. Новая технология не предусматривает осевого смещения зубчатого колеса, и вся ширина зуба обрабатывается сразу. Такое возможно поскольку цилиндрические червячные шлифовальные круги имеют только точечный характер касания с цилиндрическими зубчатыми колесами, в то время как глобоидные шлифовальные круги всегда сохраняют линейный характер касания [77]. На рис. 1.9 показана линия касания, проходящая от одного торца шлифовального круга к другому.

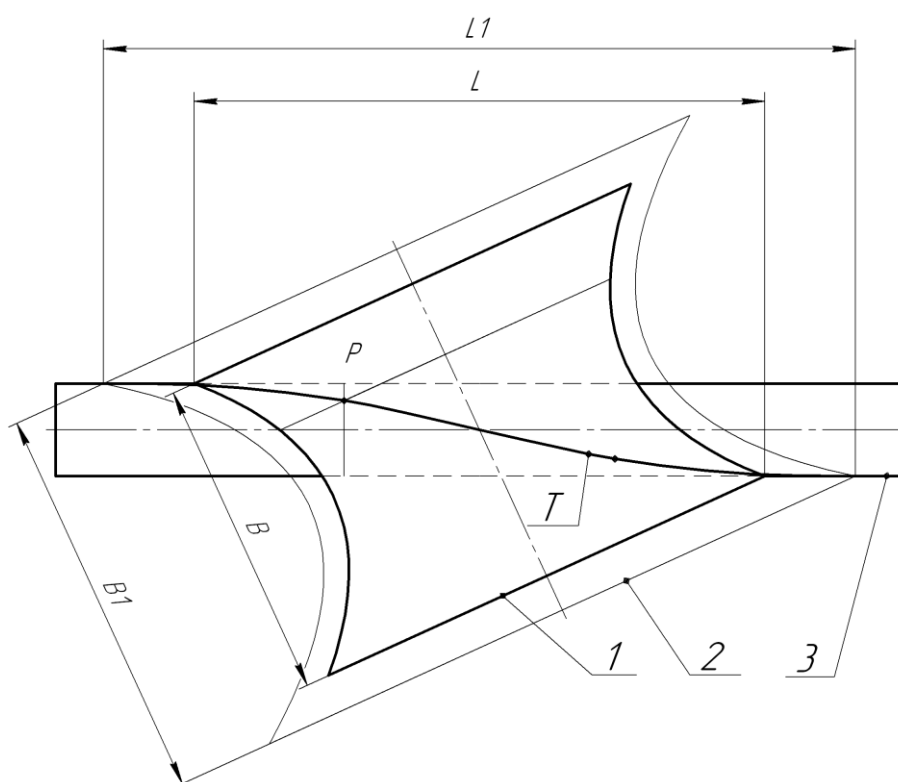


Рис. 1.9. Линия контакта цилиндрического зубчатого колеса с глобоидным шлифовальным кругом: 1 – глобоидный шлифовальный круг высоты  $B$ ;  
 2 – глобоидный шлифовальный круг увеличенной высоты  $B_1$ ;  
 3 – цилиндрическое зубчатое колесо;  $T$  – тангенсоида

Из рис. 1.9 видно, что линия контакта глобоидного шлифовального круга 1 и цилиндрического зубчатого колеса 3 представляет собой тангенсоиду Т. При таком зацеплении высота обрабатываемого цилиндрического зубчатого L может быть больше высоты В глобоида, причем увеличение высоты глобоидного шлифовального круга 2 до В1 приводит к увеличению высоты L1 зубчатого колеса, которое он может обрабатывать. Любая точка Р на тангенсоиде контакта обрабатывает соответствующую ширину зубчатого колеса всем сечением глобоида.

В начале процесса врезания глобоидного шлифовального круга в цилиндрическое зубчатое колесо наблюдаются точечный характер касания, который переходит к тангенсоиде только при достижении цилиндрическим зубчатым колесом конечной обработанной формы. Это становится причиной прижогов и нарушает качество закаленного поверхностного слоя.

Каждый из рассмотренных выше методов шлифования зубьев зубчатых колес имеет свои недостатки. Наиболее интересным, с точки зрения производства, является метод непрерывного обкатного шлифования червячным шлифовальным кругом, так как он обеспечивает наибольшую производительность и практически исключает погрешность шага. Главным недостатком этого метода является увеличение искажения профиля зуба с увеличением угла подъема витка червячного шлифовального круга, что не позволяет изготавливать шлифовальные круги многозаходными. Глобоидные шлифовальные круги решают проблему увеличения искажения профиля зуба зубчатого колеса при увеличении угла подъема витка глобоидного инструмента, что позволяет изготавливать многозаходные червячные глобоидные шлифовальные круги. Кроме явного преимущества, глобоидные шлифовальные круги имеют ряд недостатков, а именно: дороговизна алмазного зубчатого колеса, применяемого для правки шлифовального круга; возможность зацепляться только с зубчатыми колесами определенной геометрии, что снижает применимость инструмента и требует расширения инструментальной номенклатуры завода.

## **1.6 Шлифование зубьев зубчатых колес квазигиперболоидными шлифовальными кругами**

Методы непрерывного обкатного зубошлифования цилиндрическими и глобоидными шлифовальными кругами легли в основу метода зубошлифования червячными шлифовальными квазигиперболоидными кругами, предложенного В.А. Витренко

Формообразование таких шлифовальных кругов происходит при радиальном врезании алмазного зубчатого колеса в заготовку с небольшой круговой подачей в обе стороны. Форма впадины шлифовального круга получается более широкой, чем нужна для шлифования зубчатых колес. Такая форма шлифовального круга позволяет осуществить сразу полную подачу на всю высоту зуба зубчатого колеса. Метод позволяет одновременно шлифовать только одну боковую поверхность зуба зубчатого колеса. Для полного шлифования зуба зубчатого колеса угол поворота шлифовального круга немного изменяют для совмещения со второй боковой поверхностью зуба. В результате время шлифования увеличивается вдвое, но образовавшиеся небольшие зазоры способствуют лучшей подаче смазочно-охлаждающей жидкости в зону контакта. Данный метод зубошлифования также обладает недостатками: дороговизна алмазного зубчатого колеса, производящего профилирование; возможность производить только зубчатые колеса небольшой ширины и диаметра.

Для развития идеи формообразования глобоидных и квазигиперболоидных червячных шлифовальных кругов, автором диссертации предложено формообразование инструментальной поверхности на теле однополостный гиперболоид. Чтобы показать преимущество гиперболоидной инструментальной формы над остальными червячными шлифовальными кругами, рассмотрим процесс шлифования цилиндрического зубчатого колеса инструментами гиперболоидной и цилиндрической форм. Гиперболоидный шлифовальный круг, совмещенный с цилиндрическим шлифовальным кругом, и цилиндрическое

зубчатое колесо приводят в согласованное движение, используя гитару деления зубошлифовального станка (рис. 1.10.)

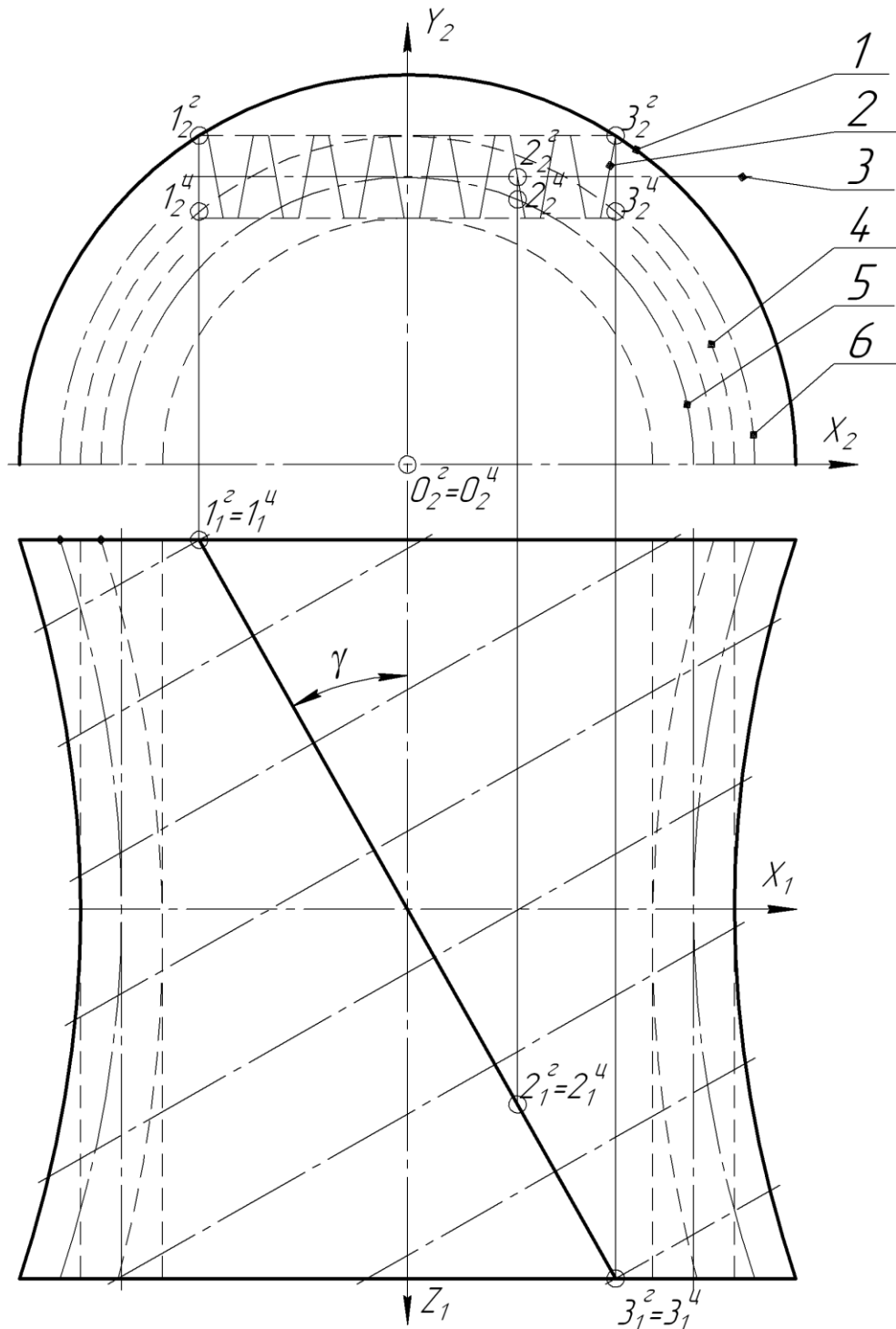


Рис. 1.10. Связь зубьев зубчатой рейки с зубьями цилиндрического и гиперолоидного шлифовальных кругов:

- 1 – инструментальная поверхность на теле однополосный гиперолоид;  
 2 – зубчатая рейка; 3 – начальная прямая зубчатой рейки; 4 – цилиндрическая инструментальная поверхность; 5 – начальная окружность цилиндрической и горлового сечения гиперолоидной зубчатой поверхности

На рис. 1.10 обрабатываемые зубчатые колеса представлены в виде колеса бесконечно большого радиуса, вырожденного в зубчатую рейку 2. Совмещенные, для удобства, цилиндрический шлифовальный червячный круг 4 с гиперboloидным шлифовальным кругом 1 контактируют с зубчатой рейкой 2 в полюсе профилирования  $P$ . Поскольку рейка занимает положение, повернутое на угол  $\gamma$  к оси вращения цилиндрического и гиперboloидного инструментов, то в случае цилиндрического червячного круга края  $1^u = 1^u$  и  $3^u = 3^u$  рейки отстоят на некоторое расстояние от поверхности цилиндра, что при использовании гиперboloидной формы не наблюдается. Очевидно, что при увеличении угла  $\gamma$  расстояния от краев  $1^u$  и  $3^u$  до инструмента будет тоже увеличиваться.

Существующие исследования и разработки позволили определить, что метод непрерывного обкатного шлифования червячным шлифовальным кругом является наиболее интересным для совершенствования. Червячные шлифовальные круги обладают значительно большей производительностью по сравнению с дисковыми, что повышает производственную мощность завода. Каждый из рассмотренных шлифовальных кругов обладает своими недостатками, из которых можно выделить невозможность создания многозаходного шлифовального круга для цилиндрической формы шлифовального круга, дороговизна профилирующего алмазного зубчатого колеса и необходимость расширения производственной номенклатуры инструментов для шлифовальных кругов глобоидной и квазигиперboloидной формы. Сложность определения оптимальных геометрических параметров глобоидных и квазигиперboloидных шлифовальных кругов требует привлечения квалифицированного специалиста для расчета и производства инструмента, способного обрабатывать каждое новое по геометрии производимое зубчатое колесо.

## 1.7 Постановка цели и задач исследования

В результате анализа литературных источников, посвящённых проблеме повышения производительности изготовления и долговечности цилиндрических зубчатых колес, были рассмотрены следующие факты.

1. Основные причины поломки и износа зубьев зубчатых колес в процессе их эксплуатации связаны с качеством изготовления зубчатых колес и с условиями их эксплуатации. Поскольку невозможно повлиять на условия эксплуатации зубчатых колес, стоимость эксплуатации можно сократить, снизив вероятность поломки и преждевременного износа его зубьев, повысив качество изготовления зубчатого колеса, или снизив себестоимость изготовления нового зубчатого колеса.

2. На долговечность цилиндрического зубчатого колеса, если исключить из анализа условия эксплуатации, влияет отклонение профиля зуба от эвольвентного.

3. Снижение себестоимости изготовления одного зубчатого колеса можно достичь уменьшением времени отдельных операций.

4. Удешевления производства также можно достичь сокращением номенклатуры применяемых при этом производстве инструментов.

5. Придание зубу цилиндрического зубчатого колеса эвольвентной формы на финишном этапе обработки целесообразно производить методом непрерывного шлифования червячным шлифовальным кругом, т.к., с точки зрения производства, он обеспечивает наибольшую производительность труда и практически исключает погрешность шага.

6. Основные формы червячных шлифовальных кругов, применяемые на производствах, представляют собой цилиндрическую и квазигиперболоидную винтовые поверхности.

Проведенный анализ позволил выделить процесс финишной обработки зубьев зубчатых колес, а именно непрерывное шлифование шлифовальными кругами, как один из процессов, влияющих на качество получаемого зубчатого колеса и обладающий сравнительно невысокой производительностью. Повышение

производительности процесса шлифования зубьев цилиндрического зубчатого колеса, позволит сократить время производства зубчатого колеса, что снизит затраты на его изготовление и повысит его конкурентоспособность.

Цель исследования: повышение производительности финишной обработки зубчатых колес за счет разработки новой технологии и схемы формообразования шлифовальных кругов.

Для достижения указанной цели необходимо решить следующие основные задачи:

1. Выполнить анализ литературы и установить степень проработанности вопроса финишной обработки зубьев цилиндрических зубчатых колес.

2. Разработать новую конструкцию шлифовального круга, позволяющую повысить производительность и снизить себестоимость изготовления цилиндрических зубчатых колес.

3. Разработать математическую модель формообразования гиперboloидного шлифовального круга на теле однополостного гиперboloида, имеющего непрерывное станочное зацепление с цилиндрическим зубчатым колесом.

4. Исследовать существование теоретической производящей поверхности инструмента на теле однополостного гиперboloида для формообразования зубьев цилиндрических зубчатых колес.

5. Исследовать, при помощи построенной компьютерной модели гиперboloидного шлифовального круга, погрешности формы зуба обрабатываемого цилиндрического зубчатого колеса.

6. Разработать рекомендации для применения предложенной технологии и инструмента к шлифованию цилиндрических зубчатых колес различных диаметров и с различной шириной зубчатого венца.

7. Экспериментально проверить практическую возможность реализации предложенной технологии формообразования теоретической поверхности гиперboloидного шлифовального инструмента, исследовать эксплуатационные характеристики инструмента при шлифовании зубьев цилиндрических зубчатых колес.

## РАЗДЕЛ 2

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОФИЛЯ МНОГОЗАХОДНОГО  
ГИПЕРБОЛОИДНОГО ШЛИФОВАЛЬНОГО КРУГА

## 2.1 Формообразование профиля

Получаемый гиперboloидный шлифовальный инструмент будет применяться на зубошлифовальных станках. Как и любой другой абразивный инструмент, он будет подвергаться частой правке. Для ускорения процесса правки и уменьшения трудоемкости, правку будем производить непосредственно на зубошлифовальном станке.

В процессе шлифования получаемый инструмент с модулем  $m$  должен зацепляться с зубчатым колесом, имеющим модуль  $m$  и любое число зубьев  $Z_1$ .

Возьмем произвольное цилиндрическое прямозубое зубчатое колесо с модулем  $m$  и числом зубьев  $Z_1$ . Пусть наш шлифовальный инструмент будет зацепляться с ним в процессе шлифования. Обрабатываемая поверхность зубьев зубчатого колеса для нас является исходной поверхностью для получения профиля шлифовального инструмента. Назовем это зубчатое колесо – исходным цилиндрическим зубчатым колесом.

Рассмотрим систему координат  $S_1(x_1; y_1; z_1)$  связанную с исходным цилиндрическим зубчатым колесом и систему координат  $S_2(x_2; y_2; z_2)$  связанную с искомым гиперboloидным инструментом. Для воссоздания непрерывного станочного зацепления в процессе шлифования, будем вращать исходное колесо и гиперboloидный инструмент вокруг своих осей с постоянными угловыми скоростями  $\vec{w}_1$  и  $\vec{w}_2$ . Оси исходного колеса и инструмента перекрещиваются под углом  $\gamma$ . Кроме того, цилиндрическое зубчатое колесо будет двигаться по прямой с подачей  $\vec{S}_1$  вдоль прямолинейной образующей гиперboloидного инструмента. Заметим, что на практике относительное перемещение будет совершать не



зубчатое колесо, а гиперboloидный инструмент. Однако, в работе для наглядности и простоты описания движения, мы будем использовать именно  $\vec{S}_1$  подачу зубчатого колеса вдоль гиперboloида. Поскольку величина относительного перемещения от этого не изменяется, то это никак не скажется на геометрии инструмента. Описанная схема позволит шлифовать зубья исходного зубчатого колеса только на одной ширине зубчатого венца. Этой схемы вполне достаточно для описания получаемой поверхности гиперboloидного инструмента. Для шлифования всей высоты зуба необходимо ввести подачу  $\vec{S}_z$  вдоль оси вращения зубчатого колеса.

Поскольку число зубьев исходного зубчатого колеса  $Z_1$  явно неопределено, то оно может принимать любое значение до бесконечности. При этом исходное зубчатое колесо будет вырождено в исходную зубчатую рейку (рис. 2.1). Эвольвентный профиль зуба зубчатого колеса будет вырожден в прямую с углом  $20^\circ$ . Профиль одного зуба или одной впадины зубчатой рейки мы используем для получения обкатного ролика для правки гиперboloидного инструмента.

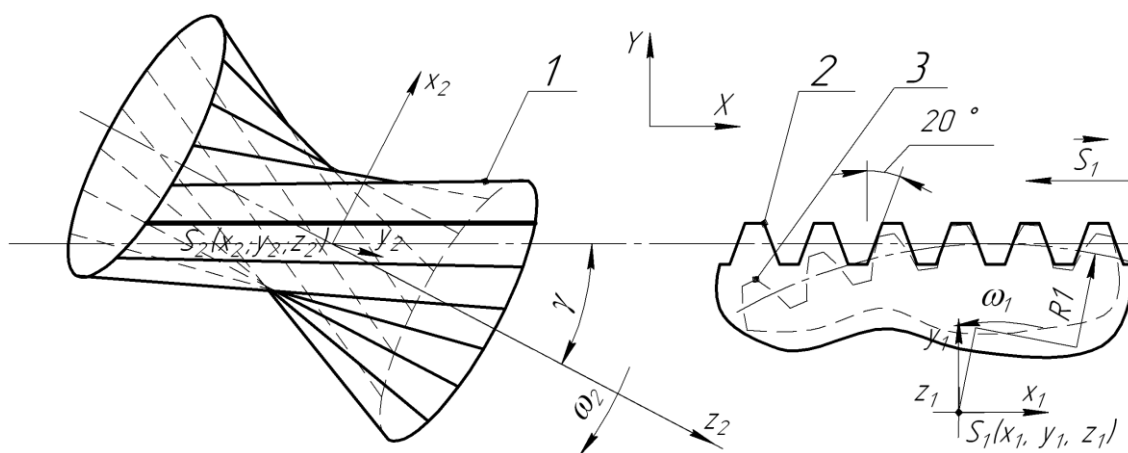


Рис. 2.1. Схема формообразования гиперboloидной винтовой поверхности:

1 – тело формы однополосный гиперboloид; 2 – зубчатая рейка;

3 – цилиндрическое зубчатое колесо

Зная параметры исходного зубчатого колеса, мы можем получить поверхность гиперboloидного инструмента. Для этого необходимо получить связь

между системами координат  $S_1(x_1; y_1; z_1)$  и  $S_2(x_2; y_2; z_2)$ . Для перехода от системы координат  $S_1(x_1; y_1; z_1)$  к системе координат  $S_2(x_2; y_2; z_2)$  воспользуемся промежуточной системой координат  $S_0(x_0; y_0; z_0)$ , неподвижной относительно станка, а также вспомогательной системой координат  $S_p(x_p; y_p; z_p)$ .

Представим геометрию исходного зубчатого колеса поверхностью:

$$\vec{r}_1 = \vec{r}_1(x_1; y_1; z_1), \quad (2.1)$$

где:  $x_1, y_1$  – координаты, определяющие профиль зуба,

$z_1$  – координата, направленная вдоль оси исходного зубчатого колеса.

Для получения поверхности однополостного гиперболоида найдем соответствие точки, в которую проведен радиус-вектор  $\vec{r}_1$  в системе координат  $S_1(x_1; y_1; z_1)$  точке с радиус-вектором  $\vec{r}_2$  в системе  $S_2(x_2; y_2; z_2)$ . Таким образом, мы получим общую точку контакта исходного зубчатого колеса и получаемого инструмента. Описанный переход можно записать в виде:

$$r_2 = M_{21}r_1, \quad (2.2)$$

где:  $r_1$  – матрица-столбец координат точки касания в системе  $S_1(x_1; y_1; z_1)$ ,

$r_2$  – матрица-столбец координат точки касания в системе  $S_2(x_2; y_2; z_2)$ ,

$M_{21}$  – некоторая результирующая матрица всех переходов.

Для получения матрицы  $M_{21}$  наглядно изобразим схему перехода между системами координат (рис. 2.2).

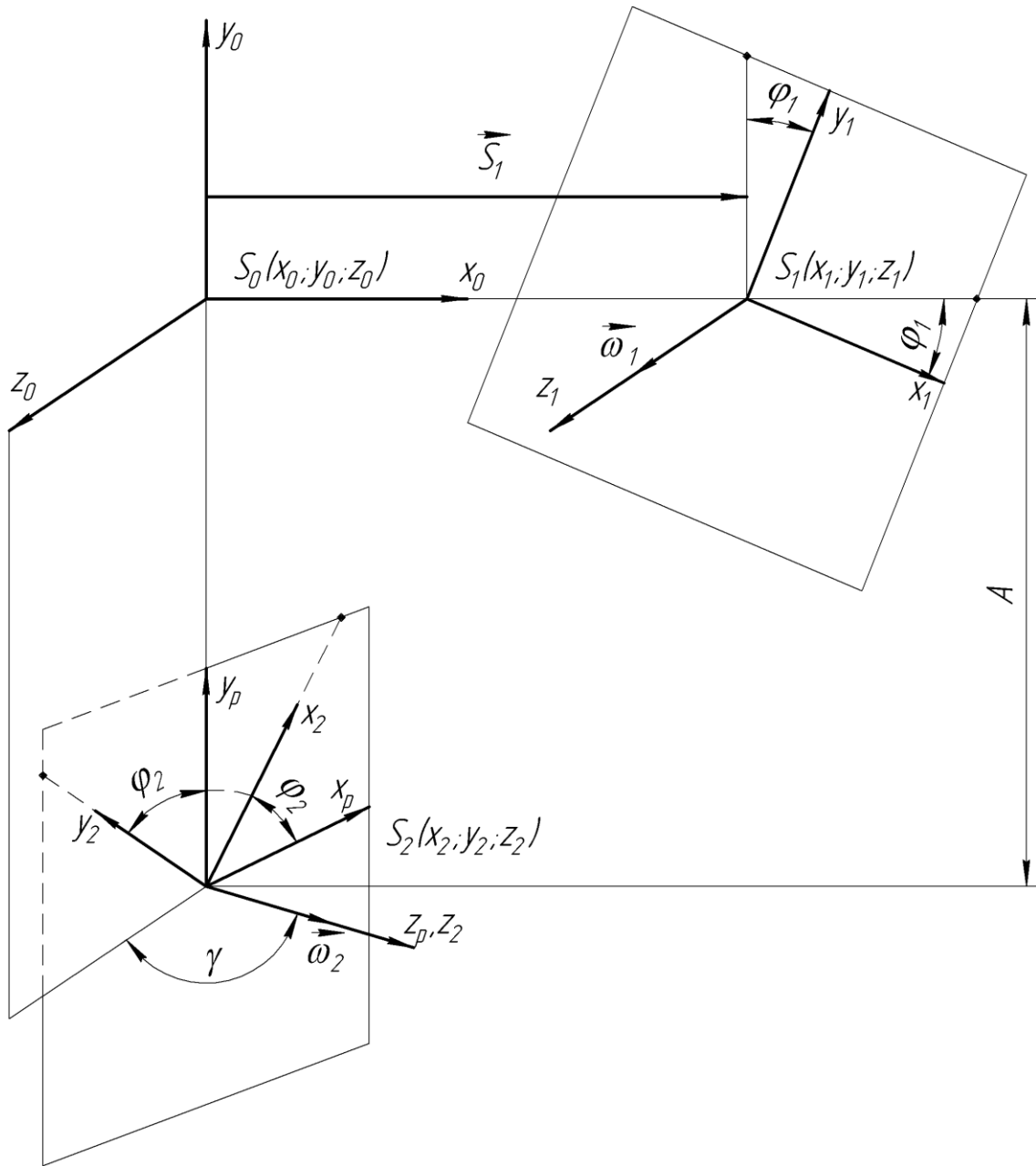


Рис. 2.2. Схема перехода от системы координат  $S_1$  к  $S_2$

Как видно на схеме переход  $M_{21}$  получается в 5 этапов. Для наглядности объединим пары этапов с простыми движениями и вращением. Получим:

$$M_{21} = M_{2p} M_{p0} M_{01} . \quad (2.3)$$

Перейдем от подвижной системы координат  $S_1(x_1; y_1; z_1)$ , связанной с исходным зубчатым колесом, к неподвижной системе  $S_0(x_0; y_0; z_0)$ , используя

принципы матриц перехода для перемещения и вращения координат [13, 6, 18]. Переход происходит в два движения: поворотом системы координат вокруг оси  $oz_1$  против часовой стрелки на угол  $\varphi_1$ , на который уже повернуто исходное зубчатое колесо в рассматриваемый момент времени, и последующим перемещением на некоторое расстояние  $S_1$  вдоль оси  $ox_0$ , на которое переместилось колесо относительно неподвижной системы координат  $S_0(x_0; y_0; z_0)$ . Вращение системы координат вокруг оси  $oz_1$  против часовой стрелки на угол  $\varphi_1$  можно записать в матричной форме:

$$M_{01R} = \begin{vmatrix} \cos \varphi_1 & -\sin \varphi_1 & 0 & 0 \\ \sin \varphi_1 & \cos \varphi_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (2.4)$$

Перемещение системы координат на некоторое расстояние  $S_1$  вдоль оси  $ox_0$ :

$$M_{01M} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & S_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (2.5)$$

Суммарное движение, которое должна совершить система координат  $S_1(x_1; y_1; z_1)$  для того чтобы занять положение  $S_0(x_0; y_0; z_0)$  можно задать матрицей  $M_{01}$  полученной в результате произведения матрицы перемещения  $M_{01M}$  на матрицу вращения  $M_{01R}$ :

$$M_{01} = M_{01M} \cdot M_{01R} = \begin{vmatrix} \cos \varphi_1 & -\sin \varphi_1 & 0 & S_1 \\ \sin \varphi_1 & \cos \varphi_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (2.6)$$

Перейдем от неподвижной системы координат  $S_0(x_0; y_0; z_0)$  к вспомогательной системе координат  $S_p(x_p; y_p; z_p)$ . Для этого также необходимо последовательно совершить два движения: перемещение системы координат  $S_p(x_p; y_p; z_p)$  на межосевое расстояние  $A$  вдоль оси  $oy_0$ , вращение получившейся системы координат вокруг оси  $oy_0$  против часовой стрелки на угол скрещивания осей  $\gamma$ . Запишем перемещение на межосевое расстояние  $A$  вдоль оси  $oy_0$  при помощи матрицы перехода  $M_{P0M}$ :

$$M_{P0M} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & A \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (2.7)$$

Поворот системы координат  $S_0(x_0; y_0; z_0)$  вокруг оси  $oy_0$  против часовой стрелки на угол скрещивания осей  $\gamma$ :

$$M_{P0R} = \begin{vmatrix} \cos \gamma & 0 & \sin \gamma & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \gamma & 0 & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (2.8)$$

Суммарное движение, которое должна совершить система координат  $S_0(x_0; y_0; z_0)$  для того чтобы занять положение  $S_p(x_p; y_p; z_p)$  можно задать

матрицей  $M_{P0}$  полученной в результате произведения матрицы перемещения  $M_{P0M}$  на матрицу вращения  $M_{P0R}$ :

$$M_{P0} = M_{P0M} \cdot M_{P0R} = \begin{vmatrix} \cos \gamma & 0 & \sin \gamma & 0 \\ 0 & 1 & 0 & A \\ -\sin \gamma & 0 & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (2.9)$$

Запишем переход от вспомогательной системы координат  $S_p(x_p; y_p; z_p)$  к системе координат гиперboloидного инструмента  $S_2(x_2; y_2; z_2)$  при помощи матрицы вращения  $M_{2P}$ . Для этого запишем поворот системы координат  $S_p(x_p; y_p; z_p)$  вокруг оси  $oz_p$  против часовой стрелки на некоторый угол  $\varphi_2$ , на который повернулся гиперboloидный шлифовальный круг за время до рассматриваемого момента:

$$M_{2P} = \begin{vmatrix} \cos \varphi_2 & -\sin \varphi_2 & 0 & 0 \\ \sin \varphi_2 & \cos \varphi_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (2.10)$$

Перемножив матрицы  $M_{2P}$  и  $M_{P0}$ , получим матрицу перехода  $M_{20}$ :

$$M_{20} = M_{2P} \cdot M_{P0} = \begin{vmatrix} \cos \varphi_2 & -\sin \varphi_2 & 0 & 0 \\ \sin \varphi_2 & \cos \varphi_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \cos \gamma & 0 & \sin \gamma & 0 \\ 0 & 1 & 0 & A \\ -\sin \gamma & 0 & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos \varphi_2 \cos \gamma & -\sin \varphi_2 & \cos \varphi_2 \sin \gamma & -A \sin \varphi_2 \\ \sin \varphi_2 \cos \gamma & \cos \varphi_2 & \sin \varphi_2 \sin \gamma & A \cos \varphi_2 \\ -\sin \gamma & 0 & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (2.11)$$

Найдем матрицу  $M_{21}$  как произведение матриц  $M_{20}$  и  $M_{01}$  :

$$\begin{aligned}
 M_{21} &= M_{20} \cdot M_{01} = \\
 &= \begin{vmatrix} \cos \varphi_2 \cos \gamma & -\sin \varphi_2 & \cos \varphi_2 \sin \gamma & -A \sin \varphi_2 \\ \sin \varphi_2 \cos \gamma & \cos \varphi_2 & \sin \varphi_2 \sin \gamma & A \cos \varphi_2 \\ -\sin \gamma & 0 & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \cos \varphi_1 & -\sin \varphi_1 & 0 & S_1 \\ \sin \varphi_1 & \cos \varphi_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \\
 &= \begin{vmatrix} \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 \cos \gamma - & -\sin \varphi_1 \cos \varphi_2 \cos \gamma - & \cos \varphi_2 \sin \gamma & \cos \varphi_2 \cos \gamma * S_1 - \\ -\sin \varphi_1 \sin \varphi_2 & -\cos \varphi_1 \sin \varphi_2 & & -A \sin \varphi_2 \\ \cos \varphi_1 \sin \varphi_2 \cos \gamma + & \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 - & \sin \varphi_2 \sin \gamma & \sin \varphi_2 \cos \gamma * S_1 + \\ + \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 & -\sin \varphi_1 \sin \varphi_2 \cos \gamma & & + A \cos \varphi_2 \\ -\cos \varphi_1 \sin \gamma & \sin \varphi_1 \sin \gamma & \cos \gamma & -S_1 * \sin \gamma \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (2.12)
 \end{aligned}$$

Подставив полученную матрицу перехода (2.12) в (2.2) получим параметры гиперboloида:

$$\begin{aligned}
 x_2 &= \cos \varphi_2 (z_1 \sin \gamma + S_1 \cos \gamma) + y_1 (-\sin \varphi_1 \cos \varphi_2 \cos \gamma - \cos \varphi_1 \sin \varphi_2) + \\
 &+ x_1 (\cos \varphi_1 \cos \varphi_2 \cos \gamma - \sin \varphi_1 \sin \varphi_2) - A \sin \varphi_2, \\
 y_2 &= \sin \varphi_2 (z_1 \sin \gamma + S_1 \cos \gamma) + y_1 (\cos \varphi_1 \cos \varphi_2 - \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 \cos \gamma) + \\
 &+ x_1 (\cos \varphi_1 \sin \varphi_2 \cos \gamma + \sin \varphi_1 \cos \varphi_2) + A \cos \varphi_2, \\
 z_2 &= -S_1 \sin \gamma + z_1 \cos \gamma + \sin \varphi_1 y_1 \sin \gamma - \cos \varphi_1 x_1 \sin \gamma.
 \end{aligned} \quad (2.13)$$

Выражения (2.13) представляет собой семейство поверхностей, из которых можно получить искомую поверхность однополостного гиперboloидного инструмента.

## 2.2 Определение поверхности зубьев гиперboloидного инструмента

Схема перехода от исходного зубчатого колеса к поверхности гиперboloидного инструмента позволила получить математическую модель семейства червячных гиперboloидных поверхностей. Среди всего семейства есть одна или несколько поверхностей, которые в данный момент времени зацепляются с исходным зубчатым колесом. Количество таких поверхностей равно числу заходов червячного шлифовального круга. Каждая такая поверхность получена поворотом другой на угол  $\kappa/Z_2$ , где  $\kappa \in [0; Z_2]$ . Остальное бесконечное множество поверхностей является следствием течения времени, что выражается в углах поворота  $\varphi_1$  исходного зубчатого колеса.

Определим поверхность зубьев гиперboloидного инструмента, выделив ее из семейства поверхностей (2.13). Для этого воспользуемся уравнением непрерывности станочного зацепления, получаемого гиперboloидного инструмента с исходным зубчатым колесом:

$$\vec{N}\vec{V}=0, \quad (2.14)$$

где  $\vec{V}$  – относительная скорость скольжения контактирующих поверхностей;

$\vec{N}$  – вектор нормали контактирующих поверхностей в точке контакта.

Условие в уравнении (2.14) выполняется, если скорости относительного движения контактных точек лежат в плоскости касательной к исходным поверхностям в точке контакта. При выполнении этого условия контактирующие поверхности не отстанут друг от друга (что приведет к исчезновению пары), и не внедрятся друг в друга (разрушение поверхности).

Известно, что если число зубьев исходного зубчатого колеса равно  $Z_1$ , и мы изготавливаем гиперboloидный инструмент с  $Z_2$  заходами (витками), передаточное число подобного зацепления равно:



$$u'_{21} = \frac{Z_1}{Z_2}. \quad (2.15)$$

Однако, вследствие относительного перемещения исходного колеса  $S_1$  вдоль искомого инструмента скорости их вращения, при которых происходит зацепление, не подчиняются этому соотношению. Поскольку скорость подачи  $S_1$  влияет только на силу резания и не влияет на форму получаемого инструмента, то при описании модели мы можем задаться любым удобным для нас значением.

Для определения передаточного числа вращения рассмотрим вращение исходного колеса. Поворачиваясь с постоянной угловой скоростью  $\omega_1$  за некоторое время  $t$  колесо повернется на угол  $\varphi_1$ . Начнем подачу  $S_1$  колеса. При направлениях вращения как на рис. 2.2, колесо необходимо вращать с большей скоростью для сохранения зацепления. Если диаметр делительной окружности  $d_1$  за то же некоторое время  $t$  колесо повернется на тот же угол  $\varphi_1$  так, что половина этого поворота была следствием зацепления с передаточным числом  $u'_{21}$ , а вторая половина следствием подачи  $S_1$ , то мы можем ввести следующие обозначения:

$$\begin{cases} u_{21} = 2u'_{21} = \frac{\varphi_2}{\varphi_1} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = 2 \frac{Z_1}{Z_2}, \\ S_1 = \frac{\pi d}{Z_1}. \end{cases} \quad (2.16)$$

Рассмотрим зуб зубчатого колеса представленный в прямоугольной система координат  $(x, y, z)$  в криволинейных координатах  $k, \psi$  (рис. 2.3), где  $\psi$  – координата, направленная вдоль зуба, совпадающая по направлению с осью  $oz$ , а  $k$  – криволинейная координата, повторяющая профиль зуба.

Разделим рабочую поверхность зуба на элементарные площадки, которые

при определенном приближении можно считать плоскостями, каждая из которых представляет собой точку контакта поверхностей зацепления. Тогда вектор нормали в точке контакта поверхностей будет вектором нормали элементарной площадки, и может быть получен произведением векторов:

$$\frac{\partial \vec{r}}{\partial k} \times \frac{\partial \vec{r}}{\partial \psi} = \vec{N} \quad (2.17)$$

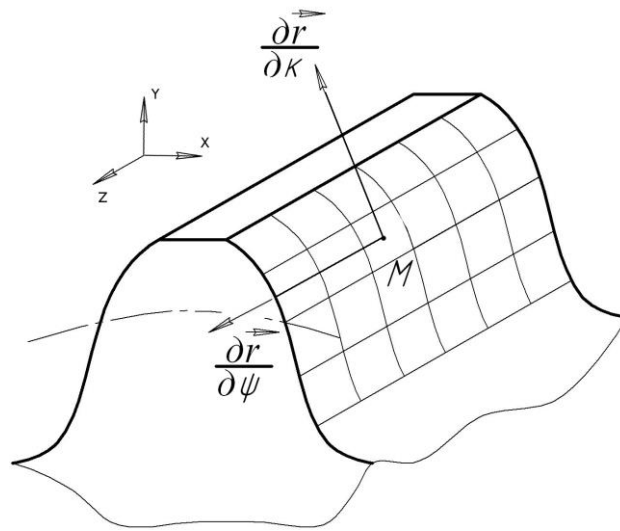


Рис. 2.3. Поверхность исходного зуба в прямоугольных координатах

Подставив вектор нормали  $\vec{N}$  и относительную скорость скольжения  $\vec{V}$  в уравнение (2.14) получим:

$$\left( \frac{\partial \vec{r}}{\partial k} \times \frac{\partial \vec{r}}{\partial \psi} \right) \frac{\partial \vec{r}}{\partial \varphi_1} = 0. \quad (2.18)$$

Спроецировав вектор нормали на оси декартовых координат, получим:

$$\begin{aligned}
 N_x &= \begin{vmatrix} \frac{\partial y_1}{\partial k} & \frac{\partial y_1}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial z_1}{\partial k} & \frac{\partial z_1}{\partial \varphi} \end{vmatrix} = \frac{\partial y_1}{\partial k} \cdot \frac{\partial z_1}{\partial \varphi} - \frac{\partial y_1}{\partial \varphi} \cdot \frac{\partial z_1}{\partial k}, \\
 N_y &= \begin{vmatrix} \frac{\partial z_1}{\partial k} & \frac{\partial z_1}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial x_1}{\partial k} & \frac{\partial x_1}{\partial \varphi} \end{vmatrix} = \frac{\partial z_1}{\partial k} \cdot \frac{\partial x_1}{\partial \varphi} - \frac{\partial z_1}{\partial \varphi} \cdot \frac{\partial x_1}{\partial k}, \\
 N_z &= \begin{vmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial k} & \frac{\partial x_1}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial y_1}{\partial k} & \frac{\partial y_1}{\partial \varphi} \end{vmatrix} = \frac{\partial x_1}{\partial k} \cdot \frac{\partial y_1}{\partial \varphi} - \frac{\partial x_1}{\partial \varphi} \cdot \frac{\partial y_1}{\partial k}.
 \end{aligned} \tag{2.19}$$

В выражении (2.19) проекции векторов на оси, перпендикулярные векторам, принимают значение 0:

$$\frac{\partial z_1}{\partial k} = \frac{\partial y_1}{\partial \varphi} = \frac{\partial x_1}{\partial \varphi} = 0. \tag{2.20}$$

При совпадении вектора с осью проекции получаем полную величину вектора:

$$\frac{\partial z_1}{\partial \varphi} = 1. \tag{2.21}$$

Оставшимся проекциям выражения (2.19) примем обозначения:

$$\begin{aligned}\frac{\partial x_1}{\partial k} &= -x_1'; \\ \frac{\partial y_1}{\partial k} &= y_1'.\end{aligned}\tag{2.22}$$

Подставив (2.20), (2.21) и (2.22) в (2.19) получим вектор нормали:

$$\begin{aligned}N_x &= y_1' \cdot 1 - 0 \cdot 0 = y_1'; \\ N_y &= 0 \cdot 0 - 1 \cdot (-x_1') = x_1'; \\ N_z &= (-x_1') \cdot 0 - 0 \cdot y_1' = 0;\end{aligned}\tag{2.23}$$

$$\vec{N} = x_1' \vec{i} + y_1' \vec{j} = \begin{vmatrix} x_1' \\ y_1' \\ 0 \end{vmatrix}.\tag{2.24}$$

Для определения относительной скорости скольжения воспользуемся правилом теоретической механики: окружная скорость любой точки зуба равна угловой скорости вращения колеса на расстояние этой точки относительно оси вращения:

$$\vec{V}_1 = \vec{\omega}_1 \times \vec{r}_1.\tag{2.25}$$

Окружная скорость получаемого гиперboloида:

$$\vec{V}_2 = \vec{\omega}_2 \times \vec{r}_2.\tag{2.26}$$

Для выражения скорости  $\vec{V}_2$  в значения соответствующих исходному колесу, приведем угловую скорость  $\vec{\omega}_2$  к началу координат  $S_1(x_1; y_1; z_1)$ . При этом вектор угловой скорости  $\vec{\omega}_2$  можно заменить вектором  $\vec{\omega}_1^{(12)}$  и вектором моментом:

$$m_1(\vec{\omega}_2) = \vec{r}_2 \times \vec{\omega}_2,\tag{2.27}$$

где  $\vec{r}_2$  – радиус-вектор, проведенный из начала координат  $S_1(x_1; y_1; z_1)$  к произвольной точке на линии действия вектора  $\vec{\omega}_2$ . Если в качестве такой точки выбрать начало координат  $S_2(x_2; y_2; z_2)$ , то скорость  $\vec{V}_2$  примет вид:

$$\vec{V}_2 = \vec{\omega}_1^{(2)} \times \vec{r}_1 + m_1(\vec{\omega}_2). \quad (2.28)$$

Относительная скорость скольжения:

$$\vec{V}^{12} = \vec{V}_1 - \vec{V}_2 = \vec{\omega}_1^{(1)} \times \vec{r}_1 - \left( \vec{\omega}_1^{(2)} \times \vec{r}_1 + m_1(\vec{\omega}_2) \right) = \vec{\omega}^{(12)} \times \vec{r}_1 - \vec{A} \times (\vec{\omega}_1)^{(2)}. \quad (2.29)$$

При этом были приняты следующие сокращения:

$$\begin{aligned} \vec{\omega}^{(12)} &= \vec{\omega}_1^{(1)} - \vec{\omega}_1^{(2)}; \\ \vec{\omega}_1^{(1)} &= \omega_1 \vec{k}; \\ \vec{\omega}_1^{(2)} &= \omega_2 \sin \gamma \vec{i} + \omega_2 \cos \gamma \vec{k}; \\ \vec{A} &= S_1 \vec{i} + A \vec{j}. \end{aligned} \quad (2.30)$$

где:  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  – единичные орты системы координат  $S_1(x_1; y_1; z_1)$ .

Для этого примем величину угловой скорости вращения исходного зубчатого колеса за  $\omega_1$ , тогда угловая скорость получаемого гиперboloида составит  $\omega_2 = \omega_1 \cdot u_{21}$ . Подставив принятые обозначения в (2.29) и раскрыв выражение, получим проекции относительной скорости скольжения на декартовы оси координат:

$$\begin{aligned} V_x^{(12)} &= u_{21} \omega_1 z_1 \sin \varphi_1 \sin \gamma + u_{21} \omega_1 S_1 \sin \varphi_1 \cos \gamma + \\ &+ y_1 (u_{21} \omega_1 \cos \gamma - \omega_1) - u_{21} \omega_1 A \cos \varphi_1 \cos \gamma; \\ V_y^{(12)} &= \cos \varphi_1 u_{21} \omega_1 z_1 \sin \gamma + S_1 u_{21} \omega_1 \cos \varphi_1 \cos \gamma + \\ &+ x_1 (\omega_1 - u_{21} \omega_1 \cos \gamma) + u_{21} \omega_1 A \sin \varphi_1 \cos \gamma; \\ V_z^{(12)} &= u_{21} \omega_1 A \sin \gamma - \cos \varphi_1 u_{21} \omega_1 y_1 \sin \gamma - \sin \varphi_1 u_{21} \omega_1 x_1 \sin \gamma. \end{aligned} \quad (2.31)$$

$$\begin{aligned}
V^{12} = & u_{21}\omega_1 z_1 \sin\varphi_1 \sin\gamma + u_{21}\omega_1 S_1 \sin\varphi_1 \cos\gamma + y_1(u_{21}\omega_1 \cos\gamma - \omega_1) - \\
& - u_{21}\omega_1 A \cos\varphi_1 \cos\gamma + \cos\varphi_1 u_{21}\omega_1 z_1 \sin\gamma + S_1 u_{21}\omega_1 \cos\varphi_1 \cos\gamma + \\
& + x_1(\omega_1 - u_{21}\omega_1 \cos\gamma) + u_{21}\omega_1 A \sin\varphi_1 \cos\gamma + u_{21}\omega_1 A \sin\gamma - \\
& - \cos\varphi_1 u_{21}\omega_1 y_1 \sin\gamma - \sin\varphi_1 u_{21}\omega_1 x_1 \sin\gamma.
\end{aligned} \tag{2.32}$$

Получим недостающее 4-е уравнение из уравнения непрерывности станочного зацепления, подставив выражения (2.24) и (2.32) в (2.14):

$$\begin{aligned}
& u_{21}z_1x_1'(\sin\varphi_1\sin\gamma\omega_1 + u_{21}\omega_1 S_1\sin\varphi_1\cos\gamma + y_1(u_{21}\omega_1\cos\gamma - \omega_1) - \\
& - u_{21}\omega_1 A\cos\varphi_1\cos\gamma) + y_1'(u_{21}\omega_1(z_1\cos\varphi_1\sin\gamma + S_1\cos\varphi_1\cos\gamma + A\sin\varphi_1\cos\gamma) + \\
& + x_1(\omega_1 - u_{21}\omega_1\cos\gamma)) = 0.
\end{aligned} \tag{2.33}$$

$$\begin{aligned}
& u_{21}z_1x_1'(\sin\varphi_1\sin\gamma + u_{21}S_1\sin\varphi_1\cos\gamma + y_1(u_{21}\cos\gamma - 1) - u_{21}A\cos\varphi_1\cos\gamma) + \\
& + y_1'(u_{21}(z_1\cos\varphi_1\sin\gamma + S_1\cos\varphi_1\cos\gamma + A\sin\varphi_1\cos\gamma) + x_1(1 - u_{21}\cos\gamma)) = 0.
\end{aligned} \tag{2.34}$$

Таким образом, получаем искомую систему уравнений, которая описывает поверхность гиперboloидного шлифовального круга:

$$\begin{cases}
x_2 = \cos\varphi_2(z_1\sin\gamma + S_1\cos\gamma) + y_1(-\sin\varphi_1\cos\varphi_2\cos\gamma - \cos\varphi_1\sin\varphi_2) + \\
+ x_1(\cos\varphi_1\cos\varphi_2\cos\gamma - \sin\varphi_1\sin\varphi_2) - A\sin\varphi_2, \\
y_2 = \sin\varphi_2(z_1\sin\gamma + S_1\cos\gamma) + y_1(\cos\varphi_1\cos\varphi_2 - \sin\varphi_1\sin\varphi_2\cos\gamma) + \\
+ x_1(\cos\varphi_1\sin\varphi_2\cos\gamma + \sin\varphi_1\cos\varphi_2) + A\cos\varphi_2, \\
z_2 = -S_1\sin\gamma + z_1\cos\gamma + \sin\varphi_1 y_1 \sin\gamma - \cos\varphi_1 x_1 \sin\gamma, \\
u_{21}z_1x_1'(\sin\varphi_1\sin\gamma + u_{21}S_1\sin\varphi_1\cos\gamma + y_1(u_{21}\cos\gamma - 1) - u_{21}A\cos\varphi_1\cos\gamma) + \\
+ y_1'(u_{21}(z_1\cos\varphi_1\sin\gamma + S_1\cos\varphi_1\cos\gamma + A\sin\varphi_1\cos\gamma) + x_1(1 - u_{21}\cos\gamma)) = 0.
\end{cases} \tag{2.35}$$

Приведенная система уравнений является полностью определенной и показывает существование теоретической поверхности гиперboloидного шлифовального инструмента, получаемого в процессе огибания гиперboloидной заготовки цилиндрическим зубчатым колесом.

### 2.3 Профиль зуба гиперboloидного шлифовального круга в пространстве

Зацепляясь в пространственном станочном зацеплении, гиперboloидный шлифовальный круг и цилиндрическое зубчатое колесо образуют сложную кривую контакта в пространстве. Для изучения отдельных точек контакта необходим способ определения точки контакта в произвольный момент времени. Рассмотрим прямозубые цилиндрические зубчатые колеса, имеющие  $Z_1$  зубьев и постоянный профиль по ширине, определенный функциями:

$$\begin{aligned} x_1 &= r_b (\sin Q - Q \cos Q), \\ y_1 &= -r_b (\cos Q + Q \sin Q). \end{aligned} \quad (2.36)$$

где  $Q$  – угол развертки эвольвенты профиля зуба,  $r_b$  – радиус основной окружности.

Профиль зуба, получаемый разверткой эвольвенты, показан на рис. 2.4.

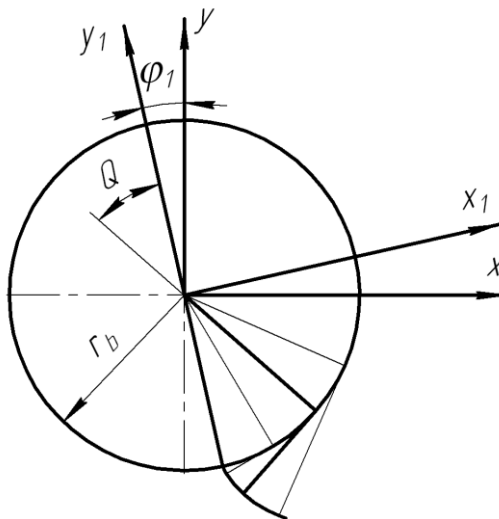


Рис. 2.4. Развертка эвольвенты

На рис. 2.4 изображен профиль боковой поверхности одного зуба зубчатого

колеса, образованный разверткой эвольвенты. Все зубчатое колесо повернуто на угол  $\varphi_1$  против часовой стрелки вокруг оси  $OZ$ , перпендикулярной плоскости рисунка. Оси  $ox$  и  $oy$  заняли соответствующие положения  $ox_1$  и  $oy_1$ . Начиная развертку эвольвенты из точки  $\{0; -r_b; 0\}$  в системе координат  $S_1(x_1; y_1; z_1)$  по формулам (2.36) получаем искомый профиль зуба цилиндрического зубчатого колеса.

Для выражения (2.35) необходимы первые производные траектории развертки эвольвенты, очерчивающей профиль зуба:

$$\begin{aligned} x'_1 &= r_b Q \sin Q, \\ y'_1 &= -r_b Q \cos Q. \end{aligned} \quad (2.37)$$

Изменяя угол развертки эвольвенты  $Q$ , получаем точки, принадлежащие зубу зубчатого колеса. Для каждого момента времени существует такая координата  $z_2$ , что вектор, проведенный в точку  $\{x_2; y_2; z_2\}$  в системе координат  $S_2(x_2; y_2; z_2)$ , попадет в точку  $\{x_1; y_1; z_1\}$  в системе координат  $S_1(x_1; y_1; z_1)$ . Рассчитать такую координату  $z_2$  возможно преобразовав систему уравнений (2.35), описывающих поверхность гиперболоидного шлифовального круга. Выразим из четвертого уравнения системы (2.35) переменную  $z_1$ :

$$z_1 = -((\cos \varphi_1 u_{21} y'_1 + \sin \varphi_1 u_{21} x'_1) \cos \gamma S_{11} + ((\sin \varphi_1 u_{21} y'_1 - \cos \varphi_1 u_{21} x'_1) A - u_{21} x_1 y'_1 + u_{21} x'_1 y_1) \cos \gamma + x_1 y'_1 - x'_1 y_1) / ((\cos \varphi_1 u_{21} y'_1 + \sin \varphi_1 u_{21} x'_1) \sin \gamma) \quad (2.38)$$

Подставим полученное выражение (2.38) в третье уравнение (2.35):

$$\begin{aligned} z_2 = & -S_1 \sin \gamma + \sin \varphi_1 y_1 \sin \gamma - \cos \varphi_1 x_1 \sin \gamma - \\ & (\cos \gamma ((\cos \varphi_1 u_{21} y'_1 + \sin \varphi_1 u_{21} x'_1) \cos \gamma S_{11} + \\ & + ((\sin \varphi_1 u_{21} y'_1 - \cos \varphi_1 u_{21} x'_1) A - u_{21} x_1 y'_1 + u_{21} x'_1 y_1) \cos \gamma + x_1 y'_1 - x'_1 y_1)) / \\ & ((\cos \varphi_1 u_{21} y'_1 + \sin \varphi_1 u_{21} x'_1) \sin \gamma) \end{aligned} \quad (2.39)$$

В выражении (2.39) переменные  $x_1$ ,  $y_1$ ,  $x'_1$  и  $y'_1$  зависят от одной переменной – угла развертки эвольвенты  $Q$ . При поиске точки контакта при определенном угле развертки  $Q$ , эти переменные определены. Таким образом, в выражении (2.39) есть две неизвестные:  $z_2$  и  $\varphi_1$ . Зная значение одной можно



получить значение другой. Поскольку, вторая неизвестная  $\varphi_1$  не может быть выражена из выражения (2.39), поиск ее значения необходимо производить итерационно.

Используя в пространственном станочном зацеплении зуб зубчатой рейки вместо вращающегося цилиндрического зубчатого колеса, получаем более простые системы уравнений. Вращение цилиндрического колеса заменяется дополнительным поступательным движением вдоль оси  $ox$ . При  $\varphi_1 = 0$ :

$$\begin{aligned}\sin \varphi_1 &= \sin 0 = 0, \\ \cos \varphi_1 &= \cos 0 = 1.\end{aligned}\quad (2.40)$$

Имеем упрощенную запись семейства зубчатых поверхностей однополостных гиперboloидов:

$$\begin{cases} x_2 = \cos \varphi_2 (z_1 \sin \gamma + \cos \gamma (S_1 + x_1)) - y_1 \sin \varphi_2 - A \sin \varphi_2, \\ y_2 = \sin \varphi_2 (z_1 \sin \gamma + \cos \gamma (S_1 + x_1)) + y_1 \cos \varphi_2 + A \cos \varphi_2, \\ z_2 = -S_1 \sin \gamma + z_1 \cos \gamma - x_1 \sin \gamma. \end{cases}\quad (2.41)$$

Смещение  $S_1$  вдоль оси  $ox$  рассчитаем исходя из условия, что когда гиперboloидный шлифовальный круг совершает один полный оборот, зуб зубчатой рейки должен переместиться на расстояние пропорциональное числу заходов гиперboloида (числу зубьев  $Z_2$ ) и расстоянию между одноименными профилями зубчатой рейки.

$$\begin{cases} \varphi_2 = 2\pi, \\ S_1 = Z_2 \pi m. \end{cases} \rightarrow \frac{S_1}{\varphi_2} = \frac{Z_2 \pi m}{2\pi} = \frac{Z_2 m}{2}; \rightarrow S_1 = \frac{Z_2 m \varphi_2}{2}.\quad (2.42)$$

Подставив (2.42) в третье уравнение (2.41) получим выражение для определения угла поворота гиперboloидного инструмента:

$$\varphi_2 = -\frac{2x_1 \sin \gamma + 2z_2}{mZ_2 \sin \gamma}.\quad (2.43)$$

Полученные геометрические закономерности дополняют математическую модель червячной гиперboloидной поверхности и показывает угол, на который

должен повернуться инструмент чтобы находится в зоне зацепления с зубом цилиндрического зубчатого колеса в точке  $x_1$  на высоте гиперboloида  $z_2$ , отмерянной от горлового сечения, при угле скрещивания осей  $\gamma$  и количестве заходов червяка  $Z_2$ .

## Выводы по главе 2

1. Получена математическая модель трехмерной червячной винтовой поверхности инструмента за счет подачи зубчатой рейки вдоль прямолинейной образующей однополостного гиперboloида.

2. Предложена схема формообразования многозаходного гиперboloидного шлифовального круга.

3. Найдены координаты точек поверхности гиперboloидного шлифовального круга в единой системе координат.

4. Доказана нецелесообразность математического выражения червячной гиперboloидной поверхности в системе координат зубчатого колеса, поскольку исследуемый инструмент и цилиндрическое зубчатое колесо осуществляют согласованное вращение вокруг своих осей, которые лежат на скрещивающихся прямых.

5. Предложено задавать собственные системы координат для каждого тела, имеющего ось вращения, таким образом, чтобы ось вращения совпадала с одной из осей декартовой системы координат.

6. Предложено благодаря двум различным системам координат, связанным с исходным цилиндрическим колесом и получаемым инструментом гиперboloидной формы, применять матричный аппарат для выведения матрицы перехода между ними, который предусматривает последовательные элементарные переходы и повороты через вспомогательные системы координат.

7. Получена теоретическая поверхность гиперboloидного шлифовального инструмента в виде системы математических уравнений, позволяющая провести компьютерное моделирование процесса формообразования.

## РАЗДЕЛ 3

ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ ГИПЕРБОЛОИДНОГО ШЛИФОВАЛЬНОГО  
КРУГА

## 3.1 Построение модели гиперболоидного шлифовального круга

Модель гиперболоидного шлифовального круга состоит из двух основных поверхностей, по которым происходят зацепления первой (face1) и второй (face2) стороны зуба зубчатого колеса и нескольких поверхностей, которые не участвуют в процессе зацепления. Будем рассматривать только поверхности, которые представляют интерес для исследования. Получение абсолютно всех точек модели не возможно из-за ограниченности ресурсов современной вычислительной техники, но для исследования достаточно и их небольшого количества. Назовем необходимое количество точек одной стороны профиля зубчатой рейки  $\max Q$ . Пусть все эти точки равномерно распределены по контуру профиля. Тогда перебирая все точки от 0-ой до  $\max Q$ -й условно проходим весь профиль зубчатой рейки и получаемые пары координат  $\{x_1; y_1\}$ :

$$\begin{cases} y_1 = -2mQ_{ind}/\max Q; \\ x_1 = -S_a/2 + y_1 \tan \alpha, \text{ face1}; \\ x_1 = +S_a/2 - y_1 \tan \alpha, \text{ face2}; \end{cases} \quad (3.1)$$

где  $Q_{ind}$  - текущий индекс точки профиля зубчатой рейки;

$\alpha = 20^\circ$  – угол профиля зубчатой рейки;

$S_a = m \left( \frac{\pi}{2} - 2 \tan \alpha \right)$  – ширина впадины зуба зубчатой рейки.

Для каждой известной точки  $\{x_1; y_1\}$  получаем семейство точек, которое условно можно назвать гладкой пространственной кривой в системе координат

$S_2(x_2; y_2; z_2)$ , по которой происходит контакт точки  $\{x_1; y_1\}$  в разный момент времени. Кривую получаем перебирая интересующие значения для переменной  $z_2$ . Задавая текущее значение  $z_2$  получаем из (2.43) значение угла поворота гиперболоидного шлифовального круга вокруг оси вращения  $\varphi_2$ . Зная значение угла поворота  $\varphi_2$  получаем текущее смещение  $S_1$  из выражения (2.42). Используя (2.41) получаем значения переменных  $x_2$  и  $y_2$ . Перечисленная последовательность действий повторяется для обеих поверхностей face1 и face2, и для всех  $\max Q + 1$  точек профиля.

Исходные данные для построения модели, используя вышеперечисленный алгоритм, можно задавать в двух вариантах в зависимости от цели моделирования. В обоих вариантах общими данными являются:  $m$  – модуль зуба цилиндрического зубчатого колеса (зубчатой рейки);  $Z_2$  – число зубьев гиперболоидного шлифовального круга (число заходов гиперболоидного червяка);  $\max Q$  – необходимое количество точек для моделирования одной стороны профиля зубчатой рейки (количество приращений угла развертки эвольвенты для описания полного профиля зуба).

Первый вариант задания исходных данных модели начинается с угла скрещивания осей гиперболоидного шлифовального круга и цилиндрического зубчатого колеса  $\gamma$  (мнимой осью зубчатой рейки). Зная угол скрещивания осей  $\gamma$  можно определить:  $m_2$  – модуль торцовый гиперболоидного инструмента;  $d_2^i$  – делительный диаметр гиперболоидного инструмента в горловом сечении;  $A_p$  – кратчайшее расстояние от оси вращения гиперболоидного инструмента до основания зуба зубчатой рейки.

$$m_2 = \frac{m}{\cos(180 - \gamma)}. \quad (3.2)$$

$$d_2^i = m_2 Z_2. \quad (3.3)$$

$$A_p = d_2^i / 2. \quad (3.4)$$

Второй вариант построения модели начинается с задания делительного диаметра гиперболоидного инструмента в горловом сечении  $d_2^i$ , и из него преобразуя выражения (3.2), (3.3) и (3.4) получаем:

$$m_2 = \frac{d_2^i}{Z_2}. \quad (3.5)$$

$$\gamma = 180 - \arccos\left(\frac{m}{m_2}\right). \quad (3.6)$$

Для сокращения объемов вычислений можно создать временные переменные, хранящие значения функций, не изменяющихся во времени:  $\sin \gamma$ ,  $\cos \gamma$ ,  $\tan 20^\circ$ .

Решение системы (2.41) выполнено численными методами при помощи Eclipse SDK – свободной интегрированной среды разработки модульных кроссплатформенных приложений, которая развивается и поддерживается Eclipse Foundation [68]. К основным преимуществам данной среды следует отнести: активное развитие и поддержка; возможность работать с зарекомендовавшим себя за многие годы, компилируемым, поддерживающим объектно-ориентированное программирование – языком C++[93]; кроссплатформенность – способность программного обеспечения функционировать в нескольких различных операционных системах или на разных аппаратных платформах (например, Microsoft Windows, GNU/Linux, мобильных платформах Android и Symbian OS).

C++ – компилируемый статически типизированный язык программирования общего назначения, который сочетает свойства как высокоуровневых, так и низкоуровневых языков. На сегодня широко используется для разработки программного обеспечения, к которому относятся прикладные программы различных назначений.

Основные этапы, позволяющие определять точки поверхности гиперболоидного зубчатого колеса и производить графический вывод данных, приведен на рисунке 3.1.

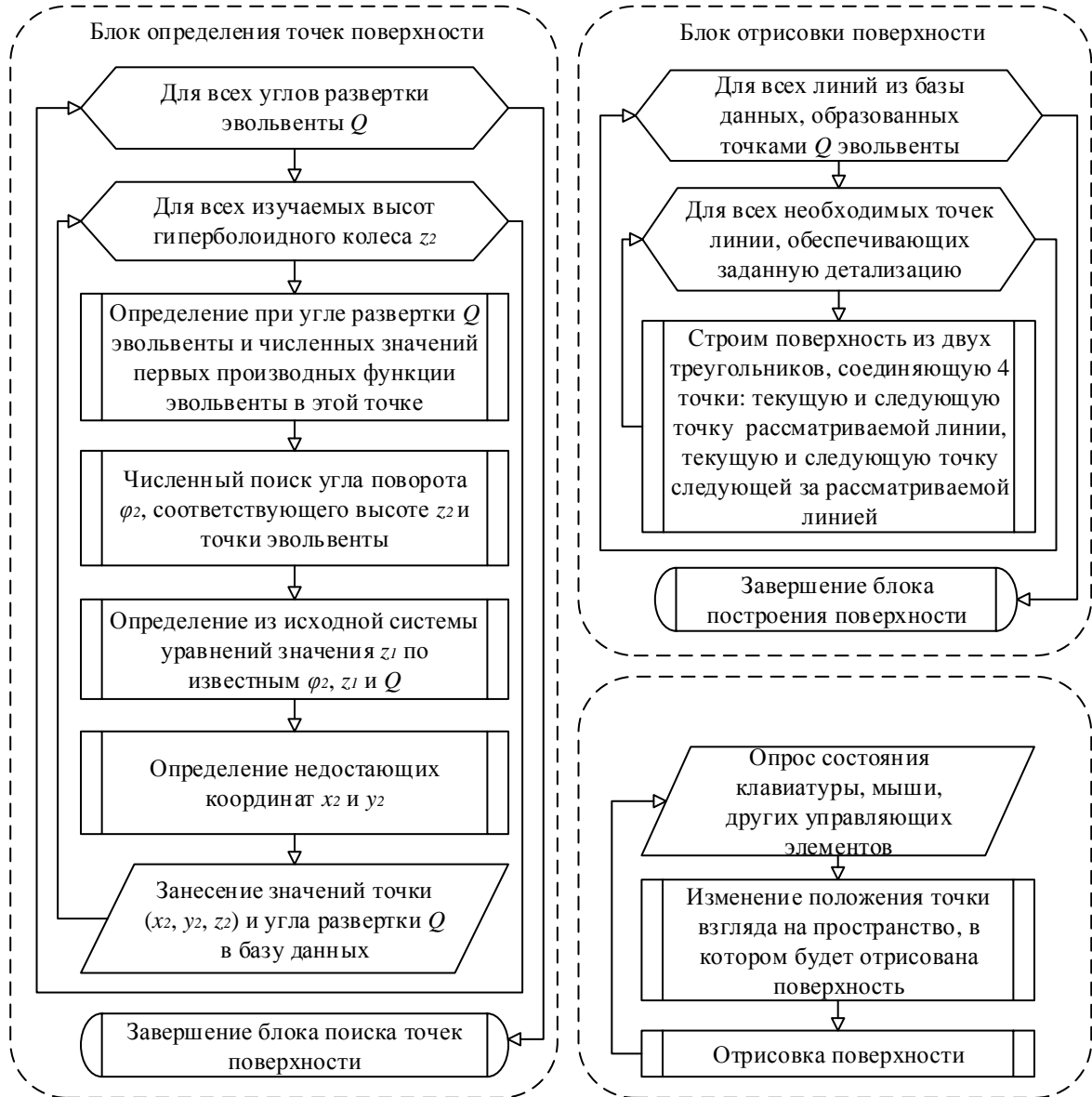


Рис 3.1. Упрощенный алгоритм работы основных частей программы

Упрощенный алгоритм работы, представленный на Рис 3.1, состоит из трех основных блоков: блок определения точек поверхности, блок отрисовки поверхности, блок ввода вывода информации. Основные блоки, представляющие собой несколько программ, соединенных в рамках единого проекта, показаны на алгоритме работы программы пунктирными линиями. Для изображения алгоритма

работы программы, применены четыре графических изображения блока действий: прямоугольник со скругленными углами – блок завершения основного блока программы; прямоугольник с двойными боковыми границами – участок кода программы, представляющий собой определенную операцию или функцию; параллелограмм – участок кода ввода или вывода информации; четвертый тип блока показывает необходимость повторения указанных блоков программы и представляет из себя циклическую конструкцию. Текст внутри любого блока кратко описывает основные действия, выполняемые этим участком кода программы. Порядок следования блоков показан соединительными линиями, оканчивающимися стрелочками. В любой момент алгоритма работы программы переход к следующему блоку однозначно определен – к некоторым блокам может приходиться несколько стрелочек, что означает возможность выполнить некоторые операции, переключившись на них из разных участков программы, но количество исходящих стрелочек не превышает одной.

Алгоритм работы блока определения точек поверхности, представленный на Рис 3.1, можно прочесть следующим образом. Попав в блок "Для всех углов развертки эвольвенты  $Q$ " в первый раз, выбирается первый угол развертки эвольвенты и происходит переход к следующему блоку "Для всех изучаемых высот гиперболоидного колеса  $z_2$ ", где при каждом первом заходе выбирается начальная высота, и с уже с двумя выбранными параметрами происходит переход к следующему блоку. Далее пошагово выполняются команды, позволяющие определить значения первых производных функции эвольвенты в точке, соответствующей углу развертки эвольвенты. "Численный поиск угла поворота  $\varphi_2$ , соответствующего высоте  $z_2$  и точки эвольвенты" и блоки определения недостающих параметров завершают основной алгоритм поиска точки со значением координаты  $z=z_2$  на винтовой гиперболоидной поверхности, которые соответствуют углу развертки эвольвенты профиля цилиндрического зубчатого колеса. Полученные координаты точки сохраняются действиями "Занесение пары значений точки  $(x_2, y_2, z_2)$  и угла развертки эвольвенты в базу данных". Все перечисленные действия повторяются для всех последующих высот

гиперboloидного колеса при том же угле развертки эвольвенты. Перебрав все высоты гиперboloидного колеса, выбирается следующий угол развертки эвольвенты. Все действия повторяются для нового выбранного угла развертки эвольвенты, начиная с выбора первой высоты гиперboloидного колеса. После перебора все углов развертки экспоненты, выполняется переход на блок "Завершение блока поиска точек поверхности", и управление передается другим участкам программы: блоку отрисовки поверхности и блоку ввода вывода.

Рассматривая вместо цилиндрического зубчатого колеса с эвольвентным профилем зуба зубчатую рейку с углом профиля зуба  $20^\circ$ , алгоритм работы программы полностью сохраняют свою структуру, но принимает несколько более простую реализацию, связанную с переходом от кривой эвольвентной формы профиля к прямой.

Назовем все собранное семейство точек "points". В таком случае нам необходимо иметь два набора points для разделения всех точек на точки, вступающие в зацепление с левой и правой стороной зуба зубчатой рейки или зубчатого колеса. Для удобства хранения данных можно представить points в виде массива, состоящего из двух элементов. В языке C++ нумерация элементов массивом начинается с нуля, поэтому точки, находящиеся в зацеплении с одной стороной зуба будем называть points[0], а с другой points[1]. Поскольку в процессе моделирования невозможно хранить все точки бесконечного пространства, было принято решение сохранять и обрабатывать точки, расположенные на некотором небольшом удалении друг от друга. Нелинейность поверхности получаемого гиперboloидного инструмента не позволяет задать равномерную сетку по всем трем осям декартовой системы координат. Единственной линейной величиной из исходных данных является боковая поверхность зуба зубчатой рейки, поэтому начальную сетку целесообразно задать вдоль высоты зуба зубчатой рейки. Семейства точек points[0] и points[1] можно представить в виде массива семейств точек, представляющих собой пространственные винтовые линии на поверхности однополостный гиперboloид. Обращение к этим семействам будет по второй размерности массива points – points[face][Q\_ind], где face – 0 или 1, Q\_ind может



принимать целочисленные значения на отрезке  $[0; \max\_Q]$ .

Расстояние между любыми двумя соседними точками `points[face][Q_ind]` не зависит от шага, образованного  $Q\_ind$  и  $Q\_ind+1$  кривыми. На точность модели больше влияет шаг вдоль оси  $z_2$ , поскольку на ту же самую условную единицу длины вдоль прямой линии приходится значительно большее расстояние пространственной кривой.

Получение всего семейства точек `points` с необходимой точностью может стать достаточно длительным процессом для проведения коротких исследований и режимов отладки программы. Выходом может служить добавление характеристики модели `min_Q`, которая задает номер начальной обрабатываемой кривой вдоль высоты зуба, что позволит создать меньшие по объему неполные модели поверхностей. Так, например, при длине боковой поверхности зуба 2 мм без применения `min_Q`, упростив модель `max_Q=1`, получаем два семейства кривых для каждой поверхности зуба зубчатой рейки, шаг между которыми составляет 2 мм, что неприемлемо при любых исследованиях. Однако, сохранив точность модели в пределах `max_Q=20`, получаем шаг сетки в пределах 0,1 мм, что в данном направлении вполне удовлетворительная точность, способная показать характер исследуемых характеристик, но повышается время работы программы в 10 раз. Сохранив шаг сетки, обусловленный величиной `max_Q`, повысим `min_Q`, например, до значения `max_Q-1`. Время работы сохраняется в пределах упрощения модели посредством `max_Q`, однако точность не понижается.

```
void Cube::draw_Hyperboloid()
{
    double x2, y2, x1, y1, z1=0, fi2, S1;
    for(int face=0; face< 2; face++)
    {
        for(int Q_ind=0; Q_ind<max_Q+1; Q_ind++)
        {
            points[face].push_back( TPointVector());
        }
    }
    // по уравнениям гиперболоидной поверхности рассчитываем точки сторон face
    for(int face=0; face< 2; face++)
    {
        // ограничиваем количество анализируемых кривых вдоль высоты зуба
        for(int Q_ind=min_Q; Q_ind<max_Q+1; Q_ind++)
        {
            // y координата - высота от ножки зуба зубчатой рейки
            y1=-2.0*m*Q_ind/max_Q;
```

```

// x координату выбираем в зависимости от стороны зуба
if(face==0)
    x1=-Sa/2+y1*tanGammaProfile;
else
    x1=+Sa/2-y1*tanGammaProfile;
// перебираем высоты
for(double z2=-L; z2< L; z2+=0.01)
{
    fi2=-(-2*x1*sinG+2*z2)/(m*zub2_count*sinG);
    S1=-(fi2*m*zub2_count)/2;
    x2=cos(fi2)*z1*sinG+cos(fi2)*cosG*S1+cos(fi2)*x1*cosG-sin(fi2)*A-
sin(fi2)*y1;
y2=sin(fi2)*z1*sinG+sin(fi2)*cosG*S1+sin(fi2)*x1*cosG+cos(fi2)*A+cos(fi2)*y1;
    points[face][Q_ind].items.push_back(TPoint3d(x2, y2, z2, 0.0, fi2,
z1));
}
}
}
}
}

```

В результате работы алгоритма формируется база данных, в которой содержится информация о точках поверхности гиперboloидного колеса, и графическое представление этих точек, выполненное при помощи OpenGL, которое позволяет визуально показать процесс зацепления гиперboloидного и зубчатых колес.

### 3.2 Графическое отображение поверхности модели гиперboloидного шлифовального круга

Полученное семейство точек гиперboloидного шлифовального круга представляют собой основную компьютерную модель, вычисленную с необходимой точностью. Просмотр числовых данных не дает реального представления о пространственной форме инструмента. Для более глубокого понимания процесса зацепления зубчатого колеса и гиперboloидного шлифовального круга необходимо визуализировать получаемые данные. Существует несколько специализированных технологий отображения трехмерного пространства на плоскости с применением персонального компьютера. Одной их самых известных является технология OpenGL.

OpenGL (Open Graphics Library – открытая графическая библиотека, графическое API) — спецификация, определяющая независимый от языка

программирования платформонезависимый программный интерфейс для написания приложений, использующих двухмерную и трёхмерную компьютерную графику [69]. Включает в себя более 250 функций для рисования сложных трёхмерных сцен из простых примитивов. Начиная с 1992 года, активно используется при создании компьютерных игр, систем автоматизированного проектирования (САПР), отрисовки виртуальной реальности и визуализации в научных исследованиях.

Для нашего случая, визуализации информации в научных исследованиях, необходимы не все библиотеки OpenGL, а несколько основных примитивов: точка, линия, поверхность по трем точкам (между тремя точками). Для просмотра модели с разных сторон и приближений используется отображение перспективы, и функция отрисовки взгляда на точку в пространстве "установив камеру" во второй точке.

Основные функции OpenGL используемые в исследовании для отрисовки трехмерной модели: `gluPerspective` – задание параметров отрисовки перспективы; `gluLookAt` – взгляд на точку  $P_d\{x_d; y_d; z_d\}$  из точки  $P_f\{x_f; y_f; z_f\}$ ; `glColor3ub` – установка цвета последующих точек и линий; `glVertex3f` – установить точку в координаты  $\{x, y, z\}$ ; `glBegin(GL_POINTS)` – последующие вызовы `glVertex3f` будут выводить отдельные точки; `glBegin(GL_TRIANGLE_STRIP)` – последующие вызовы `glVertex3f` будут объединять каждые три точки в плоскость, ограниченную этими точками; `glNormal3f` – задает вектор нормали для определения того, как выводимые плоскости будут отражать свет, восприниматься глазом.

Построим несколько моделей по первому варианту задания исходных данных. Зададим угол скрещивания осей  $\gamma = 95^\circ$ , и проследим за поведением моделей изменяя число заходов гиперболоидного червяка  $Z_2 = \{5, 3, 1\}$  (Рис 3.2).

На Рис 3.2 пересечением прямых линий изображено начало координат  $S_1(0;0;0)$ , при этом горизонтальная прямая совпадает с осью  $OX$ , а вертикальная – с осью  $OY$ . В левом верхнем углу отображена основная информация с исходными данными по которым построена модель: указано модель какой поверхности строится в данный момент (Гиперболоид), число заходов  $z_2$ , модуль

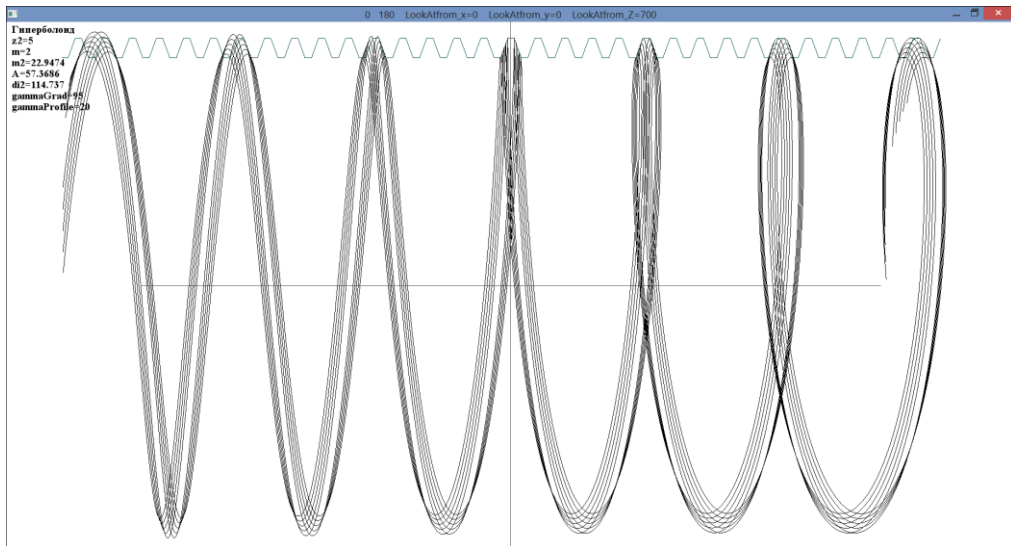
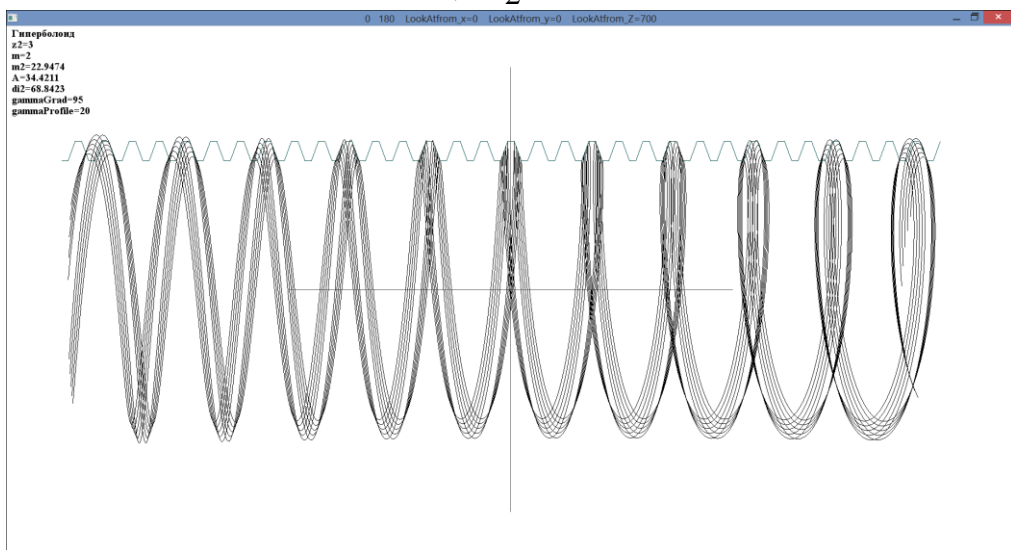
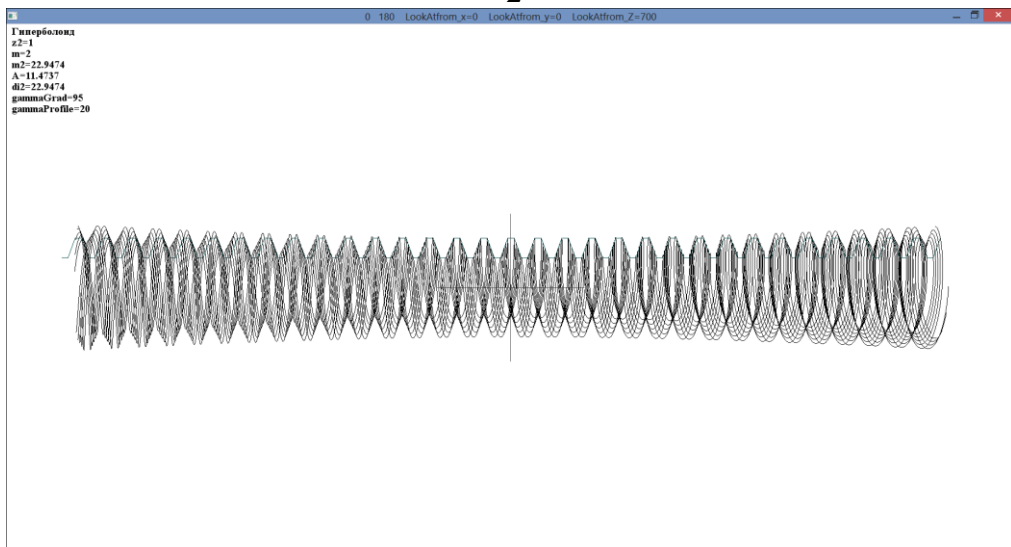
а)  $Z_2 = 5$ б)  $Z_2 = 3$ в)  $Z_2 = 1$ 

Рис 3.2. Модели гиперboloидного шлифовального круга при угле скрещивания осей  $\gamma = 95^\circ$  и числе заходов  $Z_2$

цилиндрического зубчатого колеса  $m$ , модуль модели торцовый  $m_2$ , кратчайшее расстояние от начала координат до основания зуба зубчатой рейки  $A$ , делительный диаметр гиперboloидного инструмента в горловом сечении  $d_2^i$ , измеренный в градусах угол скрещивания осей  $\gamma_{Grad}$ , измеренный в градусах угол профиля зубчатой рейки  $\gamma_{Profile}$ . В верхней части модели изображен профиль зубчатой рейки, с которой происходит зацепление гиперboloидного шлифовального круга в данный момент времени. На Рис 3.2 изображен только один заход из возможных  $Z_2$  числа заходов для упрощения визуального восприятия, поэтому начиная на нулевой высоте и совершая один полный оборот гиперboloидная спираль попадает в  $Z_2$ -ой зубец зубчатой рейки. Второй и остальные заходы гиперboloидной модели для многозаходного червяка получаются поворотом отрисованной модели на угол  $\alpha_2^{i-го захода} = 360^\circ \cdot i / Z_2$ , где  $i$  – номер захода изменяющийся от 2 до  $Z_2$ . Для всех трех вариантов изображенных на Рис 3.2 угол скрещивания осей  $\gamma$  задан одинаковым, а следовательно и угол подъема витка тоже одинаков  $\gamma^{витка} = \gamma - 90^\circ = 95^\circ - 90^\circ = 5^\circ$ . Как следствие, при неизменном значении  $\gamma^{витка}$  для всех трех случаев с уменьшением числа заходов гиперboloидного червяка  $Z_2$  происходит уменьшение значения делительного диаметра гиперboloидного инструмента в горловом сечении  $d_2^i$ . Те же модели, вид сверху, показаны на Рис 3.3.

Воспользуемся вторым вариантом построения модели гиперboloидного колеса, задавая входными данными вместо угла скрещивания осей  $\gamma$  делительный диаметр гиперboloидного инструмента в горловом сечении  $d_2^i$  (Рис 3.4, Рис 3.5). Исходя из значений диаметра  $d_2^i$ , вычисляется угол скрещивания осей  $\gamma$  и модуль торцовый гиперboloидного инструмента  $m_2$ . На Рис 3.4 и Рис 3.5, как на Рис 3.2 и Рис 3.3, изображены оси и начало координат, профиль зубчатой рейки и краткая информация и модели (текст в левом верхнем углу).

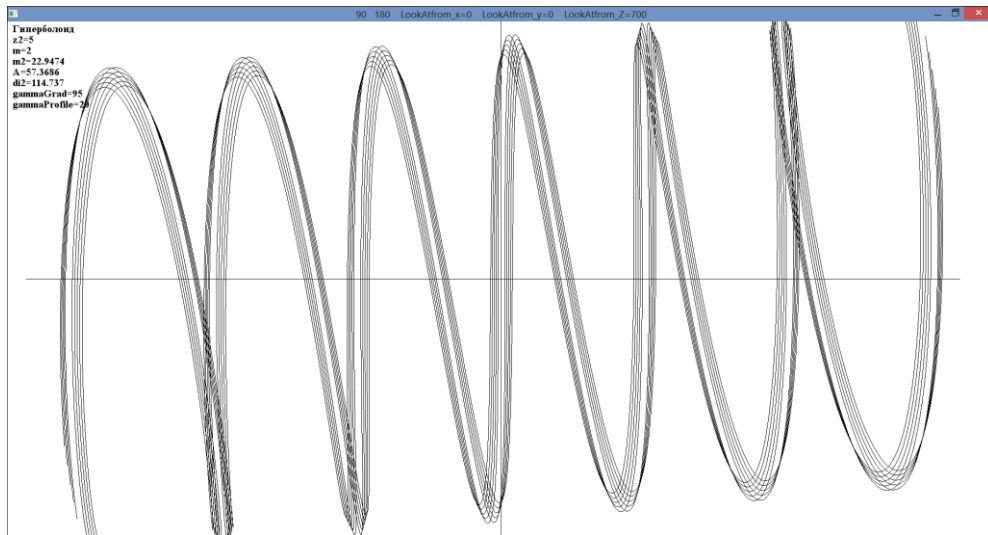
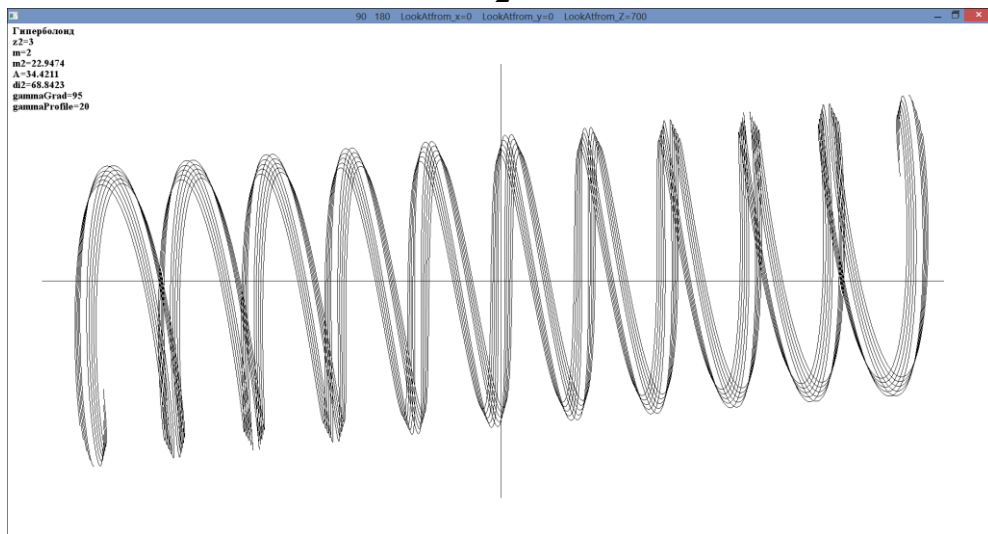
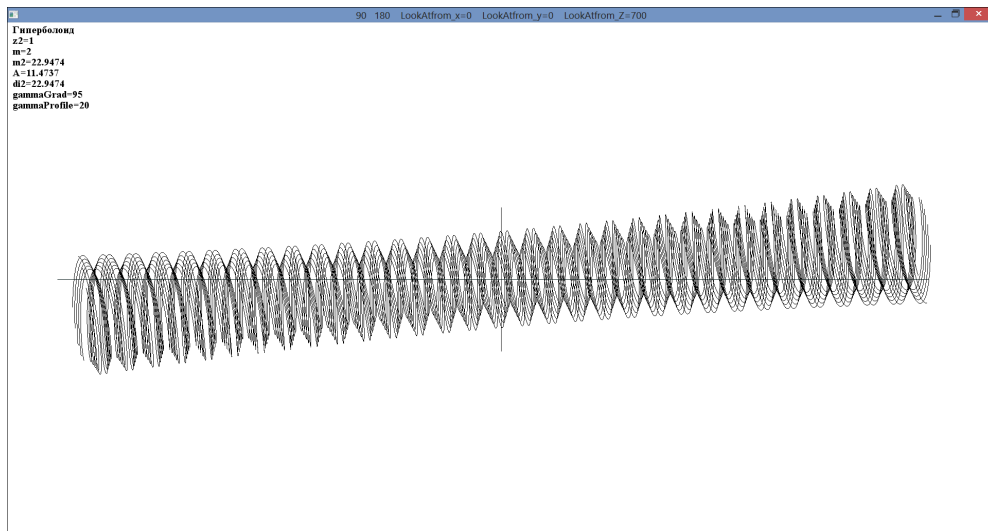
а)  $Z_2 = 5$ б)  $Z_2 = 3$ в)  $Z_2 = 1$ 

Рис 3.3. Модели гиперболического шлифовального круга при угле скрещивания осей  $\gamma = 95^\circ$  и числе заходов  $Z_2$ . Вид сверху

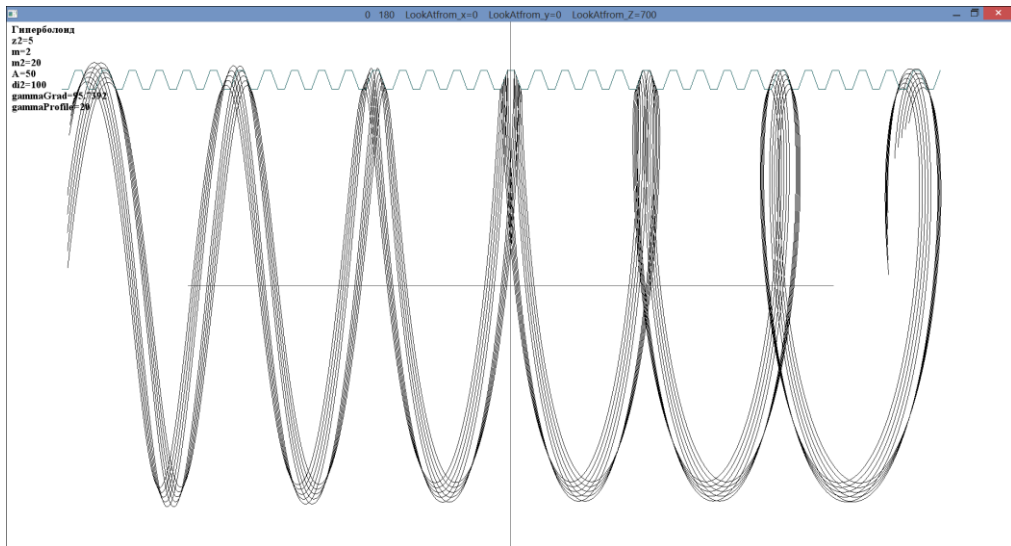
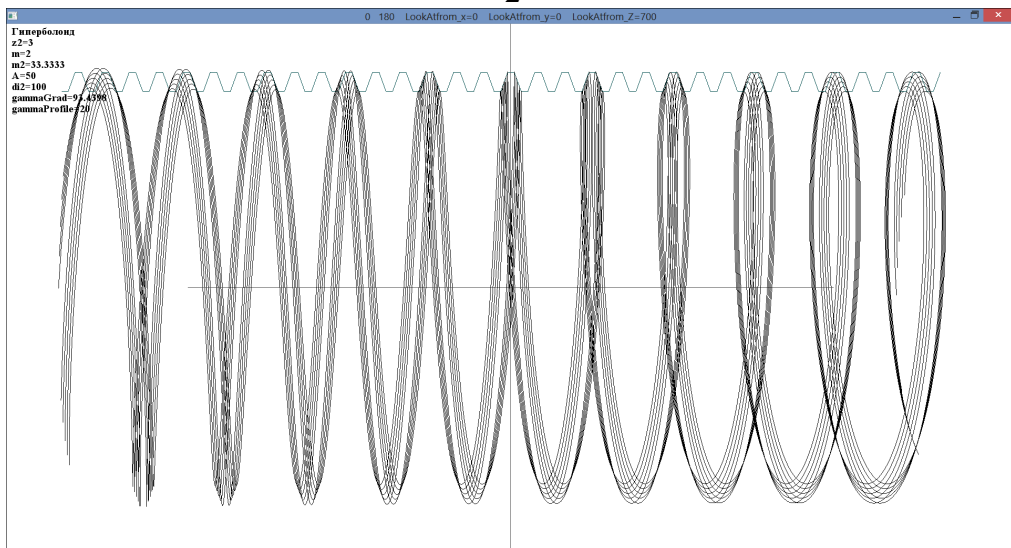
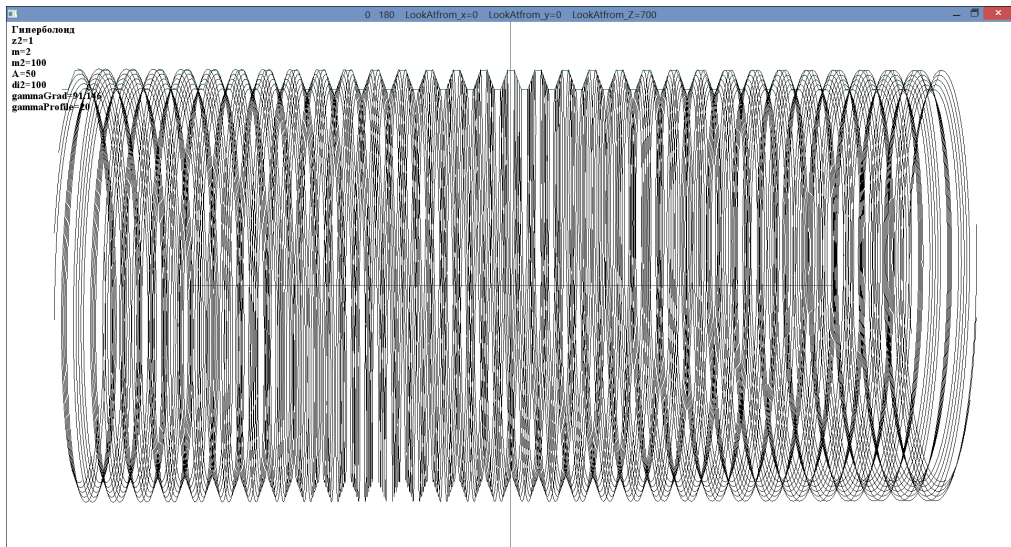
а)  $Z_2 = 5$ б)  $Z_2 = 3$ в)  $Z_2 = 1$ 

Рис 3.4. Модели гиперboloидного шлифовального круга для диаметра в горловом сечении  $d_2^i = 100$  мм и числе заходов  $Z_2$ .

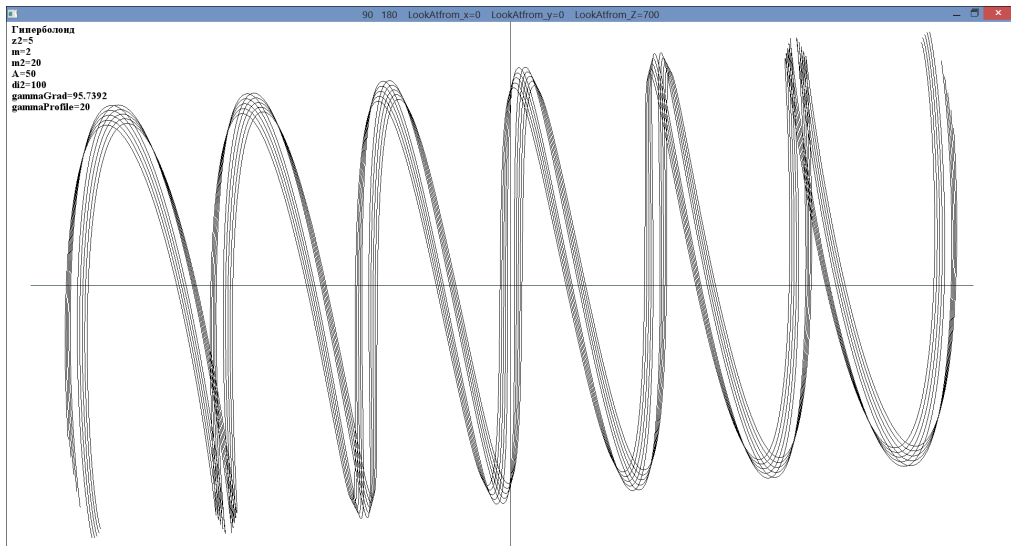
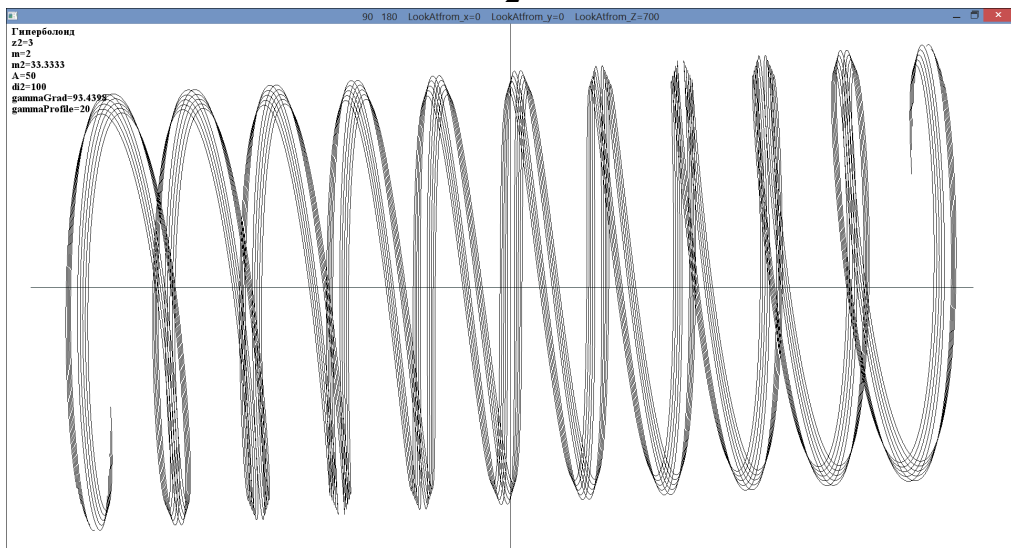
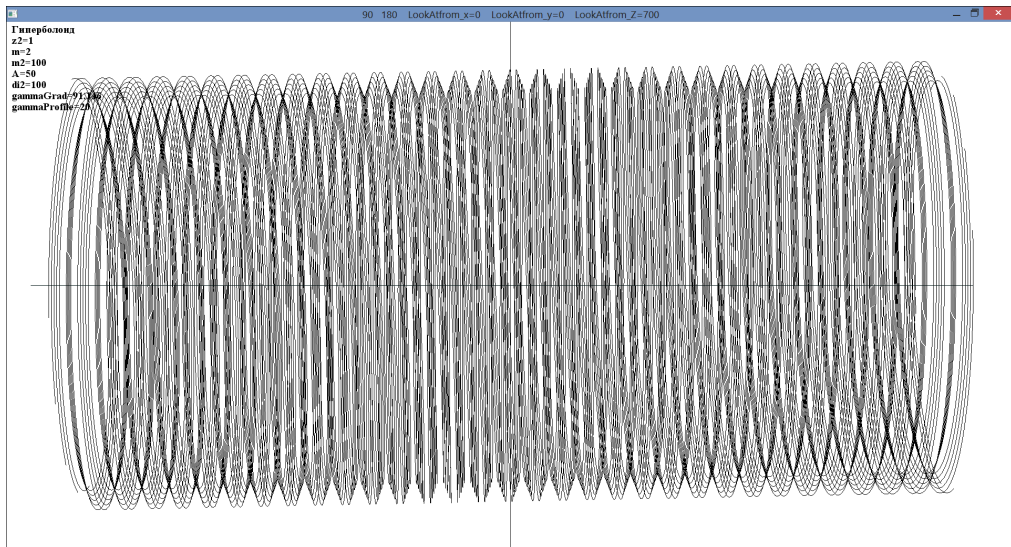
а)  $Z_2 = 5$ б)  $Z_2 = 3$ в)  $Z_2 = 1$ 

Рис 3.5. Модели гиперболического шлифовального круга для диаметра в горловом сечении  $d_2^i = 100$  мм и числе заходов  $Z_2$ . Вид сверху



Поскольку диаметры гиперboloидных моделей в горловом сечении задаются одинаковыми, то с увеличением числа заходов червяка возрастает угол скрещивания осей  $\gamma$ , а, следовательно, возрастает угол подъема витка  $\gamma^{\text{витка}}$ . Так задав число заходов  $Z_2 = 5$  Рис 3.4а и Рис 3.5а, получаем  $\gamma = 95,74^\circ$ ,  $\gamma^{\text{витка}} = 5,74^\circ$ ;  $Z_2 = 3$  Рис 3.4б и Рис 3.5б получаем  $\gamma = 93,44^\circ$ ,  $\gamma^{\text{витка}} = 3,44^\circ$ ;  $Z_2 = 1$  Рис 3.4в и Рис 3.5в получаем  $\gamma = 91,14^\circ$ ,  $\gamma^{\text{витка}} = 1,14^\circ$ .

Используя полученные данные в виде трехмерной компьютерной модели, построенной на основании математической системы уравнений, можно утверждать о существовании червячной гиперboloидной поверхности, способной зацепляться в непрерывном станочном зацеплении с цилиндрическими зубчатыми колесами модуля  $m$  и с произвольным числом зубьев  $Z_1$ .

### Выводы по главе 3

1. Предложен общий подход к разработке новой технологической схемы профилирования гиперboloидного шлифовального круга в пространственном станочном зацеплении, как огибающей обрабатываемых цилиндрических зубчатых колес.

2. Получены теоретические зависимости формообразования цилиндрических зубчатых колес при помощи гиперboloидных шлифовальных кругов в двухпараметрическом огибании поверхностей.

3. Получена возможность зацепления гиперboloидного шлифовального круга в пространственном станочном зацеплении с цилиндрическими зубчатыми колесами любой геометрии.

4. Предложена методика расчета и построения модели гиперboloидного шлифовального круга, путем фиксации основных геометрических и кинематических параметров предложенного инструмента с обрабатываемыми цилиндрическими зубчатыми колесами любой геометрии.

5. Разработана трехмерная компьютерная модель, построенная на основании математической системы уравнений, подтверждающая существование червячной гиперboloидной поверхности, способной зацепляться в непрерывном станочном зацеплении с цилиндрическими зубчатыми колесами с различным числом зубьев.

## РАЗДЕЛ 4

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТОЧНОСТИ ПРОФИЛЯ ГИПЕРБОЛОИДНОГО ШЛИФОВАЛЬНОГО КРУГА, ОБРАЗОВАННОГО ВИНТОВОЙ ПРОИЗВОДЯЩЕЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

#### 4.1 Построение технологической схемы формообразования цилиндрического зубчатого колеса гиперболоидным шлифовальным кругом

Выведенная система уравнений, описывающая зубчатую гиперболоидную поверхность, позволила получить набор данных, на основе которых были отрисованы трехмерные модели. Используя полученные данные можно провести дополнительные исследования и дополнить трехмерную модель новыми данными. Для этого исследуем полученную гиперболоидную зубчатую поверхность в процессе шлифования цилиндрического зубчатого колеса.

Особенностью применения гиперболоидного шлифовального круга является использование его по схеме формообразования не совпадающей со схемой формообразования самого круга. Схема формообразования гиперболоидной винтовой поверхности зубчатой рейкой показана на рис. 2.1. Такая схема была предложена для возможности обрабатывать зубчатое колесо любого диаметра до бесконечности и модулем равным модулю зубчатой рейки. Однако в этой схеме зубчатая рейка не имеет ширины, а, следовательно, по такой схеме невозможно обрабатывать зубчатый венец колеса по ширине. Для возможности обработать всю ширину зуба зубчатого колеса изменим схему формообразования цилиндрического зубчатого колеса гиперболоидным шлифовальным кругом (рис. 4.1). Поскольку нас интересуют цилиндрические зубчатые колеса всех диаметров до бесконечности, представим цилиндрическое зубчатое колесо на схеме формообразования рис. 4.1 зубчатой рейкой – зубчатым колесом бесконечно большого диаметра. Как и в схеме формообразования гиперболоидной винтовой поверхности (рис. 2.1), гиперболоидный

шлифовальный круг вращается с постоянной угловой скоростью  $\omega_2$  вокруг оси  $oz_2$  и зацепляется с зубчатой рейкой (цилиндрическим зубчатым колесом бесконечно большого диаметра) на скрещивающихся осях под углом  $\gamma$ . Зубчатая рейка совершает поступательное движение  $S_1$  или цилиндрическое зубчатое колесо совершает вращательное движение с угловой скоростью, эквивалентной линейной скорости зубчатой рейки. В дополнение к предыдущей схеме добавляется движение гиперboloидного шлифовального круга вдоль оси  $oz_1$  системы координат  $S_1(x_1; y_1; z_1)$  с подачей  $\vec{S}_2$ .

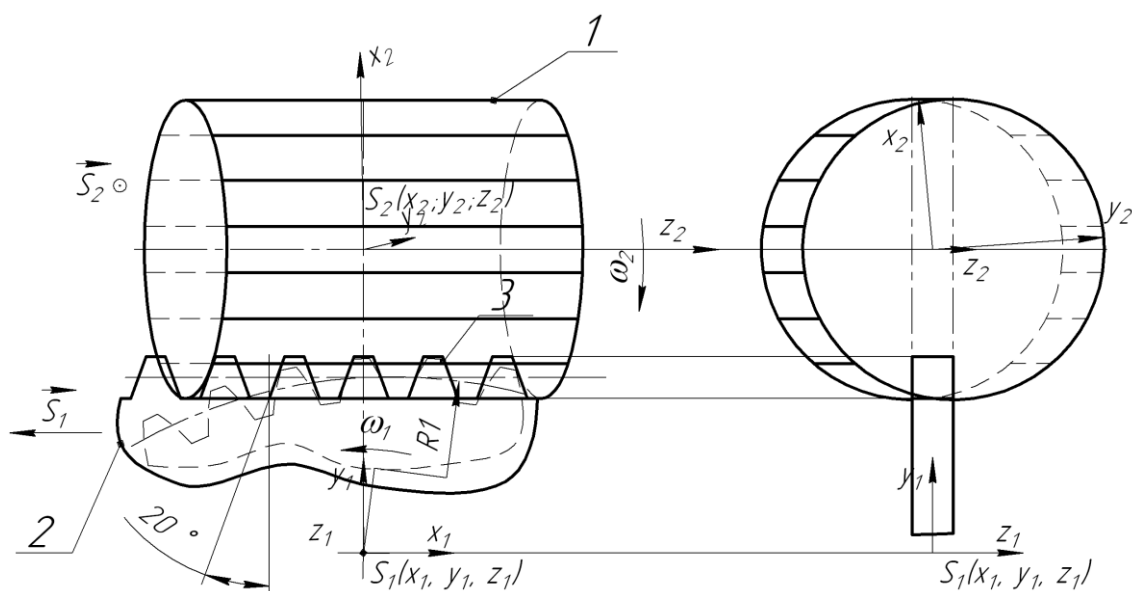


Рис. 4.1. Схема формообразования цилиндрического зубчатого колеса гиперboloидным шлифовальным кругом:

- 1 – гиперboloидный шлифовальный круг; 2 – зубчатая рейка;  
3 – цилиндрическое зубчатое колесо

При обработке цилиндрического зубчатого колеса по схеме рис. 2.1 возникают искажения профиля зуба, которые необходимо изучить, дополнив модель точками контакта, спроецированными на плоскость  $x_1oy_1$  в системе координат зубчатой рейки  $S_1(x_1; y_1; z_1)$ . Для этого используем секущие плоскости

$z = z^{cut}$ , где  $z^{cut}$  – расстояние на которое смещена плоскость сечения, параллельная плоскости  $x_1o_1y_1$ .

Используем произвольную модель с достаточно большим углом скрещивания осей  $\gamma$ , а, следовательно, достаточно большим углом подъема витка  $\gamma^{витка}$  и погрешностью профиля зуба, которую можно увидеть практически (в процессе отрисовки модели все же происходит приближение, подобранное таким образом, чтобы показать наиболее важную в данный момент часть модели) невооруженным глазом. Пусть модель имеет делительный диаметр в горловом сечении  $d_2^i = 100 \text{ мм}$ , число заходов  $Z_2 = 10$ , модуль цилиндрического зубчатого колеса  $m = 2$ , тогда угол скрещивания осей  $\gamma = 101,54^\circ$  и угол подъема витка  $\gamma^{витка} = 11,54^\circ$ . В упрощенной модели будем использовать  $\max Q = 4$  точки профиля и секущие плоскости через каждый  $1 \text{ мм}$ . Очевидно, что точки модели не имеют четкого попадания в плоскость сечения, но они были вычислены с шагом  $\Delta z_2 = 0,1 \text{ мм}$ , следовательно, каждые две соседние точки модели, соединенные между собой, представляют практически прямую линию. Рассмотрев попарно все точки кривых, образованных в процессе зацепления  $\max Q + 1$  точками профиля зубчатой рейки, найдем такие пары, что координата  $z_{P_1}^{S_1}$  будет больше  $z^{cut}$  и  $z_{P_2}^{S_1}$  меньше  $z^{cut}$  или наоборот:

$$\{P_1; P_2\} = \begin{cases} \left\{ \begin{array}{l} z_{P_1}^{S_1} > z^{cut}; \\ z_{P_2}^{S_1} < z^{cut}; \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} z_{P_1}^{S_1} < z^{cut}; \\ z_{P_2}^{S_1} > z^{cut}; \end{array} \right. \end{cases} \quad (4.1)$$

где  $z_{P_1}^{S_1}$ ,  $z_{P_2}^{S_1}$  –  $z$  координата точек  $P_1$  и  $P_2$  соответственно, переведенная в систему координат  $S_1(x_1; y_1; z_1)$ :

$$P_k^{S_1} = P_k \cdot M_{P_0R} \quad (4.2)$$

Для каждой найденной пары точек  $\{P_1; P_2\}$  находим точку  $P$ , в которой прямая  $P_1P_2$  пересекает плоскость сечения  $z^{cut}$ , воспользовавшись уравнением прямой проходящей через две точки в пространстве:

$$\begin{aligned} P_x &= \frac{(z^{cut} - P_{1z}) \cdot (P_{2x} - P_{1x})}{P_{2z} - P_{1z}} + P_{1x}; \\ P_y &= \frac{(z^{cut} - P_{1z}) \cdot (P_{2y} - P_{1y})}{P_{2z} - P_{1z}} + P_{1y}; \\ P_z &= z^{cut}. \end{aligned} \quad (4.3)$$

Зная точку  $P$ , принадлежащую плоскости сечения  $z^{cut}$  и некоторому отрезку на кривой, образующей зубчатую поверхность, проанализируем ее положение. Точка  $P$  может контактировать с зубчатой рейкой только при выполнении условия:

$$P_y \geq d_2^i/2 - m. \quad (4.4)$$

Если условие (4.4) выполняется, то нанесем точку на модель в координатах  $P(P_x; P_y; P_z)$  (рис. 4.2а). На рис. 4.2 показаны "все" точки принадлежащие гиперболоидному шлифовальному кругу находящиеся в зоне потенциального контакта с одним боком одного зуба зубчатой рейки и принадлежащие секущим плоскостям  $z^{cut} \in [-20, -19, \dots, 20]$ . Светло-серым показаны точки, которые расположены в положительной части полупространства ( $P_z > 0$ ), а черным – в отрицательном ( $P_z \leq 0$ ). Точки изображены квадратами в окрестности самой точки для визуального отличия от кривых, отображающих зубчатую поверхность. Визуально сложно оценить положение точек  $P$  в момент когда нулевая ширина

зубчатой рейки совместиться с секущей плоскостью  $z^{cut}$ , поэтому представим, что двигаясь с подачей  $S_2$  гиперboloидный шлифовальный круг будет накапливать эти точки на нулевой ширине зубчатой рейки, т.е. в данном случае это  $P^0(P_x; P_y; 0)$  (рис. 4.2б).

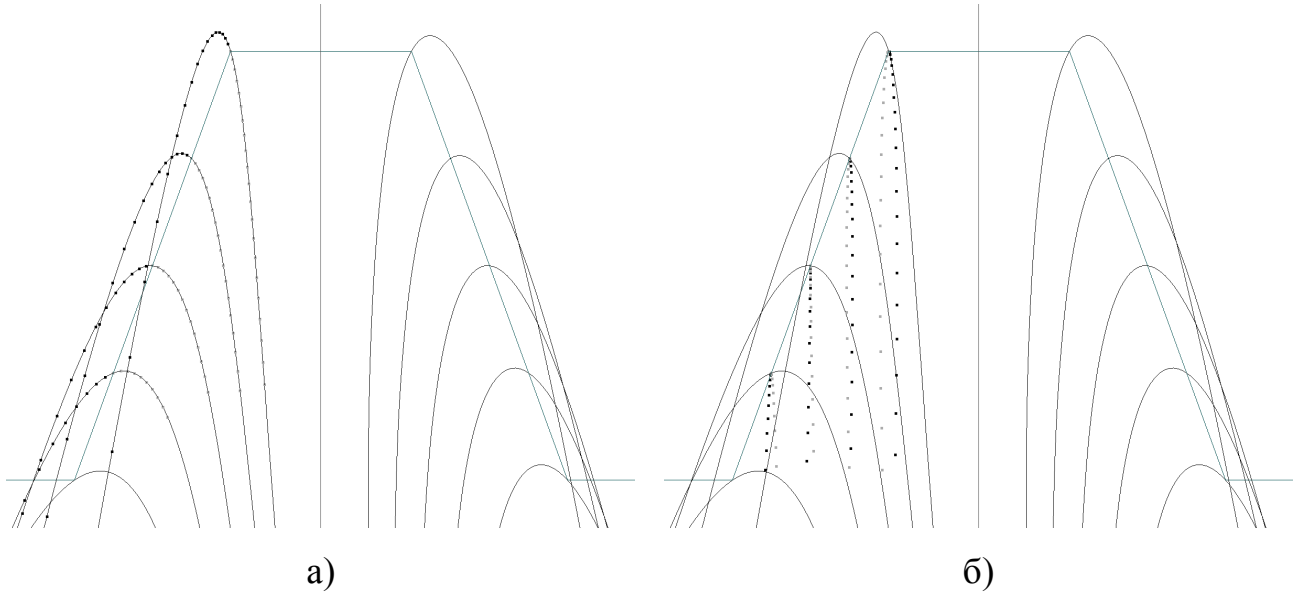


Рис. 4.2. Точки контакта:

а) точки на исходных поверхностях;

б) точки, спроецированные на плоскость  $z_1 = 0$ .

Как видно из рис. 4.2б, большинство точек, которые участвовали в зацеплении в определенный момент времени просто выходят из него, но часть точек вследствие винтового свойства поверхности продолжают контакт, и искажают профиль зуба зубчатой рейки. Для того чтобы исследовать как сильно и на какой высоте зуба происходит искажение профиля, необходимо выделить из всех точек, подходящих под условие (4.4), те что не вписываются в профиль зубчатой рейки:

$$\begin{cases} y_1 = (d_2^i/2 - m) - P_y; \\ dx = -P_x - S_a/2 - y_1 \tan \alpha, \text{ face1}; \\ dx = P_x - S_a/2 - y_1 \tan \alpha, \text{ face2}, \end{cases} \quad (4.5)$$

где  $\alpha = 20^\circ$  – угол профиля зубчатой рейки;

$$S_a = m \left( \frac{\pi}{2} - 2 \tan \alpha \right) - \text{ширина впадины зуба зубчатой рейки};$$

$y_1$  – высота, отмеренная от впадины зубу зубчатой рейки.

Таким образом, все точки  $P^0(P_x; P_y; 0)$ , для которых  $dx > 0$  являются причиной искажения профиля зуба зубчатой рейки при удалении от  $z^{cut} = 0 \text{ мм}$  (рис. 4.3а). Увеличим количество моделируемых кривых  $\max Q = 40$ . Достаточно большое количество точек позволяет увидеть форму искажения профиля зуба зубчатой рейки (рис. 4.3б).

Из рис. 4.3б видно, что большее искажение профиля зуба зубчатой рейки приходится на вершину ее зуба и уменьшается к ножке зуба. Точную форму искажения можно получить, замерив максимальную величину разности  $dx$  для всех высот  $y_1$  выражения (4.5). Дополним модель новыми характеристиками. Отдельно для левой и для правой стороны каждого зуба добавим по  $N_{y_1}$  точек, которые равномерно распределены по высоте зуба от высоты 0 до  $2m$ .

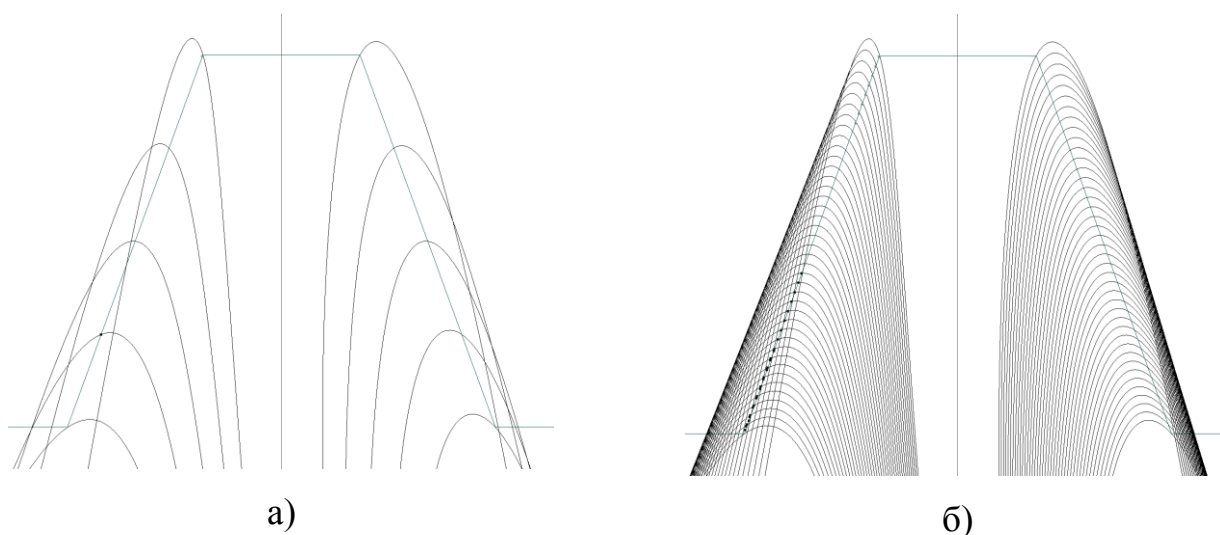


Рис. 4.3. Точки контакта, спроецированные на плоскость  $z_1 = 0$ :

а) упрощенная схема для  $\max Q = 4$ ; б)  $\max Q = 40$ .

Произведем предыдущую процедуру с большей точностью  $\max Q = 10000$ , и найдем такие точки, что создают наибольшее искажение профиля  $dx > 0$  в

окрестности каждой из  $N_{y_1}$  точек для левой и правой стороны каждого зуба. Зависимость искажения формы зуба зубчатой рейки от высоты, на которой производится измерение, показана на рис. 4.4 утолщенной линией.

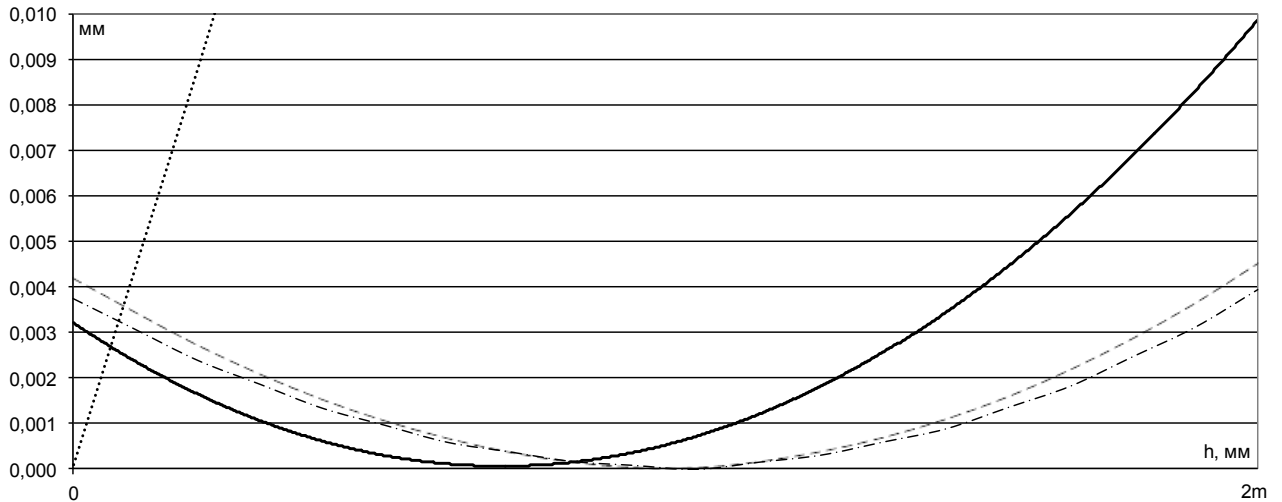


Рис. 4.4. Форма искажения профиля зуба зубчатой рейки вдоль высоты зуба, при  $d_2^i = 100 \text{ мм}$ ,  $Z_2 = 10$ ,  $\gamma^{\text{винтка}} = 11,54^\circ$ :

- обработка гиперболюидным шлифовальным кругом;
- обработка конволютным червячным шлифовальным кругом;
- ..... обработка архимедовым червячным шлифовальным кругом;
- .-.- обработка архимедовым червячным шлифовальным кругом с измененным профилем в осевом сечении.

На рис. 4.4 по оси ординат расположена величина искажения профиля, измеренная в мм, по оси абсцисс расположены  $N_{y_1}$  точек высоты зуба зубчатой рейки. Таким образом, нулевому значению абсцисс соответствует впадина зуба, а максимальному значению  $N_{y_1}$  — высота равная  $2m$ . Как видно форма искажения профиля зуба зубчатой рейки при обработке гиперболюидным шлифовальным кругом для первого зуба рейки напоминает параболу, которая опирается на ноль и направленную ветвями вверх. Поведение кривой может быть объяснено винтовым характером поверхности гиперболюидного шлифовального круга. Первым зубом зубчатой рейки считается зуб, находящийся в области горлового сечения гиперболюидного шлифовального круга. Меньшее искажение приходится на район



делительной прямой зубчатой рейки и возрастает практически с одинаковой скоростью к основанию и головке зуба. Величина искажения не имеет резких перепадов вдоль высоты зуба. Максимальная величина искажения профиля приходится на самую верхнюю часть зуба на высоте  $2m$  и достигает 0,01 мм, что не много, если учесть величину угла подъема  $\gamma^{витка} = 11,54^\circ$ , что сильно проявляет свойство винтовой поверхности. Очевидно, что для зубьев зубчатой рейки, отличных от тех, которые находятся в окрестности горлового сечения гиперболоидного шлифовального круга, величина искажения профиля зуба будет возрастать по сравнению с первым зубом, поскольку точки прямолинейной образующей дальше отходят от оси вращения гиперболоида. Измерим максимальные величины искажения профиля зуба в зависимости от  $N_{y_1}$  точек высоты зуба при полной подаче  $S_2$  ( $z^{cut}$  принимает все значения, в которых существует гиперболоидная модель) и изобразим результат в виде диаграммы рис. 4.5.

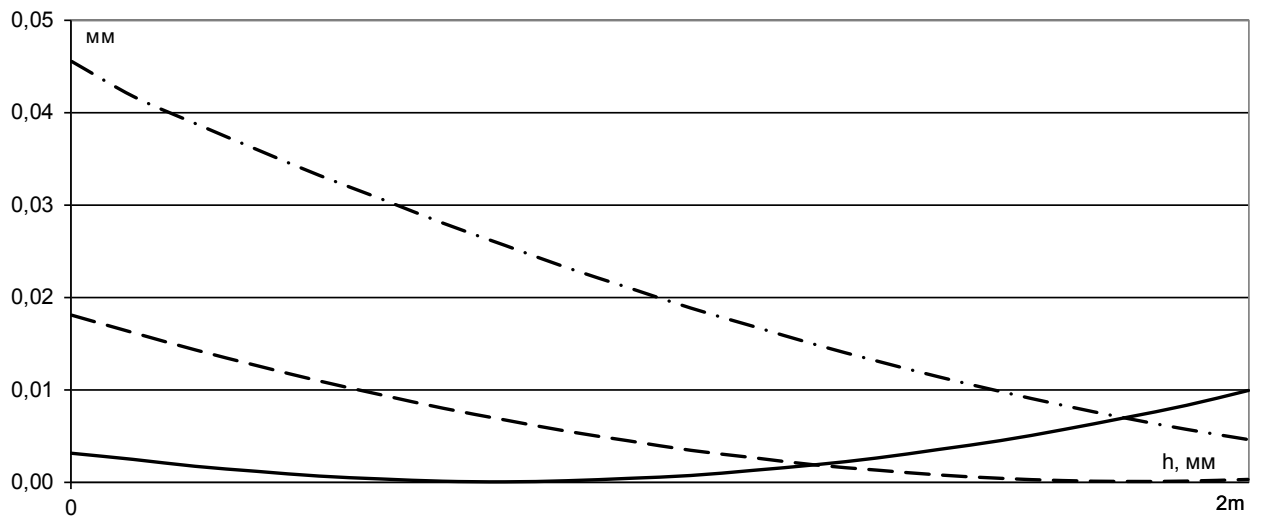


Рис. 4.5. Искажение профиля зуба зубчатой рейки гиперболоидным шлифовальным кругом от номера зуба:  
 — первый зуб; ---- второй зуб; - · - · третий зуб

На рис. 4.5 изображены зависимости искажения профиля зуба зубчатой рейки при шлифовании гиперболоидным шлифовальным кругом по схеме рис. 4.1

для 1-го, 2-го и 3-го зуба, отсчитанных в положительную сторону оси  $ox_1$ . Первый зуб занимал симметричное положение относительно горлового сечения. По оси ординат расположена величина искажения профиля, измеренная в мм., по оси абсцисс расположены  $N_{y_1}$  точек высоты зуба зубчатой рейки. Сплошными линиями показаны зависимости для левой стороны каждого зуба, штриховыми – для правой. Толщиной линии показана удаленность от горлового сечения: чем тоньше линия, тем дальше зуб. Величины искажения профилей имеют симметричный характер относительно горлового сечения гиперблоида и повторяют графики зависимости для левой и правой стороны первого зуба, который в момент измерения располагался симметрично. Из рис. 4.5 видно нелинейное увеличение искажения профиля зуба зубчатой рейки с увеличением номера зуба, что говорит об ограниченности применимости предложенной схемы формообразования цилиндрического зубчатого колеса гиперблоидным шлифовальным кругом по схеме формообразования рис. 4.1. Заметим, что зубчатая поверхность гиперблоидного шлифовального круга имеет непрерывный характер и  $n$ -ый зуб, находящийся в контакте с зубчатой рейкой, образовывается в результате поворота гиперблоида на некоторый угол, зависящий от количества заходов  $Z_2$ . Поскольку гиперблоидный шлифовальный круг имеет постоянный торцовый модуль  $m_2$  по всей высоте  $z_2$ , наблюдение о нелинейном увеличении искажения профиля зуба зубчатой рейки с увеличением номера зуба распространяется на линейное увеличение координаты  $z_2$  в положительную и отрицательную полуоси. Рассматривая графики рис. 4.5 как непрерывное изменение координаты  $z_2$ , наблюдаем постепенный сдвиг точки наименьшего искажения профиля к основанию зуба с уменьшением номера зуба. С определенной высоты  $z_2$  и левая и правая сторона зуба перестают иметь точку с нулевым искажением профиля зуба зубчатой рейки, а форма кривой выпрямляется, становясь похожей на прямую линию.

## 4.2 Сопоставление точности шлифования зубчатой рейки гиперболическим и цилиндрическим червячными шлифовальными кругами

Предложенная схема формообразования цилиндрического зубчатого колеса червячным гиперболическим шлифовальным кругом схожа со схемой формообразования червячным цилиндрическим шлифовальным кругом. В обеих схемах винтовое свойство витка червячного инструмента приводит к неравномерному снятию материала вдоль высоты зуба зубчатого колеса. Преимущество и недостатки применения червячных инструментов по указанным схемам можно определить по результатам компьютерного моделирования.

Сопоставим поведение гиперболического шлифовального круга с цилиндрическим червячным шлифовальным кругом. Для этого проведем аналогичное построение и исследование. Среди цилиндрических червячных шлифовальных кругов наибольшее распространение получили с архимедовым ( $ZA$ ) и конволютным ( $ZN$ ) профилем боковой поверхности витка (рис. 4.6).

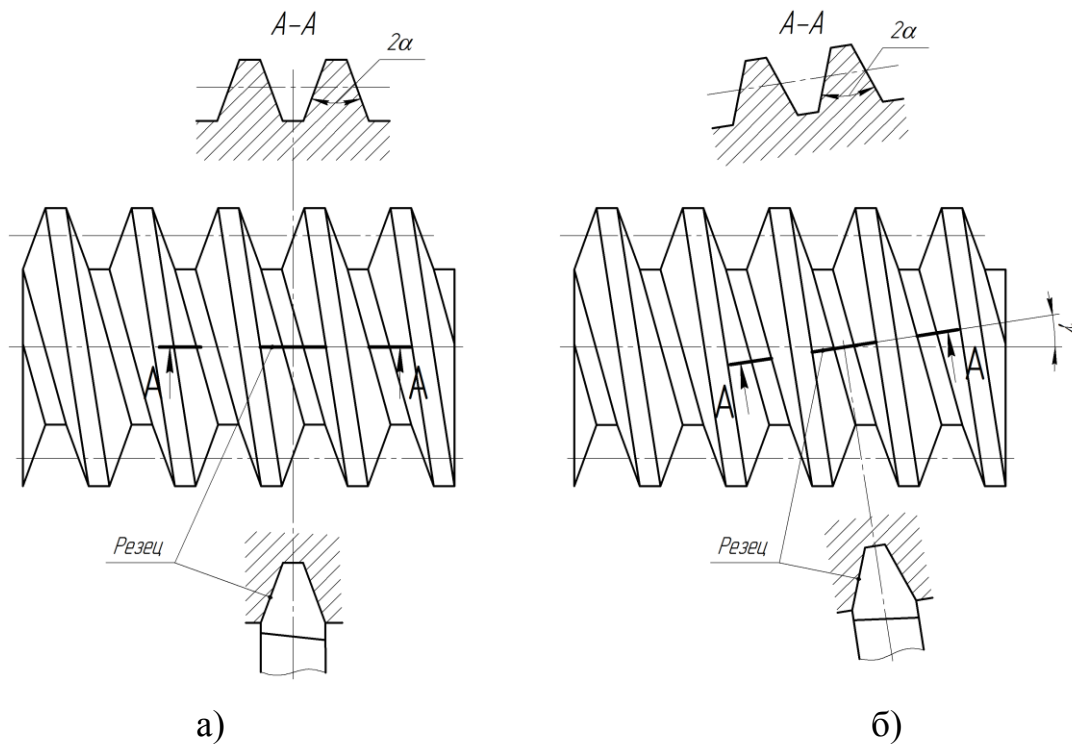


Рис. 4.6. Цилиндрические червячные шлифовальные круги:  
а) архимедов ( $ZA$ ); б) конволютный ( $ZN$ ).

Цилиндрический архимедов червяк (рис. 4.6а) получается при установке резца так, чтобы верхняя плоскость резца проходила через ось червяка. В процессе формообразования получается винтовая поверхность, которая в сечении, перпендикулярном оси червяка, дает кривую – архимедову спираль. Архимедов червяк имеет в осевом сечении профиль равнобедренной трапеции. Цилиндрический конволютный червяк (рис. 4.6б) получается при установке резца повернутым на угол подъема винтовой линии червяка так, чтобы верхняя плоскость резца была перпендикулярна винтовой линии. В процессе формообразования получается винтовая поверхность, которая в сечении, перпендикулярном оси червяка, дает кривую – конволюту (укороченную эвольвенту окружности). Резец в обоих случаях имеет форму трапеции.

Для удобства будем оперировать системами координат и переменными (Рис. 2.1), которые применялись для описания формообразования червячной гиперболоидной поверхности: системой координат  $S_1(x_1; y_1; z_1)$ , связанной с исходным цилиндрическим зубчатым колесом, и системой координат  $S_2(x_2; y_2; z_2)$  связанной цилиндрическим червяком. Воспользуемся выражениями (2.2) и (2.3) для перехода от профиля инструмента к модели цилиндрического червячного шлифовального круга. Схемы перехода от исходного профиля зубчатой рейки к получаемому червяку отличаются представленной на рисунке 2.2 только для конволютного червяка. Для архимедова червяка отличие не значительно, поскольку достаточно зафиксировать угол скрещивания осей  $\gamma = 90^\circ$ . Для конволютного червяка схема осложняется изменением направления  $S_1$  подачи профиля.

Таким образом, система уравнений (2.41) применима для перехода от системы координат  $S_1(x_1; y_1; z_1)$  к системе координат  $S_2(x_2; y_2; z_2)$ , если внести корректировки в углы и способ относительного перемещения профиля. Подставим  $\gamma = 90^\circ$  в систему уравнений (2.41) и найдем семейство зубчатых поверхностей архимедовых червяков:

$$\begin{cases} x_2 = z_1 \cos \varphi_2 - y_1 \sin \varphi_2 - A \sin \varphi_2, \\ y_2 = z_1 \sin \varphi_2 + y_1 \cos \varphi_2 + A \cos \varphi_2, \\ z_2 = -S_1 - x_1. \end{cases} \quad (4.6)$$

Дополним систему уравнений (4.6) недостающим четвертым уравнением, и воспользовавшись (2.42) и (2.43) запишем:

$$\varphi_2 = -\frac{2x_1 + 2z_2}{mZ_2}. \quad (4.7)$$

Семейство зубчатых поверхностей конволютных червяков описываются уравнениями (2.41) без преобразования. Чтобы учесть угол подачи профиля зуба зубчатой рейки, для сохранения центральной линии на оси червяка введем следующую поправку:

$$z_1 = z_2 \cos \gamma. \quad (4.8)$$

$$\varphi_2 = -\frac{2x_1 \sin \gamma - 2z_1 \cos \gamma + 2z_2}{mZ_2 \sin \gamma}. \quad (4.9)$$

Полученные линии контакта и точки проекции на плоскость профиля зубчатой рейки  $z_1 = 0$ , полученные таким же образом, как и в случае гиперболоидной модели приведены на рис. 4.7а,б.

Модель конволютного червяка (рис. 4.7б) очень близка к гиперболоидной модели в районе горлового сечения из-за близости схем формообразования. Наблюдается схожее поведение искажения профиля зуба зубчатой рейки (рис. 4.4).

Применение архимедова червяка по классической схеме формообразования не возможно, так как при увеличении угла подъема витка и подачей  $S_2$  зубчатая поверхность рейки полностью разрушается. Для сравнения добавим два типа червяка, основанных на архимедовом червяке, но со схемой формообразования цилиндрического зубчатого колеса идентичной схеме с конволютным червяком.

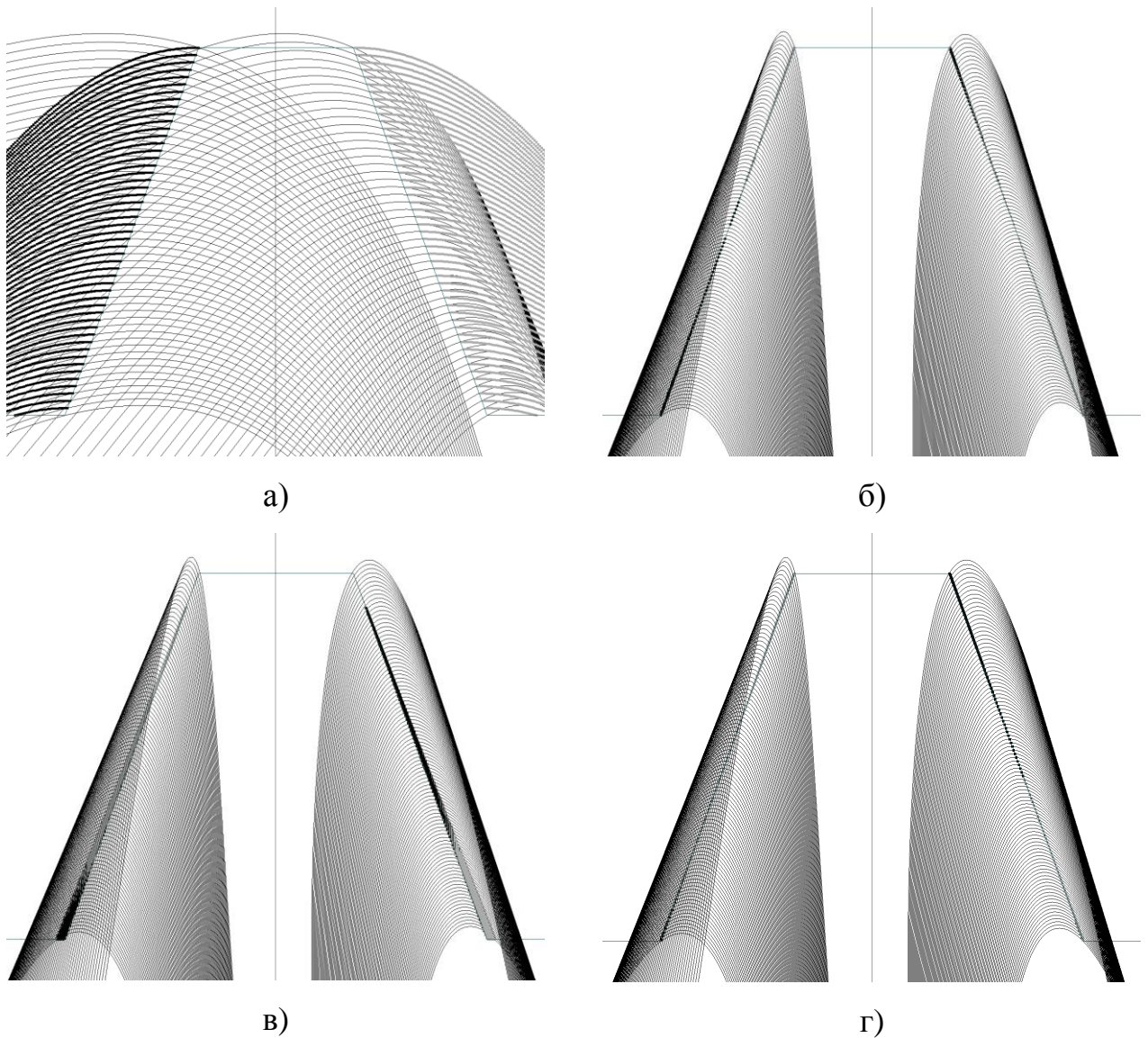


Рис. 4.7. Точки контакта, спроецированные на плоскость  $z_1 = 0$  для цилиндрических червячных шлифовальных кругов:

а) архимедов ( $ZA$ ); б) конволютный ( $ZN$ );

в) г) архимедов с измененным профилем в осевом сечении и схемой применения.

Для этого при построении модели архимедова червяка (рис. 4.7в) увеличим угол профиля резца, до значения, когда в зацеплении начнет участвовать вся поверхность зуба зубчатой рейки. Искомый угол профиля резца составил  $21,75^\circ$ . Форма кривой искажения профиля зуба зубчатой реки – практически прямая линия, которая имеет нулевое искажение у основания зуба и максимум – у вершины, на высоте  $2m$ . В своем максимальном значении искажение профиля

зуба зубчатой рейки достигло  $\approx 0,09 \text{ мм}$ . Кривая не полностью показана на рис. 4.4 так как в 10 раз превышает максимальное значение для соответствующей гиперboloидной модели, что не позволяет сопоставлять их. Для второй модификации архимедового червяка применим немного меньший угол профиля резца  $20,5^\circ$ , но введем дополнительную корректировку размера  $S_a = S_a + 0,023 \text{ мм}$  (рис. 4.7г). Подбор величин корректировок произведен опытным путем. Полученная форма искажения профиля зуба зубчатой рейки, практически точно повторяет искажения, полученные для конволютного червяка.

Таким образом, искажения профиля зуба зубчатой рейки при использовании гиперboloидного шлифовального круга может незначительно превышать искажения для классических червячных шлифовальных кругов, но при сравнительно нешироких колесах искажение будет практически отсутствовать.

### 4.3 Исследование зависимости искажения профиля зуба зубчатой рейки от ширины рейки

Современные шлифовальные круги работают по схеме формообразования цилиндрического зубчатого колеса гиперboloидным шлифовальным кругом рис. 4.1. Чтобы уменьшить возможное искажения зуба зубчатого колеса, рассмотрим схему без подачи  $S_2$  с установкой цилиндрического зубчатого колеса в положение когда ось  $ou_1$  системы координат  $S_1(x_1; y_1; z_1)$  проходит через точку начала системы координат  $S_2(x_2; y_2; z_2)$ , а ось  $ox_1$  параллельна прямолинейной образующей гиперboloидного шлифовального круга. В таком положении центральная часть цилиндрического зубчатого колеса будет шлифоваться без искажения профиля зуба при любом числе зубьев (любом диаметре от 0 до бесконечности) и любом числе заходом червяка (любом угле подъема витка  $\gamma^{\text{витка}}$  – любым угле скрещивания осей  $\gamma$ ), а боковые поверхности зубьев могут испытывать незначительные искажения профиля с увеличением ширины

зубчатого колеса. Инструмент устанавливается в среднее сечение цилиндрического зубчатого колеса, потому максимальное искажение будет зависеть от половины ширины зубчатого колеса. При такой установке одна часть зубчатого колеса (находящаяся с одной стороны от центрального сечения) шлифуется одной стороной гиперboloидного шлифовального круга, находящейся в полупространстве относительно горлового сечения гиперboloида, а вторая часть зубчатого колеса – частью гиперboloида, находящегося в симметричной части полупространства относительно горлового сечения.

Характер зависимости максимального искажения профиля зуба зубчатой рейки от номера зуба (рис. 4.8) и от половины ширины зубчатого колеса (рис. 4.9) можно проследить, дополнив модель новыми характеристиками. Для этого рассчитаем величины  $dx$  для разных значений максимальных плоскостей сечений  $z^{cut}$  и номера зуба зубчатой рейки. Для исследования возьмем количество зубьев, для которых будет производиться замер, – 5, и максимальную плоскость сечения  $z^{cut} = 7 \text{ мм}$ .

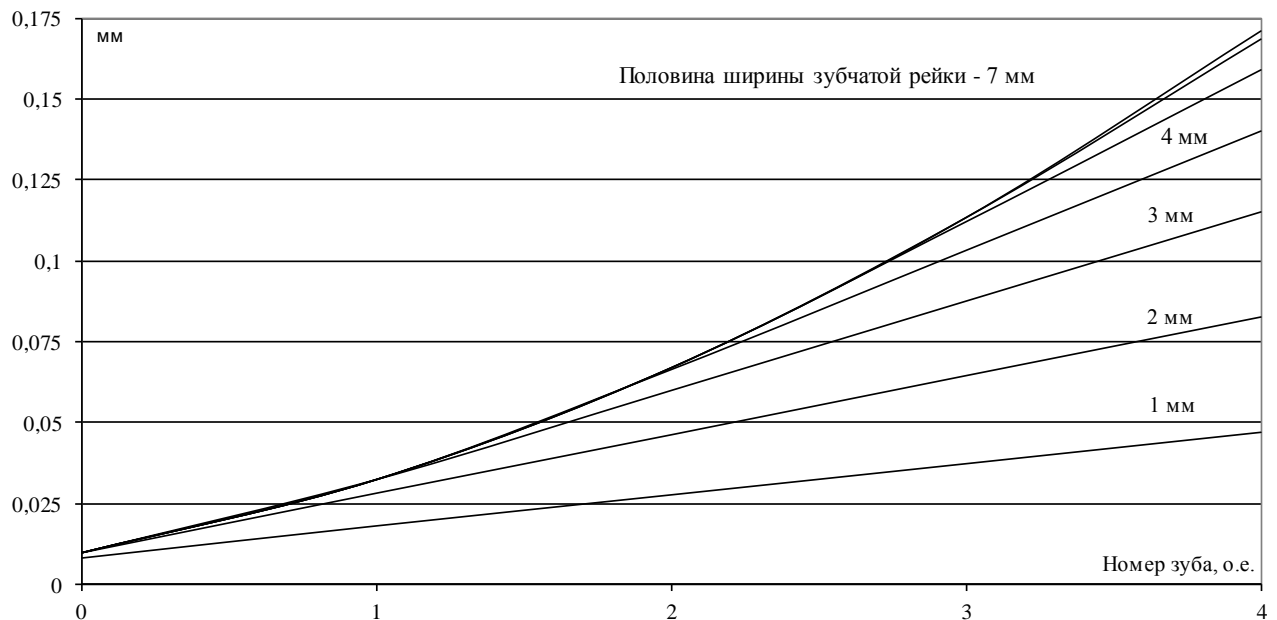


Рис. 4.8. Зависимость величины максимального искажения профиля зуба зубчатой рейки от номера зуба



На рис. 4.8 изображена зависимость величины максимального искажения профиля зуба зубчатой рейки от номера зуба. По оси абсцисс отложен порядковый номер зуба, начиная с нулевого. Зубья на графике имеют дробные значения, поскольку процесс непрерывный и номер зуба показывает расстояние от горлового сечения гиперболоида. По оси ординат отложены величины искажения профиля зуба в мм. Восемь кривых, расположенных одна над другой показывают зависимости для 8-ми дискретных значений ширины зубчатых колес, начиная с нулевой ширины и с шагом 1 мм. Кривая, находящаяся выше, соответствует большей ширине зубчатого колеса. Из графиков видно возрастание величины максимального искажения при увеличении ширины зуба зубчатого колеса и при увеличении номера зуба. Кривые имеют вогнутый характер, который проявляется сильнее при увеличении величины половины ширины зубчатого колеса, а при небольших значениях – практически прямой линии с небольшим тангенсом угла подъема.

Рассмотрим рис. 4.8, выраженный в других координатах (рис. 4.9).

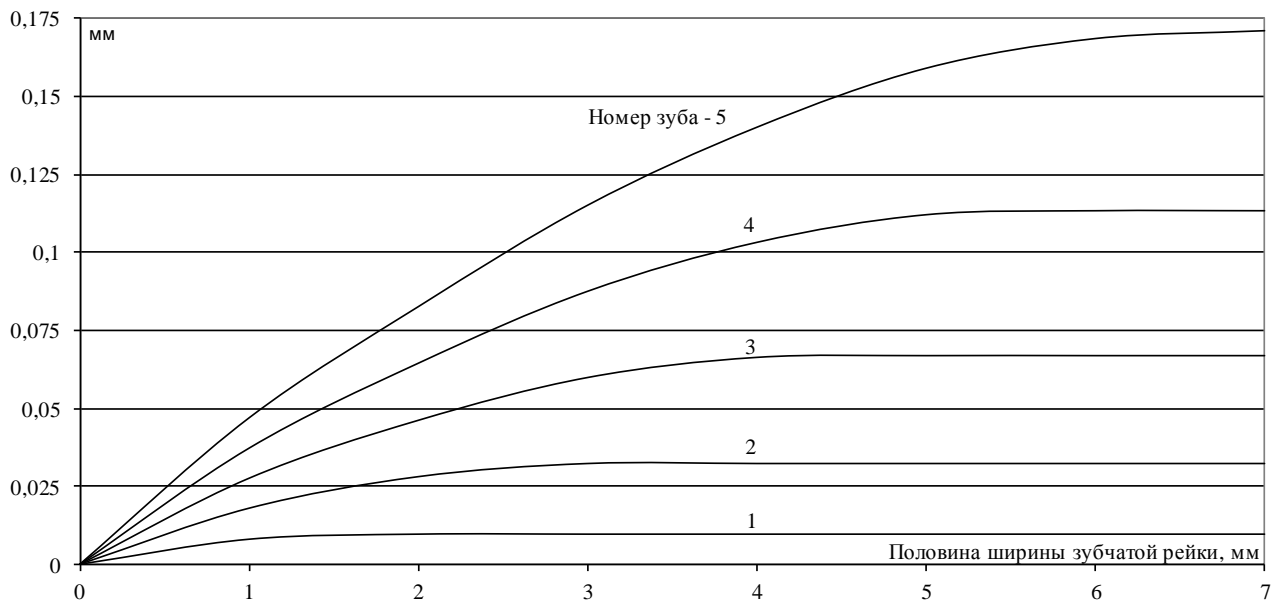


Рис. 4.9. Зависимость величины максимального искажения профиля зуба зубчатой рейки от ее ширины

На рис. 4.9 по оси абсцисс отложена величина половины ширины зуба

цилиндрического зубчатого колеса. По оси ординат отложены величины искажения профиля зуба в мм. Кривыми показаны зависимости для номеров зубьев зубчатого колеса, начиная с нулевого по четвертый. Чем выше расположен график зависимости (тоньше линия), тем больше порядковый номер зуба зубчатого колеса, для которого производился замер. На графике четко видны моменты насыщения, после которых величина искажения перестает увеличиваться, что обусловлено выходом цилиндрического зубчатого колеса из зоны зацепления с гиперболоидным шлифовальным кругом. Зона насыщения сдвигается в сторону увеличения при увеличении номера зуба, что обусловлено незначительным увеличением диаметра гиперболоидного инструмента и постепенным отдалением точек прямолинейной образующей от оси вращения гиперболоида. Из рис. 4.9 следует, что существуют цилиндрические зубчатые колеса, такие что, имея диаметр меньше бесконечности будут зацепляться не со всеми зубьями гиперболоидного шлифовального круга, а только с теми, что находятся в непосредственной близости от горлового сечения, следовательно, максимальное искажение не превысит определенного значения, и цилиндрическое зубчатое колесо получит необходимую точность.

Также существуют другие цилиндрические зубчатые колеса, диаметр которых достаточно большой, но ширина ограничена некоторым небольшим значением по сравнению с диаметром гиперболоидного шлифовального круга. Такие колеса способны зацепляться одновременно с большим количеством зубьев шлифовального круга, получая при этом необходимую точность.

Процесс моделирования показал, что наибольшее искажение профиль зубчатой рейки получает в районе оси гиперболоидного инструмента на расстоянии  $x_2 \approx 0$ . Однако определение точного местоположения этой точки, и дальнейшее определение расстояние от нее до плоскости зуба зубчатой рейки невозможно из-за винтового свойства поверхности зуба с переменным диаметром гиперболоидного инструмента.

Для определения приблизительного значения величины отклонения от геометрических параметров гиперболоидного инструмента воспользуемся

эмпирическими данными (таблица 7), полученными для разных значений делительных диаметров в горловом сечении  $d_2^i$ , модулей  $m$  и углов подъема витка  $\gamma_{\text{витка}}$ , измеренных на различных расстояниях  $L/2$ .

Таблица 7. Эмпирические данные искажения профиля зуба зубчатой рейки, обработанного гиперболоидным шлифовальным кругом

$Z_2$	1	1	1	3	3	3	7	7	7	
$m$	1	2	4	1	2	4	1	2	4	
$d_2^i$	100									
$\gamma_{\text{витка}}$	0,57	1,15	2,29	1,72	3,44	6,89	4,01	8,05	16,26	
$\frac{L}{2}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	1	1,459E-05	2,335E-04	3,737E-03	1,314E-04	2,104E-03	0,03378	7,161E-04	0,0115	0,188
	2	3,648E-05	5,837E-04	9,343E-03	3,284E-04	5,259E-03	0,08445	1,790E-03	0,0288	0,470
	3	6,566E-05	1,051E-03	0,01682	5,911E-04	9,466E-03	0,1520	3,222E-03	0,0518	0,846
	4	1,021E-04	1,634E-03	0,02616	9,195E-04	0,01472	0,2364	5,013E-03	0,0806	1,316
	5	1,459E-04	2,335E-03	0,03737	1,314E-03	0,02104	0,3378	7,161E-03	0,1151	1,880
	6	1,970E-04	3,152E-03	0,05045	1,773E-03	0,02840	0,4560	9,667E-03	0,1554	2,538
	7	2,553E-04	4,086E-03	0,0654	2,299E-03	0,03681	0,5911	0,01253	0,2015	3,290
	8	3,210E-04	5,136E-03	0,08222	2,890E-03	0,04628	0,7431	0,01575	0,2533	4,136
9	3,939E-04	6,304E-03	0,1009	3,546E-03	0,05679	0,9120	0,01933	0,3109	5,07	
$d_2^i$	200									
$\gamma_{\text{витка}}$	0,29	0,57	1,15	0,86	1,72	3,44	2,01	4,01	8,05	
$\frac{L}{2}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	1	1,824E-06	2,918E-05	4,669E-04	1,642E-05	2,627E-04	4,207E-03	8,940E-05	1,432E-03	0,0230
	2	4,559E-06	7,295E-05	1,167E-03	4,104E-05	6,568E-04	0,0105	2,235E-04	3,580E-03	0,0576
	3	8,207E-06	1,313E-04	2,101E-03	7,387E-05	1,182E-03	0,0189	4,023E-04	6,445E-03	0,1036
	4	1,277E-05	2,043E-04	3,269E-03	1,149E-04	1,839E-03	0,0295	6,258E-04	0,01003	0,1612
	5	1,824E-05	2,918E-04	4,669E-03	1,642E-04	2,627E-03	0,0420	8,940E-04	0,01432	0,2303
	6	2,462E-05	3,939E-04	6,304E-03	2,216E-04	3,546E-03	0,0568	1,207E-03	0,01933	0,3109
	7	3,192E-05	5,107E-04	8,172E-03	2,873E-04	4,597E-03	0,0736	1,565E-03	0,02506	0,4030
	8	4,012E-05	6,420E-04	0,01027	3,611E-04	5,779E-03	0,0926	1,967E-03	0,03151	0,5066
9	4,924E-05	7,879E-04	0,01261	4,432E-04	7,093E-03	0,1136	2,414E-03	0,03867	0,6218	
$d_2^i$	350									
$\gamma_{\text{витка}}$	0,16	0,33	0,65	0,49	0,98	1,96	1,15	2,29	4,59	
$\frac{L}{2}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	1	3,403E-07	5,445E-06	8,712E-05	3,063E-06	4,901E-05	7,843E-04	1,668E-05	2,669E-04	4,278E-03
	2	8,507E-07	1,361E-05	2,178E-04	7,657E-06	1,225E-04	1,961E-03	4,169E-05	6,673E-04	0,0107
	3	1,531E-06	2,450E-05	3,920E-04	1,378E-05	2,205E-04	3,530E-03	7,504E-05	1,201E-03	0,0193
	4	2,382E-06	3,811E-05	6,098E-04	2,144E-05	3,430E-04	5,490E-03	1,167E-04	1,869E-03	0,0299
	5	3,403E-06	5,445E-05	8,712E-04	3,063E-05	4,901E-04	7,843E-03	1,668E-04	2,669E-03	0,0428
	6	4,594E-06	7,350E-05	1,176E-03	4,135E-05	6,616E-04	0,01059	2,251E-04	3,604E-03	0,0578
	7	5,955E-06	9,528E-05	1,525E-03	5,360E-05	8,576E-04	0,01373	2,918E-04	4,671E-03	0,0748
	8	7,486E-06	1,198E-04	1,917E-03	6,738E-05	1,078E-03	0,01726	3,669E-04	5,873E-03	0,0941
9	9,188E-06	1,470E-04	2,352E-03	8,269E-05	1,323E-03	0,02118	4,503E-04	7,207E-03	0,1155	

Наблюдая за характерами зависимостей при изменении различных величин, удалось установить квадратичную зависимость от угла подъема витка  $\gamma^{\text{витка}}$  и модуля  $m$ , обратную зависимость от диаметра в горловом сечении  $d_2^i$ . Оставшийся множитель очевидно зависит от расстояния до горлового сечения и приближенно описывается зависимостью второй и первой степени. Таким образом, приближительное решение принимает вид:

$$\Delta = \frac{(0,0011x^2 + 0,0033x)(m \cdot \gamma^{\text{витка}})^2}{d_2^i} \quad (4.10)$$

где  $\gamma^{\text{витка}}$  – угол подъема витка, град;

$d_2^i$  – делительный диаметр в горловом сечении, мм;

$m$  – модуль зуба цилиндрического зубчатого колеса;

$x$  – расстояние вдоль оси  $X$  относительно горлового сечения гиперboloидного инструмента.

Полученная зависимость представляет собой формулу, позволяющую оценить искажение профиля зуба зубчатой рейки при обработке гиперboloидным шлифовальным кругом. Величины искажений профиля зуба зубчатого колеса могут быть определены из величины перекрытия цилиндрического зубчатого колеса с гиперboloидным шлифовальным кругом.

#### **4.4 Определение длины линии зацепления цилиндрического зубчатого колеса с гиперboloидным шлифовальным кругом**

Для определения длины линии зацепления, определим расстояние от горлового сечения гиперboloида до точки входа цилиндрического зубчатого колеса в зацепление. На рис. 4.10 изображено цилиндрическое зубчатое колесо с модулем  $m$  и делительным диаметром  $d_1^i$ , и сечение вдоль прямолинейной

образующей гиперboloидного шлифовального круга.

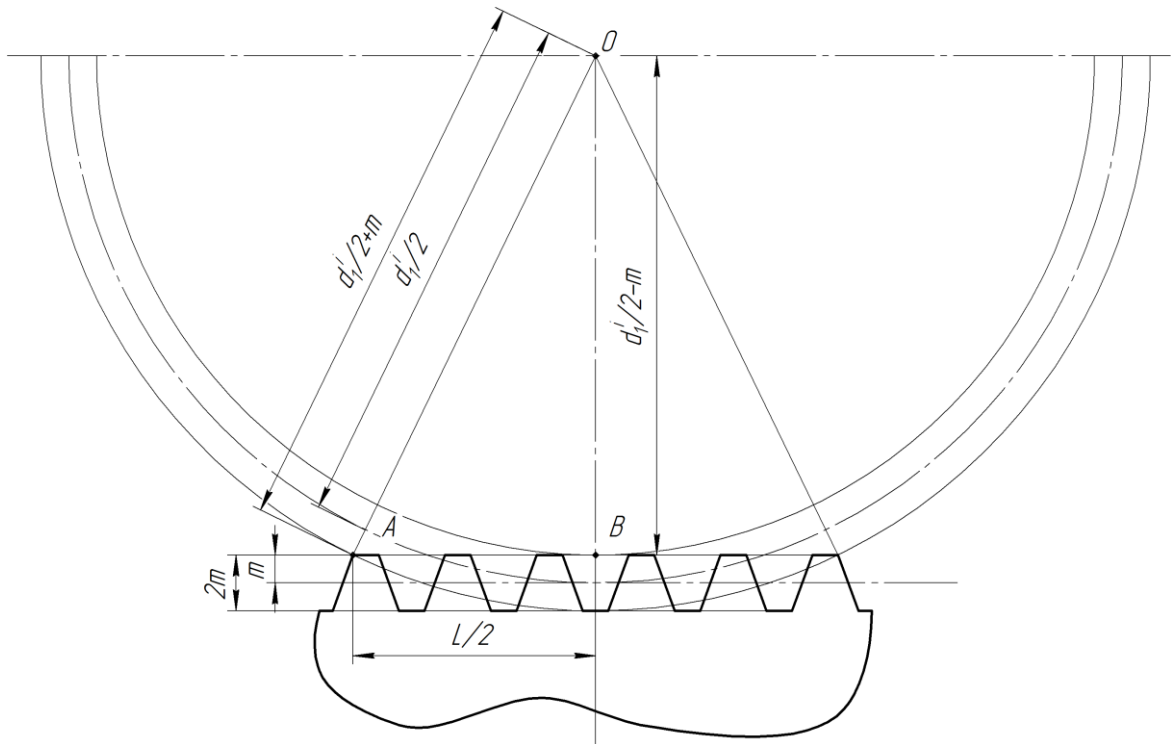


Рис. 4.10. Определение длины линии зацепления

Искомая величина перекрытия  $L$  определяется из прямоугольного треугольника  $OAB$ , где величина  $AB$  – половина перекрытия. Зная модуль и делительный диаметр цилиндрического зубчатого колеса, определим известные величины:

$OA = \frac{d_1^i}{2} + m$ ,  $OB = \frac{d_1^i}{2} - m$ . Воспользовавшись свойством

прямоугольного треугольника (квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов), получаем:

$$\begin{aligned}
 OA^2 &= AB^2 + OB^2; \left(\frac{d_1^i}{2} + m\right)^2 = \left(\frac{L}{2}\right)^2 + \left(\frac{d_1^i}{2} - m\right)^2; \\
 \left(\frac{d_1^i}{2}\right)^2 + 2\frac{d_1^i}{2}m + m^2 &= \left(\frac{L}{2}\right)^2 + \left(\frac{d_1^i}{2}\right)^2 - 2\frac{d_1^i}{2}m + m^2; \\
 L &= 2\sqrt{2d_1^i m}.
 \end{aligned} \tag{4.11}$$

Учитывая, что шаг зацепления равен  $\pi m$ , количество зубьев, находящихся в зацеплении:

$$Z^{зац} = \frac{L}{\pi m} = \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{2d_1^i}{m}} = \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{2mZ_1}{m}} = \frac{2}{\pi} \sqrt{2Z_1}. \quad (4.12)$$

Подставим половину величины перекрытия  $L$ , полученную по формуле (4.11) в выражение (4.10)

$$\begin{aligned} \Delta_L &= \frac{\left(0,0011 \cdot \left(\frac{L}{2}\right)^2 + 0,0033 \cdot \frac{L}{2}\right) (m \cdot \gamma^{витка})^2}{d_2^i} = \\ &= \frac{\left(0,0011 \cdot \left(\sqrt{2d_1^i m}\right)^2 + 0,0033 \sqrt{2d_1^i m}\right) (m \cdot \gamma^{витка})^2}{d_2^i} = \\ &= \frac{\left(0,0022 \cdot d_1^i m + 0,0033 \sqrt{2d_1^i m}\right) (m \cdot \gamma^{витка})^2}{d_2^i}. \end{aligned} \quad (4.13)$$

Полученная зависимость представляет собой формулу, позволяющую оценить искажение профиля зуба зубчатого колеса, рейки при его обработке гиперболоидным шлифовальным кругом.

Покажем пример применения приведенной формулы. Возьмем для примера гиперболоидный шлифовальный круг, с делительным диаметром в горловом сечении  $d_2^i = 350 \text{ мм}$ , предназначенный для обработки прямозубого цилиндрического зубчатого колеса с эвольвентным профилем зуба и модулем  $m=1,5$ . При числе заходов гиперболоидного инструмента от  $Z_2 = 3$  до  $Z_2 = 7$  величина подъема витка составляет от  $0,737^\circ$  до  $1,719^\circ$ . Рассмотрев цилиндрические зубчатые колеса с числом зубьев  $Z_1 = 6..250$  построим график зависимости искажения профиля зуба зубчатого колеса (рис. 4.11).

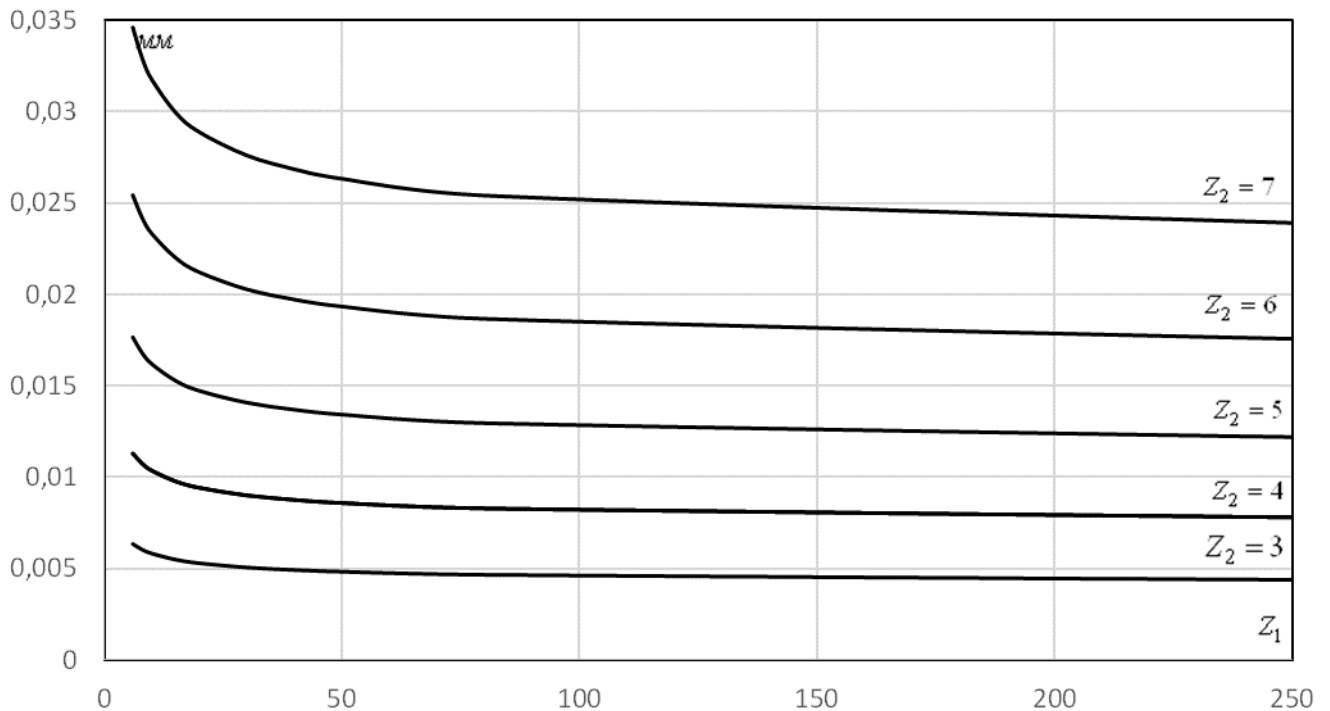


Рис. 4.11. График зависимости искажения профиля зуба зубчатого колеса от количества зубьев  $Z_1$  при различных числах заходов гиперboloидного шлифовального круга

Как видно из графика, для достижения 6-ой степени точности можно применять только 3-х или 4-х заходные гиперboloидные шлифовальные круги. Шлифовальные круги с большим числом заходов можно применять для менее точных цилиндрических зубчатых колес или узких зубчатых колес. Подобные графики могут быть построены для гиперboloидных шлифовальных кругов с другими параметрами  $d_2^i$  и  $m$ , и по ним произведен выбор необходимого числа заходов, которое обеспечит требуемую производительность с сохранением необходимой точности.

#### Выводы по главе 4

1. Определена точность обрабатываемых зубчатых колес в зависимости от совпадения схемы формообразования гиперboloидного инструмента и технологической схемы формообразования зубчатых колес.
2. В аналитическом виде, в пространственном станочном зацеплении

получена основная инструментальная поверхность, совпадающая с производящей поверхностью, влияющая на возможность обработки всей ширины зубчатого венца.

3. Предложена методика определения максимального искажения профиля обработанного зуба при смещении витка инструмента от начального сечения, за счет дополнения секущими плоскостями компьютерной модели гиперболоидного шлифовального круга.

4. Разработана компьютерная модель гиперболоидного шлифовального круга позволяющая определять взаимное расположение точек контакта поверхности червячного шлифовального круга и боковых поверхностей зубьев шлифуемой детали на различных высотах зуба. Предложенная модель позволяет находить места и величины внедрения шлифовального круга в заготовку, являющиеся причиной искажения эвольвентного профиля обрабатываемого зуба.

5. Доказано, что разработанный инструмент имеет более сложную пространственную форму по сравнению с существующим инструментом, следовательно, горловое сечение инструмента обрабатывает заготовку без искажения, а при значительном удалении профиля инструмента от горлового сечения искажения увеличиваются.

6. Доказано, что коэффициент перекрытия при зацеплении гиперболоидного круга с обрабатываемым зубчатым колесом увеличивается и зависит от геометрии инструмента и обрабатываемой заготовки.



## РАЗДЕЛ 5

### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

#### **5.1 Разработка схемы формообразования гиперболоидной инструментальной поверхности**

Финишная обработка зубьев цилиндрического зубчатого колеса после закалки дает возможность устранить погрешности профиля зуба, возникшие в результате термического воздействия и других этапов производства. Качество проведения последнего этапа обработки позволяет получать более высокую точность боковых поверхностей зуба цилиндрического зубчатого колеса и ожидать ее постоянства. На заводах и промышленных предприятиях в качестве финишной обработки зубьев цилиндрических зубчатых колес применяют притирку, хонингование и шлифование.

Методы притирки и хонингования улучшают качество боковых поверхностей зубьев цилиндрических зубчатых колес и уменьшают повреждения, вызванные закалкой и другими этапами производства зубчатого колеса. Однако в силу особенностей применения методов, рассмотренных в главе 1, производительность съема материала имеет ряд ограничений, и высокая точность может быть достигнута только при выполнении целого комплекса мероприятий по настройке станка, достижения высокого качества инструмента и дополнительных приспособлений, выбора соответствующих процессу припусков на обработку. Процессы притирки и хонингования осуществляются в пространственном станочном зацеплении и при жесткой кинематической связи между инструментом и изделием имеют устойчивый точечный характер касания, что не позволяет повысить производительность.

Метод шлифования профиля зуба все чаще применяется при финишной обработке боковых поверхностей зубьев цилиндрических зубчатых колес. В главе 1 доказано преимущество применения непрерывного шлифования по методу

обката, где в качестве инструмента применяются абразивные червячные шлифовальные круги, как правило, построенные на базе архимедова червяка. Архимедов профиль червячного шлифовального круга получается в процессе обкатки инструмента прямобочным роликом. Вид контакта в результате обкатки приводит к переменным нагрузкам на витки шлифовального круга, что теоретически может исказить профиль витка. Неравномерная правка центра и краев шлифовального круга вызвана прогибом центра при нажиме правящего роликового колеса. Это приводит к неравномерному износу инструмента и, как следствие, к потере точности боковой поверхности зубьев цилиндрических зубчатых колес в процессе шлифования.

Для исключения перечисленных недостатков автором диссертации разработан новый способ формообразования червячного шлифовального круга, построенного на теле однополостный гиперboloид [72, 73]. Формообразования витков червяка происходит, когда оси заготовки и инструмента находятся на скрещивающихся осях  $\gamma$ , а угловые скорости  $\omega_1$  и  $\omega_2$  обратно пропорциональны количеству зубцов гиперboloидного шлифовального круга и заготовки прямозубого долбяка. Нарезание витков выполняется на вертикально-фрезерном станке с делительной головкой одной подачей  $S$  вдоль прямолинейной образующей однополосного гиперboloида (рис. 5.1).

Первоначальное формообразование витков червячного гиперboloидного шлифовального круга может быть выполнено прямобочным роликом (рис. 5.2 а) или каскадом из прямобочных роликов. Для большей точности шага витков шлифовального круга, каскад прямобочных роликов может быть выполнен в виде нарезанной поверхности на цельном цилиндре (рис. 5.2 б)

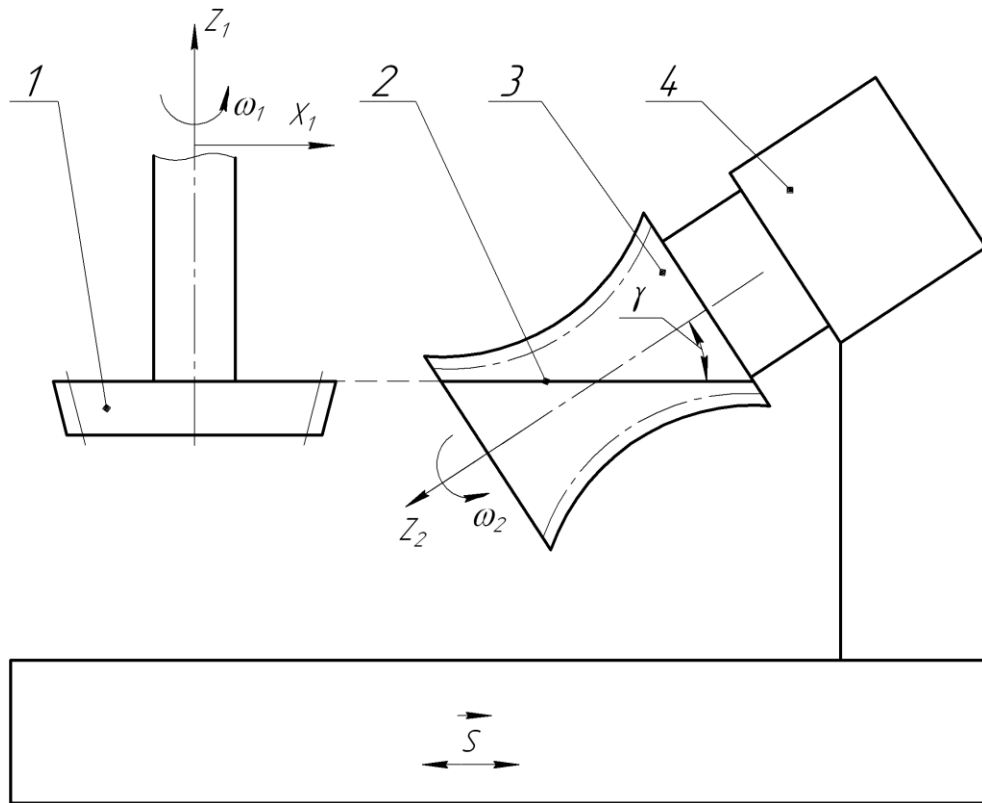


Рис. 5.1. Схема формообразования витков шлифовального круга на поверхности однополостный гиперболоид долбяком:

- 1 – долбяк; 2 – прямолинейная образующая винтовой гиперболоидной поверхности; 3 – гиперболоидная заготовка шлифовального круга; 4 – делительная головка

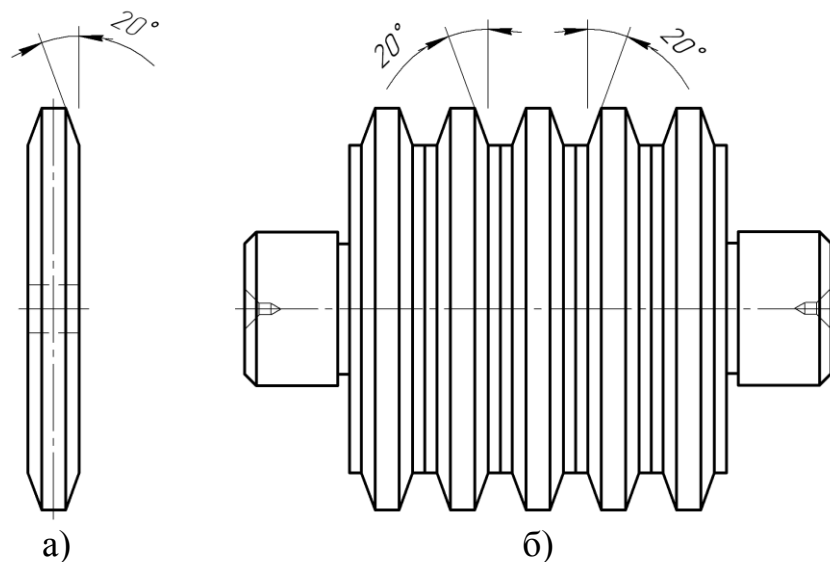


Рис. 5.2. Накатники для формирования червячной поверхности гиперболоидного шлифовального круга:

- а) прямоугольный ролик; б) каскад прямоугольных роликов

При накатке червячной гиперboloидной шлифовальной поверхности накатниками в виде прямобочных роликов схема формообразования будет схожа со схемой, изображенной на рис. 5.1. Для этого снимем долбяк и при помощи оснастки установим на неподвижной части стола станка жестко зафиксированную ось вращения прямобочного ролика на высоте расположения прямолинейной образующей гиперboloидного шлифовального круга. Формообразования витков шлифовального круга происходит, когда ось прямобочного ролика параллельна прямолинейной образующей гиперboloидного шлифовального круга, а угловая скорость  $\omega_2$  согласована с поступательным движением подачи  $S$  вдоль прямолинейной образующей, при этом ролик может свободно вращаться вокруг своей оси.

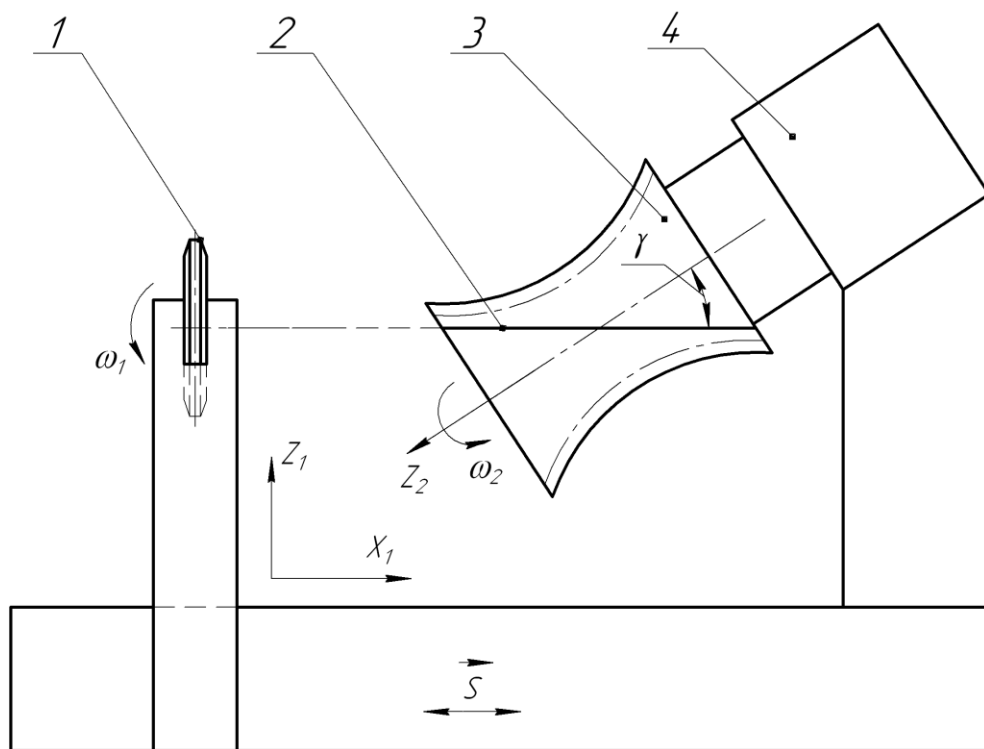


Рис. 5.3. Схема формообразования витков шлифовального круга на поверхности однополостного гиперboloида прямобочным роликом:

- 1 – прямобочный ролик;
- 2 – прямолинейная образующая винтовой гиперboloидной поверхности;
- 3 – гиперboloидная заготовка шлифовального круга; 4 – делительная головка

Прямобочный ролик 1, изображенный на рис. 5.3, может быть выбран или

изготовлен любого диаметра. Увеличение диаметра прямоочного ролика теоретически приведет к уменьшению температуры в процессе выкатки, однако это приведет к большему люфту оси, что скажется на потере точности формообразования витка шлифовального круга. Поскольку данный метод формообразования рекомендуется для чернового этапа формообразования инструмента, который будет подвергаться правке на зубошлифовальном станке, рекомендуется выбор ролика большего диаметра. При черновом формообразовании гиперболоидной поверхности, стол на котором закреплена делительная головка, должен совершать возвратно поступательные движения подачи  $S$  в ускоренном или обычном режиме обкатки (рис. 5.4). При обычном режиме обкатки при обратном движении стол совершает холостой ход на повышенной скорости, выводя заготовки из зацепления с прямоочным роликом. В ускоренном режиме формообразования, обкатка происходит и в прямом и в обратном направлении подачи стола  $S$ , при этом меняется направление вращения заготовки согласованное с направлением относительного перемещения прямоочного ролика вдоль прямолинейной образующей гиперболоидного шлифовального инструмента.

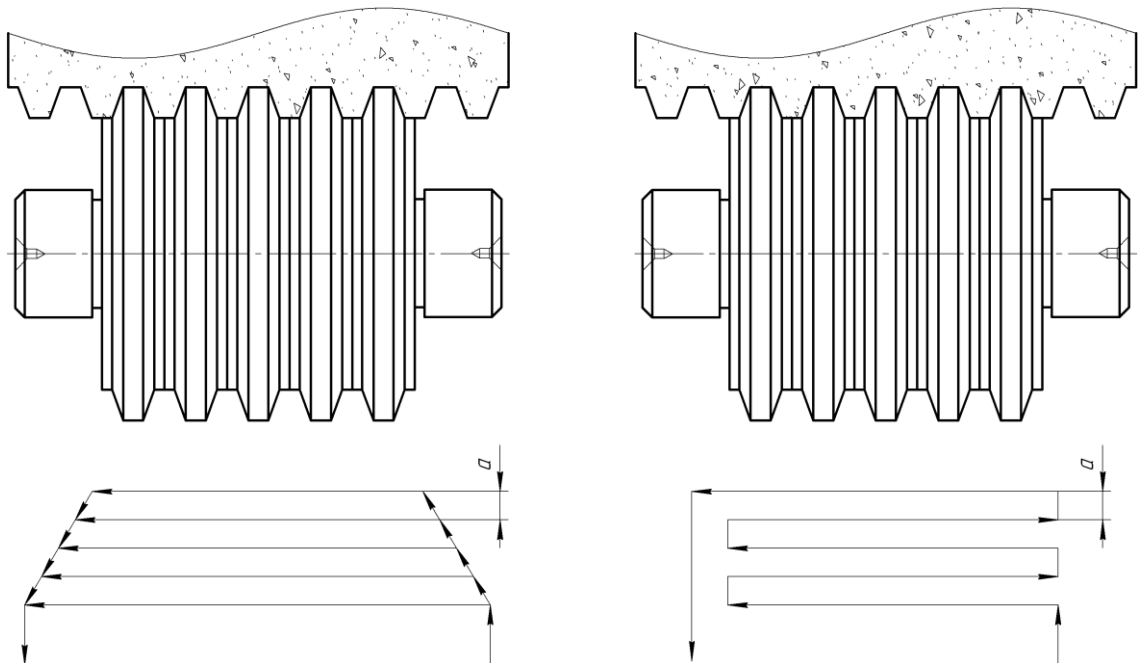


Рис. 5.4. Схемы накатки червячной поверхности гиперболоидного шлифовального круга: а) односторонняя; б) двухсторонняя

Процесс накатки червячной поверхности гиперболоидного шлифовального круга, как и процесс накатки шлифовального круга цилиндрической формы, сопровождается тепловыделением. Для сохранения физических свойств связки шлифовального круга, выделяющееся в процессе накатки тепло, необходимо отводить при помощи охлаждающей жидкости из веретенного масла или его смеси с керосином.

Кроме самого формообразования, процесс изготовления шлифовального круга, и его последующая эксплуатация должны отвечать технике безопасности, для этого крепление шлифовального круга на шпинделе любого станка должно быть надежным, но при этом не создавать дополнительных напряжений в круге. Несоблюдение техники безопасности может приводить к травмам и выходу отдельных узлов оборудования из строя, поскольку скорость вращения шлифовальных кругов достаточно высокая и при аварийной ситуации может произойти их разрыв, в результате чего отдельные части, имея достаточный импульс, обладают большой кинетической энергией. Для равномерного распределения усилия зажима заготовки шлифовального круга по бокам были добавлены кольца-прокладки из резины толщиной от 2,5 мм. Во избежание внутренних напряжений в зоне посадочного отверстия шлифовальный круг устанавливался на оправку с зазором 1 мм.

Скорость работы шлифовального круга не должна превышать предельную скорость, рекомендуемую изготовителем, а величины подач не превышать допустимые. После первой установки шлифовального круга на станок, было произведено испытание холостым ходом на протяжении 15 мин [9]. Первое соприкосновение заготовки и шлифовального круга производилось вручную, после чего была включена автоматическая подача.

Операцию шлифования червячным шлифовальным кругом можно проводить по трем схемам: многопроходной (рис. 5.5 а), одно- двухпроходной (рис. 5.5 б), врезной (рис. 5.5 в).

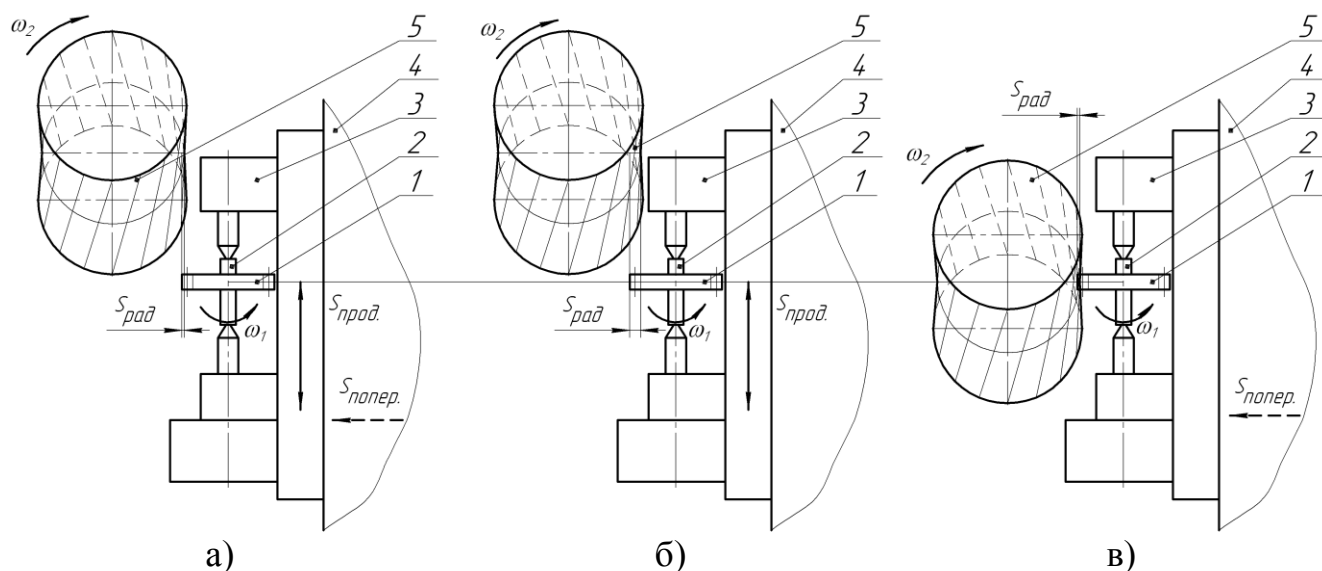


Рис. 5.5. Схема шлифования червячным гиперboloидным шлифовальным кругом:  
а – многопроходная; б – однопроводная; в – врезанием.

1 – цилиндрическое зубчатое колесо; 2 – оправка цилиндрического зубчатого колеса; 3 – суппорт зубошлифовального станка; 4 – стойка; 5 – червячный гиперboloидный шлифовальный круг

На рис. 5.5 шлифуемое цилиндрическое зубчатое колесо 1 устанавливается на оправку 2 в центрах суппорта 3. Суппорт 3 имеет вертикальное перемещение по направляющим стойки 4. Стойка 4 имеет горизонтальное перемещение вдоль станины. Гитара деления зубошлифовального станка настраивается таким образом, чтобы за один оборот червячного гиперboloидного шлифовального круга 5 цилиндрическое зубчатое колесо 1 повернулось на количество зубьев равное числу заходов червяка.

Согласно схеме шлифования рис. 5.5 а суппорт с заготовкой, совершая возвратно-поступательные движения, врезается на величину поперечной подачи в направлении сближения осей заготовки цилиндрического зубчатого колеса и червячного гиперboloидного шлифовального круга. Величина продольной подачи суппорта зависит от ширины венца зубчатого колеса. После окончания процесса шлифования стойка автоматически отходит в исходное положение.

Схема шлифования зубьев цилиндрического зубчатого колеса червячным

гиперболоидным шлифовальным кругом, представленная на рис. 5.5 б, предусматривает шлифование полной высоты зуба за один-два прохода в зависимости от модуля зуба зубчатого колеса. При такой схеме зубошлифования необходимо учитывать увеличившуюся силу резания и больший объем снимаемого материала. Для снижения тепловой нагрузки и повышения стойкостной наработки шлифовального круга между правками, необходимо снижать величину продольной подачи суппорта по сравнению со схемой рис. 5.5 а.

Первая схема шлифования червячным шлифовальным кругом дает более высокое качество поверхности, однако машинное время значительно большее, что говорит о более низкой производительности.

Схема шлифования врезанием червячного гиперболоидного шлифовального круга в цилиндрическое зубчатое колесо не предусматривает продольной подачи суппорта вдоль направляющих стойки и заключается исключительно в поперечной подаче – радиальном врезании. Данная схема не применима к широким цилиндрическим зубчатым колесам, однако для зубчатых колес сравнительно малой ширины по отношению к диаметру горлового сечения гиперболоидного шлифовального круга, дает значительный выигрыш в производительности.

Величина припуска на сторону зуба зубчатого колеса обычно принимается исходя из статистически накопленных табличных данных, которые иногда выражают в виде диаграмм (рис. 5.6). Применение табличных значений не целесообразно, поскольку они получены как максимально возможные при данной технологии или геометрии зуба, и не учитывает технических возможностей зубошлифовального станка, квалификации обслуживающего персонала и т. п. Табличная величина припуска для процесса шлифования может быть использована на первых колесах и должна уточняться технологами производства для минимизации затрат.



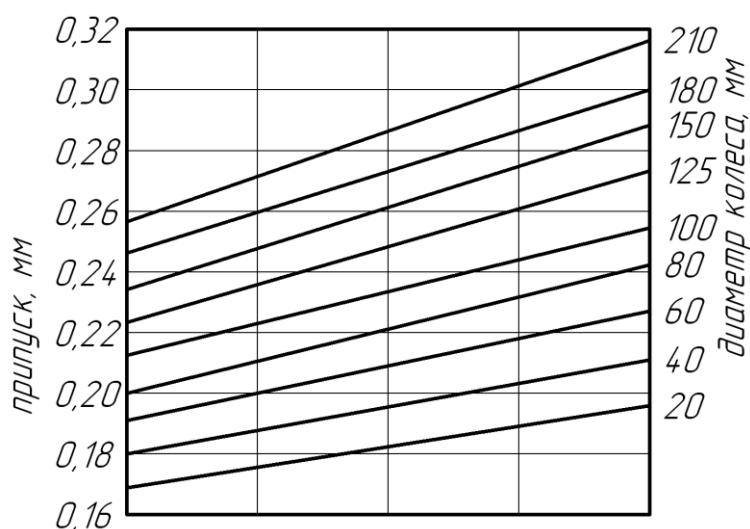


Рис. 5.6. Диаграмма фирмы "Reishauer" для определения зубошлифовального припуска от минимального до максимального значения от диаметра зубчатого колеса

Диаграмма рекомендуемых фирмой "Reishauer" припусков, приведенная на рис. 5.6, показывает необходимость увеличивать минимальное значение припуска от 0,17 до 0,27 мм и максимальное от 0,2 до 0,34 мм при увеличении диаметра зубчатого колеса от 20 до 210 мм.

## 5.2 Изготовление гиперболического шлифовального круга

Заготовками для абразивного червячного инструмента применяют плоские шлифовальные круги прямого профиля. Характеристики выбираемого шлифовального круга зависят от модуля зуба зубчатого колеса, материала заготовки и твердости поверхности, вида шлифования, предварительного или финишного, а также получаемой чистоты поверхности зуба. Для меньшего модуля зуба зубчатого колеса выбирается более мелкое зерно и более высокая твердость шлифовального круга, что обеспечивает большую стойкость и чистоту боковой поверхности зуба [9].

В качестве примера рассмотрим создание гиперболического шлифовального

круга для обработки прямозубого цилиндрического зубчатого колеса с эвольвентным профилем зуба и модулем  $m=1,5$ . Число зубьев цилиндрического колеса не имеет особо важного значения, поскольку разрабатываемый гиперболоидный шлифовальный круг должен зацепляться с зубчатым колесом любого диаметра, а, следовательно, имеющим любое количество зубьев.

Диаметры шлифовальных кругов, которые применяются на зубошлифовальных станках "Reishauer", "Комсомолец" Егорьевского станкостроительного завода, как правило, имеют диаметры в пределах от 280 до 350 мм. Выбор большего диаметра позволяет повысить скорость шлифования. Для обеспечения достаточной стойкости шлифовального круга и снижения тепловой нагрузки при шлифовании зубчатых колес применяют шлифовальные круги с мягкой и средне мягкой характеристикой.

Изготовим червячный шлифовальный круг на теле однополостный гиперболоид по схеме формообразования при помощи прямозубого долбяка (рис. 5.1). В качестве заготовки для изготовления гиперболоидного шлифовального круга был выбран серийный шлифовальный круг прямого профиля ПП 350x40x127 25А 46 СМ Волжского абразивного завода ГОСТ Р 52781-2007 [57]. Материал шлифовального круга 25А – электрокорунд белый. Абразивные шлифовальные круги, изготовленные из материала 25А (электрокорунд белый) по сравнению со шлифовальными кругами 14А более твердые, и имеют повышенную абразивную способность, а также хрупкость. Подобные шлифовальные круги применяют для финишного и профильного шлифования, а также резьбошлифования легированной и инструментальной стали. Производитель рекомендует применять шлифовальные круги, выполненные из электрокорунда белого 25А для обрабатывания сложных поверхностей, которые склонны к прижогам и заготовок, имеющих большую площадь контакта со шлифовальным кругом. Кроме того, шлифовальные круги 14А (электрокорунд нормальный) чаще используются для предварительного шлифования, когда нужна не сильно высокая точность обработки ковкого чугуна, легированной и углеродистой стали, легированной бронзы, алюминиевых и никелевых сплавов. Повышенная

жесткость таких кругов затруднит изготовление гиперболоидного шлифовального круга и загубит получаемое качество шлифуемой боковой поверхности зубьев зубчатых колес. Размеры круга: диаметр внешний – 350 мм, внутренний диаметр посадочного отверстия – 127 мм, высота 40 мм. Дополнительные указанные характеристики: 46 – зернистость, CM(L) – твердость, обозначающая среднюю мягкость.



Рис. 5.7. Круг шлифовальный ПП 350x40x127 25А 46 CM

Для нахождения основных геометрических характеристик необходимо рассмотреть некоторый гиперболоид с диаметром в горловом сечении  $d_2^{ia}$  и углом подъема витка  $\gamma^{витка}$ , тогда угол между осью вращения гиперболоида и прямолинейной образующей также будет равняться  $\gamma^{витка}$ , а угол скрещивания оси вращения с осью цилиндрического зубчатого колеса  $\gamma$  Рис. 5.8. Определим значения некоторого диаметра гиперболоида  $d_2^{ia2}$ , находящегося на высоте  $z$ .

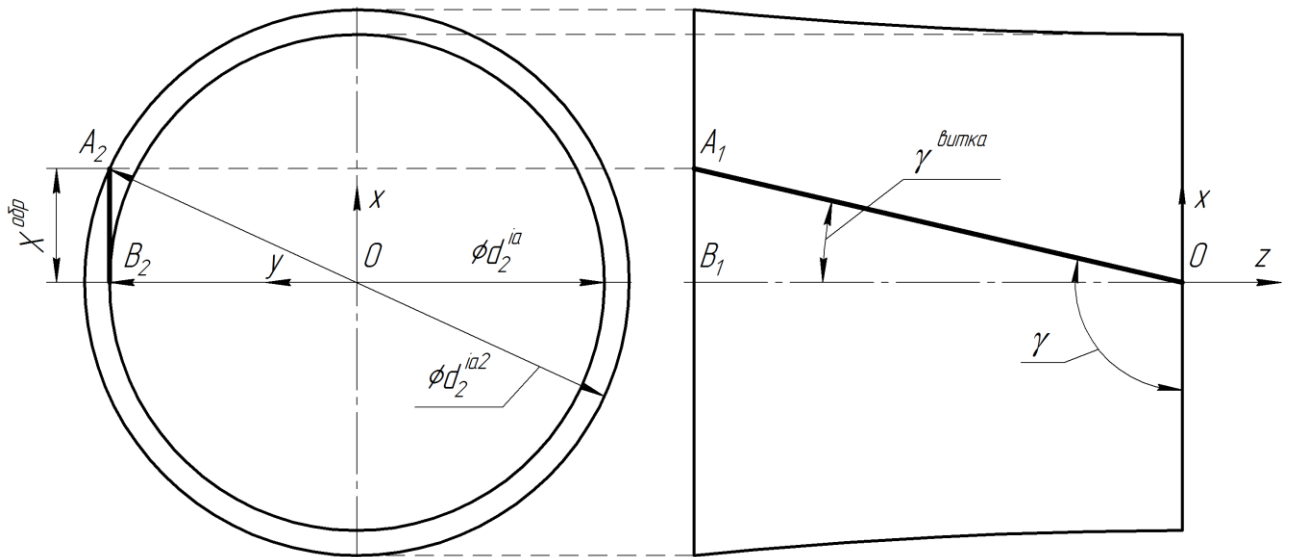


Рис. 5.8. Зависимость диаметра гиперboloида от высоты сечения

Рассмотрим прямоугольный треугольник  $OA_2B_2$ . Поскольку квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов, получим:

$$\begin{aligned} (OA_2)^2 &= (A_2B_2)^2 + (OB_2)^2, \\ \left(\frac{d_2^{ia2}}{2}\right)^2 &= (X^{обр})^2 + \left(\frac{d_2^{ia}}{2}\right)^2, \\ d_2^{ia2} &= 2\sqrt{(X^{обр})^2 + \left(\frac{d_2^{ia}}{2}\right)^2}, \end{aligned} \quad (5.1)$$

где  $X^{обр}$  –  $x$  координата образующей на высоте гиперboloида  $z$ .

Найдем  $X^{обр}$  из прямоугольного треугольника  $OA_1B_1$ :

$$X^{обр} = z \cdot \tan(\gamma_{витка}) \quad (5.2)$$

Подставим (5.2) в (5.1):

$$d_2^{ia2} = 2\sqrt{\left(z \cdot \tan(\gamma_{витка})\right)^2 + \left(\frac{d_2^{ia}}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(2z \cdot \tan(\gamma_{витка})\right)^2 + (d_2^{ia})^2}. \quad (5.3)$$

Воспользуемся формулами (3.5), (3.6) и (5.3) для нахождения основных геометрических характеристик гиперболоидного шлифовального круга, который можно получить из шлифовального круга прямого профиля ПП 350x40x127 25А 46 СМ. Наружный диаметр шлифовального круга  $d_2^{\max}=350$ , а значит, необходимо рассчитать максимально возможный диаметр в горловом сечении с учетом увеличения диаметра на некоторой высоте инструмента, вызванное получаемой гиперболоидной формой. Максимальный диаметр гиперболоида получится на торцах исходного шлифовального круга, поскольку изготавливаемый инструмент должен быть симметричен относительно горлового сечения. Таким образом, максимальная высота полученного гиперболоида  $z_2^{\max}$ :

$$z_2^{\max} = \frac{T}{2} = \frac{40}{2} = 20 \text{ мм}, \quad (5.4)$$

где  $T$  – высота исходного шлифовального круга, мм.

Воспользуемся формулой (5.3) для определения величины делительного диаметра в горловом сечении  $d_2^{ia}$ :

$$d_2^{ia} = \sqrt{\left(d_2^{ia2}\right)^2 - \left(2z_2^{\max} \cdot \tan\left(\gamma^{\text{витка}}\right)\right)^2}. \quad (5.5)$$

Поскольку для определения величины делительного диаметра в горловом сечении  $d_2^{ia}$ , кроме известных параметров  $z_2^{\max}$  и  $d_2^{ia2}$ , участвует величина подъема витка  $\gamma^{\text{витка}}$ , которая в свою очередь зависит от выбранного диаметра в горловом сечении  $d_2^i$ , получение аналитического решения сводится к решению системы уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} d_2^{ia} = \sqrt{(d_2^{ia2})^2 - (2z_2^{\max} \cdot \tan(\gamma^{\text{витка}}))^2}, \\ m_2 = \frac{d_2^i}{Z_2}, \\ \gamma = 180^\circ - \arccos\left(\frac{m}{m_2}\right), \\ \gamma^{\text{витка}} = \gamma - 90^\circ. \end{array} \right. \Rightarrow \quad (5.6)$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} d_2^{ia} = \sqrt{(d_2^{ia2})^2 - (2z_2^{\max} \cdot \tan(\gamma^{\text{витка}}))^2}, \\ \gamma^{\text{витка}} = 90^\circ - \arccos\left(\frac{m \cdot Z_2}{d_2^{ia} - m}\right) \end{array} \right.$$

Как видно система уравнений не имеет простого аналитического решения вследствие двух взаимозависящих переменных, находящихся под тригонометрическими функциями, поэтому найдем решение системы численными методами. Численное значение диаметра гиперболоидного шлифовального круга в горловом сечении  $d_2^{ia}$ , удовлетворяющее условию, что при угле подъема витка  $\gamma^{\text{витка}}$ , произойдет увеличение диаметра на краях заготовки, не выходящее за максимальный наружный диаметр шлифовального круга  $d_2^{\max} = 350 \text{ мм}$  равен 347,5 мм. Выберем немного меньшее значение диаметра шлифовального круга в горловом сечении для компенсации погрешностей исходного профиля, учтя повышение трудоемкости процесса формообразования поверхности:

$$d_2^{ia} = 346 \text{ мм}. \quad (5.7)$$

При этом угол подъема витка, рассчитанный по формулам (3.5), (3.6):

$$\gamma = 180^\circ - \arccos\left(\frac{m}{m_2}\right) = 180^\circ - \arccos\left(\frac{1,5}{346}\right) = 90,3^\circ, \quad (5.8)$$

$$\gamma^{\text{витка}} = \gamma - 90^\circ = 90,3^\circ - 90^\circ = 0,3^\circ, \quad (5.9)$$

где  $m$  – модуль зуба цилиндрического зубчатого колеса;  $m_2$  – модуль зуба

гиперboloидного шлифовального круга;  $d_2^i$  – делительный диаметр гиперboloидного шлифовального круга в горловом сечении, мм;  $\gamma$  – угол скрещивания осей;  $\gamma^{витка}$  – угол подъема витка гиперboloидного инструмента.

При известных угле подъема витка  $\gamma^{витка}$  и диаметре гиперboloидного шлифовального круга в горловом сечении  $d_2^{ia}$ , наибольший диаметр равен:

$$\begin{aligned} d_2^{ia2} &= \sqrt{\left(2z_2^{\max} \cdot \tan(\gamma^{витка})\right)^2 + \left(d_2^{ia}\right)^2} = \\ &= \sqrt{\left(2 \cdot 20 \cdot \tan(0,3)\right)^2 + (346)^2} = 347 \text{ мм.} \end{aligned} \quad (5.10)$$

Произведем грубую обработку заготовки шлифовального круга ПП 350x40x127 25А 46 СМ на вертикально-фрезерном станке 6М13П по схеме формообразования червячной винтовой поверхности, изображенной на рис. 5.1. Угол скрещивания осей  $\gamma = 90,3^\circ$ , а величина межосевого расстояния будет завит от выбора долбяка.

Для обработки заготовки шлифовального круга был выбран прямозубый зуборезный хвостовой долбяк М1.5xZ20 (рис. 5.9). Хвостовое исполнение зуборезного долбяка позволяет без оснастки установить его в шпиндель вертикально-фрезерного станка.



Рис. 5.9. Долбяк прямозубый хвостовой зуборезный М1.5xZ20

Исходя из величины вектора линейной скорости зуба прямозубого долбяка, находящегося в зоне контакта, получим передаточное число, на которое должна быть настроена гитара делений.

Известно, что шлифовальный круг при больших оборотах будет шлифовать рабочую поверхность долбяка, однако, если обороты будут небольшими, то вместо шлифования будет происходить "выкрашивание" более мягкой поверхности шлифовального круга внедряющимися зубьями прямозубого долбяка, поэтому для сохранения рабочей поверхности долбяка, выбираем более низкие обороты шлифовального круга, в ущерб производительности процесса формообразования. Процесс формообразования останавливаем при достижении межосевого расстояния 150мм, что позволит оставить небольшой припуск для правки шлифовального круга на зубошлифовальном станке перед непосредственным процессом зубошлифования. Полученный на вертикально-фрезерном станке при помощи прямозубого зуборезного хвостового долбяка M1.5xZ20 многозаходный гиперболоидный шлифовальный круг показан на рис. 5.10.

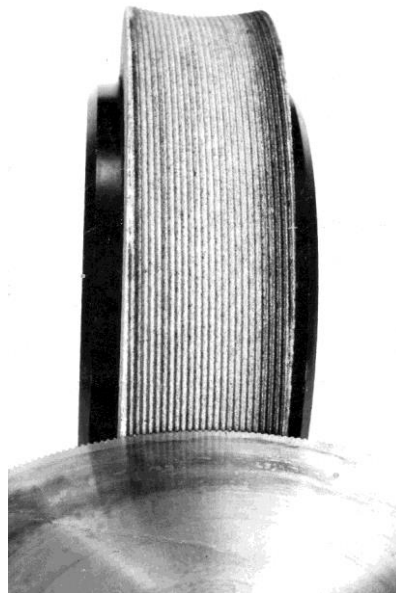


Рис. 5.10. Многозаходный гиперболоидный шлифовальный круг

Окончательная правка шлифовального круга осуществляется на зубошлифовальном станке алмазно-металлическим карандашом.



### 5.3 Шлифование зубьев цилиндрического зубчатого колеса гиперболоидным шлифовальным кругом

Финишная обработка боковых поверхностей зубьев цилиндрических зубчатых колес производится после закалки и позволяет устранить закалочные деформации и другие погрешности, возникшие у зубчатого колеса во время его производства. После проведения финишной обработки зубьев значительно повышается точность зубчатых колес, что улучшает их эксплуатационные характеристики, такие как: плавность хода, величина шума, долговечность, и т.п.

Известно, что применение многозаходных червячных шлифовальных кругов повышает производительность метода финишной обработки зубьев цилиндрических зубчатых колес. По сравнению с однозаходными червячными шлифовальными кругами, применение двухзаходного способного повысить производительность на столько, что машинное время обработки снижается на 30-40%, а трехзаходного – на 40-50%, что способно значительно снизить себестоимость получаемого зубчатого колеса.

Кроме повышенной производительности шлифовального круга, полученного новой схемой формообразования червячной поверхности на теле однополостного гиперболоида, следует обратить внимание на технологическую особенность контакта между червячной боковой поверхностью и боковой поверхностью зуба цилиндрического колеса. В силу особенностей геометрий винтовой поверхности классического червячного шлифовального круга и эвольвентной формы поверхности зуба, контакт всегда имеет точечную форму. Давление на точечную поверхность непременно приводит к повышенным термическим нагрузкам в зоне контакта, что вызывает прижоги и влечет за собой более быстрый износ шлифовального круга, так как абразивные зерна вырываются из связки до срабатывания. Последующая более частая правка шлифовального круга влечет большие технологические затраты, что снижает производительность и повышает себестоимость выпускаемой продукции.

Возможность прожога боковой поверхности зубьев цилиндрических зубчатых колес сокращает применимость данного метода финишной обработки в автомобильной и авиационной промышленности.

Предложенный метод формообразования червячной поверхности схож с существующими методами непрерывного обкатного зубошлифования на скрещающихся осях, однако имеет ряд особенностей, которые сильно меняют сферу его применения. Схема формообразования червячного шлифовального круга получается при прямолинейной подаче формообразующего долбяка или прямозубой зубчатой рейки соответствующей модулю долбяка, вдоль прямолинейной образующей гиперboloидной поверхности. При этом движении получается радикально новая пространственная форма шлифовального круга – зубчатая винтовая поверхность на теле однополостный гиперboloид.

Предложенный метод финишной обработки зубьев цилиндрических зубчатых колес имеет схожую схему шлифования при сравнении с существующими методами шлифования цилиндрическими и квазигиперboloидными шлифовальными кругами, следовательно, не требует разработки новых конструкций зубошлифовальных станков. Существующие схемы шлифования широко распространенных зубошлифовальных станков фирм "Reishauer", "Комсомолец" применяют зубошлифование на скрещающихся осях, что полностью соответствует схеме зубошлифования предложенному для применения нового гиперboloидного шлифовального круга.

Шлифование разработанными гиперboloидными шлифовальными кругами на существующих зубошлифовальных станках не только легко осуществимо, а и обладает значительными преимуществами вследствие уменьшения термической нагрузки и увеличения площади зон контакта. Как уже было показано, в отличие от метода непрерывного обкатного шлифования боковых поверхностей зубьев цилиндрических зубчатых колес цилиндрическими червячными шлифовальными кругами, которые имеют точечный характер касания обрабатываемой поверхности и инструмента, гиперboloидные шлифовальные круги имеют более развитые зоны контакта, переходящие от точки к линии и площадкам, что и является причиной

снижения термических нагрузок.

Увеличение числа заходов гиперболоидного червячного шлифовального круга не приводит к увеличению искажения профиля зуба цилиндрического зубчатого колеса в зоне прямолинейной образующей гиперболоида и проявляется только при увеличении высоты цилиндрического зубчатого колеса. Это позволяет, не меняя схемы формообразования, изменить угол скрещивания осей, что повысит угол подъема витка и позволит применить многозаходный шлифовальный круг, что в свою очередь повысит производительность метода непрерывного обкатного зубошлифования на скрещивающихся осях.

Рассматривая особенности технологии шлифования и профилирования шлифовальных кругов на станках "Reishauer", следует обратить внимание, что рекомендуемое время шлифования одного зуба составляет от 1 до 3 секунд при выполнении условия, что число зубьев шлифуемого цилиндрического зубчатого колеса и число зубьев шлифовального круга, т.е. число заходов червяка, не должно быть кратно, и при этом число зубьев на один заход червяка не может быть ниже рекомендованного предела, следовательно, минимальное количество зубьев зубчатого колеса, которые может обрабатываться на подобных станках – 12.

Рекомендации по профилированию шлифовальных кругов на станках "Reishauer" заключаются в правке после шлифования 30 зубчатых колес, при этом время правки находится в пределах 90 секунд, что составляет около 3-х секунд на одно обработанное зубчатое колесо. Частая правка шлифовальных кругов дорогостоящими алмазными косозубыми зубчатыми колесами, с одной стороны приводит к удорожанию производства цилиндрических зубчатых колес, с другой – приводит к изменению геометрии червячного шлифовального круга и алмазных зубчатых колес, что в итоге приводит к потере точности, обрабатываемых цилиндрических зубчатых колес.

Исходное профилирование или перепрофилирование предложенного гиперболоидного шлифовального круга рекомендуется производить по запатентованной схеме формообразования (рис. 5.1), когда оси гиперболоидной заготовки и долбяка находятся на скрещивающихся осях, а их угловые скорости

обратно пропорциональны количеству зубцов гиперболоидного шлифовального круга и заготовки прямозубого долбяка. Нарезание витков выполняется на вертикально-фрезерном станке с делительной головкой и одной подачей  $S$  вдоль прямолинейной образующей однополосного гиперболоида. Также возможна более простая запатентованная схема формообразования (рис. 5.3), когда вместо долбяка применяется прямобочный ролик. При формообразовании червячной гиперболоидной поверхности шлифовального круга прямобочным роликом, технология производства значительно удешевляется, однако производительность такого метода значительно ниже, чем при формообразовании долбяком. Однако стоит отметить, что износ долбяка, также, как и износ алмазного косозубого зубчатого колеса неизбежно приводит к искажению формы шлифовального круга, что уменьшает точность изготавливаемых зубчатых колес. Такого недостатка не наблюдается при износе прямобочного ролика. Простая геометрия прямобочного ролика позволяет производить его правку, восстанавливая состояние зуба зубчатой рейки для процесса формообразования гиперболоидного шлифовального круга. Износ прямобочного ролика и гиперболоидного шлифовального круга приводят к уменьшению их диаметров, однако технология формообразования предусматривает уменьшение их межосевого расстояния, а для сохранения заходности витков гиперболоидного червячного круга необходимо незначительное увеличение угла подъема витка и, угла скрещивания осей, соответственно.

Схема работы станка "Комсомолец" соответствует схеме работы станка "Reishauer". На таком станке произведено экспериментальное шлифование прямозубых цилиндрических зубчатых колес с числом зубьев  $Z_1 = 99$ , модулем  $m = 1,5$ , и шириной зубчатого венца колеса  $b_1 = 25$  мм, по многопроходной схеме шлифования (рис. 5.5 а). Выбор неправильного числа заходов гиперболоидного шлифовального круга не позволит настроить гитару деления данного станка, и процесс шлифования будет невозможен. Учтя характеристику кратности зубьев станков  $K_{cm} = 12$ , получим максимальное возможное количество заходов гиперболоидного червячного шлифовального круга:

$$Z_2^{\max} = \frac{Z_1}{K_{cm}} = \frac{99}{12} = 8. \quad (5.11)$$

Следовательно, максимальное возможное число заходов гиперболоидного червячного шлифовального круга, для которого возможно настроить гитару деления составляет 8 заходов.

Расчет машинного времени шлифования методом непрерывного обкатного шлифования на станках такого типа рассчитывается по формуле:

$$T_m = \frac{Z_1}{Z_2} \frac{L_p}{n} \cdot \left( \frac{K_1}{S_{n1}} + \frac{K_2}{S_{n2}} \right), \quad (5.12)$$

где  $T_m$  – расчетное машинное время шлифования методом непрерывного обкатного шлифования на рассматриваемых станках, мин;  $Z_1$  – число зубьев шлифуемого цилиндрического зубчатого колеса;  $Z_2$  – число заходов инструмента;  $L_p$  – длина продольного хода, принимаемая при обработке прямых зубьев  $L_p = b_1 + 2..3\text{мм}$ ;  $n$  – число оборотов шлифовального круга в минуту;  $S_{n1}$  – черновая продольная подача на один оборот зубчатого колеса, мм/оборот;  $S_{n2}$  – чистовая продольная подача на один оборот зубчатого колеса, мм/оборот;  $K_1$  – число черновых проходов;  $K_2$  – число чистовых проходов.

Для ширины венца зубчатого колеса  $b_1 = 25$  мм принимаем длину продольного хода  $L_p = b_1 + 3 = 25 + 3 = 28\text{мм}$ . На рассматриваемых зубошлифовальных станках "Reishauer" и "Комсомолец" число оборотов шлифовального круга в минуту составляет  $n = 1900$  оборотов/мин. По заводским технологиям черновая подача на один оборот зубчатого колеса  $S_{n1} = 1,5$  мм/оборот, а чистовая –  $S_{n2} = 0,2$  мм/оборот зубчатого колеса. Числа черновых и чистовых проходов определяется из припуска на шлифование и припуска на один проход:

$$K = \frac{t}{t_n}, \quad (5.13)$$

где  $t$  – припуск на шлифование;  $t_n$  – припуск на один проход.

Рекомендуемые величины подач, на которые опираются при назначении режимов зубошлифования боковых поверхностей зубьев цилиндрических зубчатых колес шлифовальными кругами червячной формы, приведены в таблице 8 [91].

Таблица 8. Подача червячного шлифовального круга

Диаметр колеса, мм	Радиальная подача, мм/раб.ход		Продольная подача, мм/оборот	
	черновая	чистовая	черновая	чистовая
50–200	0,05–0,08	0,01–0,02	1,5–3,0	0,2–0,3
200–500	0,04–0,06	0,01–0,02	1,5–2,5	0,2–0,4
500–800	0,03–0,05	0,01–0,02	0,5–1,0	0,3–0,5

Согласно заводской технологии припуск на черновое шлифование составляет  $t_1=0,4$  мм, а на чистовое –  $t_2=0,03$  мм. За один чистовой проход снимается  $t_{n1}=0,05$  мм, а за один чистовой –  $t_{n2}=0,01$  мм, откуда получаем число черновых проходов  $K_1$ , и число чистовых проходов  $K_2$ :

$$K_1 = \frac{t_1}{t_{n1}} = \frac{0,4}{0,05} = 8, \quad (5.16)$$

$$K_2 = \frac{t_2}{t_{n2}} = \frac{0,03}{0,01} = 3. \quad (5.17)$$

Для расчета машинного времени шлифования методом непрерывного обкатного шлифования на станках "Комсомолец" и "Reishauer", подставим

полученные величины в формулу (5.12):

$$T_m = \frac{Z_1}{Z_2} \cdot \frac{L_p}{n} \cdot \left( \frac{K_1}{S_{n1}} + \frac{K_2}{S_{n2}} \right) = \frac{99}{1} \cdot \frac{28}{1900} \cdot \left( \frac{8}{1,5} + \frac{3}{0,3} \right) = 22 \text{ мин} \quad (5.18)$$

Расчетное машинное время шлифования получено для применяемых на производстве цилиндрических однозаходных червячных шлифовальных кругов.

Время шлифования гиперболоидными червячными шлифовальными кругами может отличаться от расчетного машинного времени шлифования при шлифовании цилиндрическими шлифовальными кругами, поскольку предложенный инструмент можно изготовить с большим числом заходов, сохранив при этом необходимую точность в районе касания с прямолинейной образующей гиперболоидной поверхности, на которой построен гиперболоидный шлифовальный круг. Такое время можно оценить исходя из времени шлифования одного зуба, которое принимается в диапазоне от 1 до 4 сек. При числе зубьев цилиндрического зубчатого колеса  $Z_1 = 99$  время шлифования составит около 400 сек.

Машинное время изменяется пропорционально количеству заходов инструмента. Кроме того, величина подачи, входящая в формулу (5.12) при использовании многозаходного инструмента может меняться в меньшую сторону что приводит к увеличению машинного времени. Следовательно, одновременное изменение этих параметров может как увеличивать, так и уменьшать машинное время обработки. При применении трехзаходного шлифовального круга уменьшив величину подачи вдвое для уменьшения тепловой нагрузки в зоне контакта:

$$T_m = \frac{Z_1}{Z_2} \cdot \frac{L_p}{n} \cdot \left( \frac{K_1}{S_{n1}} + \frac{K_2}{S_{n2}} \right) = \frac{99}{3} \cdot \frac{28}{1900} \cdot \left( \frac{8}{0,75} + \frac{3}{0,15} \right) = 15 \text{ мин} \quad (5.19)$$

Результирующее машинное время сократилось на 30%.

Точность шлифования зубьев зубчатого колеса червячным гиперболоидным шлифовальным кругом должна быть проверена с использованием специальных измерительных приборов. Для контроля параметров цилиндрических зубчатых колес по нормам плавности выполняются: контроль циклической погрешности, контроль разности окружных шагов, контроль отклонений основного шага, контроль профиля [55, 65].

Контроль разности окружных шагов производится для оценки точности шага. Производится замер величин всех шагов, и их наибольшую разность сравнивают с данными ГОСТ 1643-81 [67],  $f_{pb}$  – предельное отклонение шага зацепления. Шагомер настраивается по произвольно выбранному окружному шагу, а все остальные значения сравниваются с выбранным.

Плавность хода зубчатого колеса в большей мере зависит от равенства размеров основного шага. Основной причиной погрешности основного шага, после финишной обработки зубьев зубчатых колес, является погрешности шлифовального круга. Для определения величины отклонения основного шага, шагомер настраивается по шаблону и устанавливается на контролируемое колесо. Измерение производится по нормали к двум одноименным профилям. Покачивая прибор, производя обкатывающее движение, находят наименьшее значение индикатора, которое сравнивается с допустимыми по ГОСТ 1643-81  $f_{pt}$  – предельным отклонением шага.

Немаловажным параметром для зуба зубчатого колеса является его эвольвентный профиль, контроль которого производится путем сравнения действительного и теоретического, очерченного по эвольвенте, профилей. Для контроля используются шаблоны на просвет, оптические проекции, увеличенные до 100 раз, эвольвентомеры. Полученные наибольшие отклонения сравниваются с  $f_f$  – допуском на погрешность профиля по ГОСТ 1643-81.

Контроль смещения исходного контура производится тангенциальным зубомером, и показывает положение исходного контура к положению оси



зубчатого колеса. Отклонение исходного контура в любую сторону от нормального значения влияет на величину зазора в зубчатой передаче. Согласно ГОСТ 1643-81,  $f_i''$  – допуск колебания межосевого расстояния.

Толщина зуба контролируется кромочным или оптическим штангензубомером. Измерения кромочным штангензубомером производится установкой высоты головки зуба с последующим контролем толщины зуба. Оптический зубомер имеет схожий принцип действия, по одной из шкал устанавливается упор, по второй определяется толщина зуба на установленной высоте.

Для цилиндрического зубчатого колеса  $Z_1 = 99, m = 1,5$ , шлифованного червячным гиперболоидным кругом измеренные величины допусков составили: предельное отклонение шага зацепления  $f_{pb} = 6,5$  мкм; предельное отклонение шага  $f_{pt} = 8$  мкм; допуск на погрешность профиля  $f_f = 8$  мкм; допуск колебания межосевого расстояния  $f_i'' = 18$  мкм. Определим степень точности полученного зубчатого колеса, для этого составим таблицу с контролируруемыми параметрами для возможных степеней точности 4-6 по ГОСТ 1643-81 (таблица 9).

Таблица 9. Нормы плавности работы зубчатого колеса по степени точности для диаметра  $125 \leq d < 400$  мм и модуля  $1 \leq m < 3,5$

	$f_{pb}$	$f_{pt}$	$f_f$	$f_i''$
Степень точности	мкм			
4	±4,2	±4,5	5,3	10
5	±6,7	±7	7	14
6	±10	±11	9	20

В таблице 9 штриховой заливкой показаны значения, соответствующие измеренным величинам отклонений. Как видно по большинству показателей, согласно ГОСТ 1643-81 для цилиндрического зубчатого колеса диаметра  $125 \leq d < 400$  мм и модуля  $1 \leq m < 3,5$ , и всем измеренным предельным отклонениям, степень точность зубчатого колеса соответствует 6-ой степени

точности.

Полученные значения не являются эталонными, поскольку процесс накатки червячного гиперболоидного шлифовального круга и последующее его применение в процессе шлифования зубьев зубчатого колеса проводилось на станках с недостаточной жесткостью конструкции, полученной в результате их многолетней эксплуатации. На станках, обладающих большей жесткостью, ожидается повышение степени точности как минимум на единицу.

#### Выводы по главе 5

1. Разработана технология формообразования червячного шлифовального круга, позволяющая изготовить принципиально новый инструмент на серийном вертикально-фрезерном станке с делительной головкой, за счет подачи стола станка вдоль прямолинейной образующей однополосного гиперболоида.

2. Изготовлены опытные образцы червячных гиперболоидных шлифовальных кругов по предложенным схемам формообразования их витков при помощи прямозубого долбяка и прямобочного ролика. Предложенные схемы формообразования червячной гиперболоидной поверхности легли в основу патентов на полезную модель.

3. Доказано, что при выкатке червячной гиперболоидной шлифовальной поверхности накатниками в виде каскада прямобочных роликов производительность формообразования не значительно повышается по сравнению с одним и двумя роликами, поскольку увеличение количества роликов снижает величину давления на зерна шлифовального круга, находящиеся на поверхности в зоне контакта, и процесс вырывания абразива из связки протекает не настолько интенсивно.

4. Найдены отклонения поверхности профиля зуба, обработанного при помощи разработанного инструмента от теоретического профиля, которые не превышают 3-5%, что лежит в пределах допуска.

5. Производительность обработки зубчатых колес при помощи 3-х и 7-ми заходных червячных гиперболоидных кругов находилась в расчетных пределах и увеличилась на 30% и 60% соответственно.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполненная диссертационная работа посвящена решению важной народнохозяйственной задачи, направленной на повышение производительности процесса шлифования зубьев цилиндрических зубчатых колес. Разработана принципиально новая конструкция и технология формообразования многозаходных шлифовальных кругов, при помощи которых шлифовались зубья цилиндрических зубчатых колес. Полученные в работе результаты позволили решить следующие вопросы:

1. Разработана новая технологическая схема формообразования шлифовального круга, позволившая усовершенствовать технологию его изготовления, что привело к повышению производительности шлифования зубьев цилиндрических зубчатых колес.

2. Разработана математическая модель формообразования гиперboloидного шлифовального круга на однополостном гиперboloиде, который имеет непрерывное станочное зацепление с цилиндрическими зубчатыми колесами любой геометрии.

3. Аналитически подтверждено существование теоретической производящей поверхности инструмента на однополостном гиперboloиде.

4. В аналитическом виде, в пространственном станочном зацеплении, получены поверхности зубьев на гиперboloидной инструментальной поверхности, являющейся производящей поверхностью многозаходного шлифовального круга.

5. Построена компьютерная модель многозаходного гиперboloидного шлифовального круга, сопряженная с поверхностью зубьев обрабатываемых зубчатых колес.

6. Получена возможность при помощи компьютерной модели проводить моделирование гиперboloидного шлифовального круга с необходимой точностью и исследовать процесс его зацепления с цилиндрическим зубчатым колесом.

7. Аналитически найдены зависимости, позволяющие оценить точность

финишной обработки цилиндрических зубчатых колес, при помощи разработанного инструмента и сопоставить с существующими технологиями отделочной обработки.

8. Разработаны рекомендации, позволяющие определить параметры шлифовального круга в зависимости от геометрии обрабатываемого зубчатого колеса и схемы его формообразования.

9. Проведено экспериментальное формообразование многозаходных шлифовальных кругов, внедрены в производство разработанный инструмента и технологии шлифования зубьев. Это позволило повысить производительность шлифования зубьев на 30%, и получить зубья соответствующие 6-й степени точности.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Артоболевский, И.И. Теория механизмов и машин: Учеб. для вузов. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. – 640 с.
2. Аршинов, В.А., Алексеев Г.А. Резание металлов и режущий инструмент. Изв. 3-е, перераб. и доп. Учебник для машиностроительных техникумов. М.: Машиностроение, 1976. – 410 с. с ил.
3. Аршинов, В. А., Алексеев, Г. Л. Резание металлов и режущий инструмент. Учебник для машиностроительных техникумов. М., «Машиностроение», 1976. 440 с. с ил.
4. Баранов, Г.Г. Курс теории механизмов и машин. – 4-е изд. – М.: Машиностроение, 1967.– 508 с.
5. Барсов, А.И. Технология изготовления режущего инструмента / А.И. Барсов, А.В. Иванов, К.И. Кладова, и др. – М.: Машиностроение, 1979. – 136 с., ил.
6. Бермант, А.Ф., Араманович, И.Г. Краткий курс математического анализа: Учебник для вузов. 11-е изд., стер. – СПб.: Издательство "Лань", 2005. – 736 с., ил.
7. Васильев, В.М. Аналитическое исследование подрезания зубцов в пространственных зацеплениях // Тр. НПИ, т.149. Новочеркасск. 1963. – С. 71–79.
8. Васильев, В.М., Дусев И.И. Относительное скольжение зубьев пространственных передач // Сборник научных трудов "Теория передач в машинах". М., 1970. С. 41–48.
9. Витенберг, Ю.Р. Зубообрабатывающие станки и инструменты в приборостроении / Ю.Р. Витенберг, Н.П.Соболев, Л.: Машиностроение, 1969. – 284 с.
10. Витренко, В. А. Исследование процесса изготовления и использования гиперболоидной многозаходной фрезы / В. А. Витренко, В. В. Белозёрова // Научные работы донецкого национального технического университета. Серия: Машиностроение и машиноведение. – Донецк: ДонНТУ, 2006. – № 110. – С. 49 – 52.

11. Витренко, В. А. Повышение производительности зубонарезания цилиндрических зубчатых колес гиперболоидным инструментом за счет совершенствования формообразования резанием: монография/ В.А. Витренко, В.В. Белозерова.-Луганск: «Ноулидж», 2009. – 147 с.
12. Витренко, О. С. Повышение точности упрочняющей.
13. Выгодский, М.Я. Дифференциальная геометрия.-М.:Машгиз, 1949.-659с.
14. Гавриленко, В. А. Геометрическая теория эвольвентных зубчатых передач. – М.: Машгиз. 1949.
15. Гавриленко, В. А. Зубчатые передачи в машиностроении. – М.: Машгиз. 1962. – 531 с.
16. Гавриленко, В. А. Начальные поверхности колес зубчатой передачи // Вестник машиностроения, 1961, N 1. – С. 28–32.
17. Гавриленко, В. А., Осипова С.Д. Определение оптимальных параметров начальных поверхностей колес эвольвентных гиперболоидных передач. –Изв. вузов Машиностроение, 1969.–№ I.
18. Гантмахер, Ф.Р. Теория матриц. – М.: 1966., 576 с., ил.
19. Гессен, Б.А., Зак, П.С. Глобoidное зацепление // Труды семинара по теории машин и механизмов, Вып. 21, М.: АН СССР, 1948.
20. Гинзбург, Е.Г., Халевский, Н.Т. Производство зубчатых колес. – Л.: Машиностроение. Ленингр. отд-ние, 1978. – 136с. с ил.
21. Гинзбург, Е.Г. Зубчатые передачи: Справочник / [Гинзбург Е. Г., Голованов Н. Ф., Фирун Н. Б., Халевский Н. Т.] ; под ред. Е. Г. Гинзбурга. – [2-е изд. перераб. и доп.] – Л.: Машиностроение, 1980. – 416 с.
22. Гохман, Х.И. Теория зацепления, обобщенная и развитая путем анализа. Одесса, 1986.–157с.
23. Грибанов, В. М. Теория гиперболоидных зубчатых передач. Монография / В. М. Грибанов – Луганск: изд-во ВНУ им. В. Даля, 2003. – 272 с.
24. Грубин, А.Н., Лихциер, М.Б., Полоцкий М.С. Зуборезный инструмент. – М.: Машгиз, 1946.
25. Грубин, А.Н. Червячное зацепление, Оргметалл, 1936.

26. Гулиа, Н. В. Детали машин : учебник / Н. В. Гулиа, В. Г. Клоков, С. А. Юрков ; под общ. ред. Н. В. Гулиа. - 3-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2013. - 416 с.: ил

27. Давыдов, Я.С. Огибающая мгновенных контактных линий и траектории скольжения в пространственных зацеплениях // Теория передач в машинах. М.: Наука, 1973. – С. 28–31.

28. Давыдов, Я.С. Неэвольвентное зацепление. М.: Машгиз. 1950.–189 с.

29. Данилевский, В. В. Технология машиностроения: Учебник для техникумов.— 5-е изд., перераб. и доп.— М., Высш. шк., 1984.— 416 с.

30. Детали машин и основы конструирования : учеб. для вузов / Г.И. Роцин, Е.А. Самойлов, Н.А. Алексеева и др.; под ред. Г.И. Роцина и Е.А. Самойлова. — М. : Дрофа, 2006. -415с.: ил.

31. Дусев, И.И. Подрезание зубьев зубчатых колес при нарезании // Изв. ВУЗов. Машиностроение, №6, 1965. – С.12–20.

32. Дусев, И.И. Удельное скольжение взаимооггибаемых поверхностей зубьев пространственных зацеплений // Изв. ВУЗов. Машиностроение, 1968, №4. –С. 15–18.

33. Дусев, И.И., Васильев В.М. Аналитическая теория пространственных зацеплений и ее применение к исследованию гипоидных передач. – Новочеркасск: Изд. НПИ, 1968. – 148 с.

34. Дусев, И.И. Гипоидная передача с плоским колесом и цилиндрической шестерней. // Труды НПИ, т.213. Новочеркасск. 1970. – С. 160–166.

35. Дусев, И.И. Основные уравнения теории пространственных зацеплений // Труды НПИ, т.213. Новочеркасск. 1970. – С. 3–12.

36. Ерихов, М.Л. Определение кривизны нормальных сечений сопряженных поверхностей с точечным касанием // Изв. Вузов. Машиностроение. – 1966. – №8. – С. 15-20.

37. Журнал, «Оборудование и инструмент для профессионалов» Серия «Металлообработка». – 6/2009. – С. 38-42.

38. Журнал, «Оборудование и инструмент для профессионалов» Серия

«Металлообработка». – 3/2011. – С. 14-15.

39. Зак, П.С. Глобоидная передача. – М.: Машгиз, 1962. – 256 с.

40. Зак, П.С., Федотов Б.Ф. и др. Исследования червячных передач и редукторов. – Труды ВНИИПТУГЛЕМАШ, вып. 8. М.: Недра. 1965. – 244 с.

41. Залгаллер, В.А. Теория огибающих. – М.: "Наука". 1975. – 104 с. 66.

42. Зинин, М.В. Станки для обработки зубчатых колес: Учеб. пособие для вузов. - 2-е изд. - Москва : Машгиз, 1953. - 188 с.: ил.; 23 см.

43. Злотопольский, М.Д. Основы винтовой теории пространственных зацеплений // Труды ЛТИ, вып. 23. Л., 1953. С.58-78.

44. Ильченко, М. С., Гребенюк, А. И., Никольский, Д. Н. Расчет и проектирование зубчатых и червячных передач и редукторов. Машгиз, 1954г., 592с.

45. Калашников, С. Н. Производство зубчатых колес: Справочник / [Калашников С. Н., Калашников А. С., Коган Г. И. и др.] ; под ред. Б. А. Тайца. – [3-е изд.]. – М.: Машиностроение, 1990. – 464 с.

46. Калашников, А. С. Современные методы чистовой обработки зубьев цилиндрических колес / А. С. Калашников // *Металлообработка. Оборудование и инструмент для профессионалов. Международный информационно-технический журнал.* – Харьков, 2007. – № 5. – С. 38-42.

47. Кащук, В. А Справочник шлифовщика.— М.: Машиностроение, 1988. – 480с.

48. Коростелев, Л. В. Кинематические показатели несущей способности пространственных зацеплений // *Изв. Вузов. Машиностроение.* 1964. No10. – С. 5–15.

49. Коростелев, Л. В. Кривизна поверхностей зубьев в пространственных зацеплениях // *Теория машин и механизмов. Вып.98–99.* М.: Наука, 1964. –С. 151–163.

50. Коростелев, Л.В. Эвольвентная винтовая передача с линейным касанием зубьев // *Изв. ВУЗов. Машиностроение.* 1964. No6. – С. 5–17.

51. Коростелев, Л.В. Особенности зацепления в полюсе червячной



передачи // Машиноведение. 1967. No 2. С. 41-45.

52. Коростелев, Л.В. Элементы синтеза пространственных зацеплений с помощью винтового производящего колеса // Механика машин, Вып. 31–32. М.: Наука, 1972. –С. 20–25.

53. Кириченко, И. А. Обкатка зубьев цилиндрических колес обкатниками, полученными в пространственном станочном зацеплении / И.А. Кириченко, В.А. Витренко, М.А. Должков // Прогрессивные технологии и системы машиностроения. Международный сб. научных трудов. – Донецк: ДонГТУ, 2000. – Вып. 15. – С. 30-33.

54. Ковальчук, Ю.М. Основы проектирования и технология изготовления абразивного и алмазного инструмента. М.: Машиностроение, 1984. – 285 с.

55. Козлов, Д.Н. Зуборезные работы. Учебник для проф.-техн. училищ. М.: Высш. школа, 1971. – 268 с., ил.

56. Кремень, З.И. Технология шлифования в машиностроении / З.И. Кремень, В.Г. Юрьев, А.Ф. Бабошкин; под общ. ред. З.И. Кремня. – СПб.: Политехника, 2015. – 424 с.: ил.

57. Круги шлифовальные и заточные. Технические условия [Текст]: ГОСТ Р 52781-2007; введ. 01.01.2009.

58. Лашнев, С.И. Формообразование зубчатых деталей реечными и червячными инструментами. –М.: Машиностроение, 1971. 215 с.

59. Левитская, О.Н., Левитский Н.И. Курс теории механизмов и машин: Учеб. пособие для мех. спец. вузов. – 2-е изд. перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 1985. – 279 с., ил.

60. Литвин, Ф. Л. К вопросу о методике исследования пространственных зацеплений с линейным касанием поверхностей // Труды семинара по ТММ, вып. 49. АН СССР, – М.: Наука, 1953. –С. 16–55.

61. Литвин, Ф. Л. Теория зубчатых зацеплений. – М.: Наука, 1968. –584 с. 118.

62. Литвин, Ф.Л., Ерихов, М.Л. Векторное поле нормалей в обыкновенных узловых точках контакта огибаемой поверхности // Теория передач в машинах.

М.: Машиностроение, 1970. – С. 27–38.

63. Лоскутов, В. В. Шлифование металлов: Учебник для студентов профессионально-технических училищ. М Машиностроение, 1985. – 256 с.

64. Люкшин, В. С. Теория винтовых поверхностей в проектировании режущих инструментов. М., изд-во «Машиностроение», 1967. – 372 с.

65. Мерчанский, Д. П. Зуборезное дело 2-е изд. – Л.: Машиностроение, 1969. – 224 с. ил.

66. Наерман, М. С. Справочник молодого шлифовщика. М Высшая школа, 1985. – 207 с.

67. Основные нормы взаимозаменяемости. Передатки зубчатые цилиндрические. Допуски. [Текст] : ГОСТ 1643-81. – Взамен ГОСТ 1643-72; введ. 01.07.81.

68. Официальный сайт компании Eclipse Foundation [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://eclipse.org>.

69. Официальный сайт OpenGL [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://www.opengl.org/>

70. Павлов, А. М. Непосредственная связь радиусов кривизны зубьев в пространственных зацеплениях // Зубчатые и червячные передачи. – Л.: Машиностроение 1968. – С. 24–35.

71. Павлов, В. А. Глобоидная передача с исходным цилиндрическим колесом. // Зубчатые и червячные передачи. – Л.: Машиностроение 1968. – С. 46–58.

72. Патент на полезную модель № 77204 Витренко А.В., Воронов А.Э., Кашура М.А. Способ нарезания гиперболоидных зубчатых колес и инструментов. По заявке и 2012 05740, от 11.05.2012.

73. Патент на полезную модель № 84382 Витренко А.В., Воронов А.Э., Кашура М.А. Способ нарезания гиперболоидных зубчатых колес и инструментов. По заявке и 2013 01498, от 08.02.2013.

74. Патент № 965645 Печенкин В.М. Способ изготовления гиперболоидных зубчатых колес и устройство для его осуществления. По заявке

2979522 от 03.09.1980.

75. Писманик, К.М. Гипоидные передачи. – М.:«Машиностроение», 1964. – 228с.

76. Писманик, К.М. Проектирование и исследование зубчатых передач с гиперболоидными колесами // Тр. Семинара по ТММ, 1950, вып. 38, – С. 27–58.

77. Проспект фирмы "Reishauer". Экономичная конечная обработка зубьев после закалки в крупносерийном производстве.

78. Резников, А.Н. Абразивная и алмазная обработка материалов: Справочник / А.Н. Резников, Е.И. Алексанцев, Я.К. Барау и др. М.: Машиностроение, 1977. – 391 с.

79. Решетов, Л.Н. Корригирование эвольвентных зацеплений. – М.:ОНТИ, 1935.

80. Родин, П.Р. Основы проектирования режущих инструментов. – Киев: Машгиз, 1960. – 160 с.

81. Родин, П.Р. Основы проектирования режущих инструментов: Учебник. – К: Выща шл., 1990. – 424 с.

82. Романов, В.Ф. Расчеты зуборезных инструментов. – М.: Машиностроение, 1969. – 253 с.

83. Росливкер, Е.Г. Гиперболоидные передачи с зацеплением Новикова // Зубчатые передачи с зацеплением Новикова, вып.3. М.: Изд. ВВИА им. Жуковского, 1964. – С. 87–112.

84. Рябченко, С.В. Шлифование зубчатых колес тарельчатыми кругами // Журнал «Оборудование и инструмент для профессионалов» Серия «Металлообработка». – 2/2014. – С. 14-15.

85. Сахаров, Г.Н. Металлорежущие инструменты: Учебник для вузов по специальностям "Технология машиностроения", "Металлорежущие станки и инструменты" / Г.Н. Сахаров, О.Б. Арбузов, Ю.Л. Боровой и др. – М.: Машиностроение, 1989. – 328 с.: ил.

86. Сегаль, М.Г. Соотношения между кривизнами взаимоогibaемых поверхностей зубьев в пространственных зацеплениях // Механика машин. М.:

Наука. 1969. Вып. 19–20. – С. 130–140.

87. Сегаль, М.Г. Виды локализованного контакта конических и гипоидных передач // Машиноведение, 1970, №1. – С. 56-63.

88. Сегаль, М.Г. Об определении границ пятна контакта зубьев конических и гипоидных передач // Машиноведение, 1971, №4. – С. 61–68.

89. Сегаль, М.Г. Влияние погрешностей на условия контакта пространственной зубчатой передачи // Машиноведение, 1975, №5.

90. Семенченко, И.И., Матюшин В.М., Сахаров Г.Н. Проектирование металлорежущих инструментов. – М.: Машгиз, 1962.

91. Сильвестров, Б.Н. Справочник молодого зуборезчика: Учеб. пособие для техн. училищ. – М.: Высш. школа, 1981. – 199 с, ил.

92. Стахин, Н.А. Основы работы с системой аналитических (символьных) вычислений Maxima. (ПО для решения задач аналитических (символьных) вычислений): Учебное пособие. –/ М. 2008.— 86 с.

93. Страуструп, Б. Язык программирования C++ / Бьерн Страуструп // Специальное издание, 3 издание.- Изд-ва: Бином, Невский Диалект, 2004 г. – 1104 с.

94. Тайц, Б.А. Точность и контроль зубчатых колес. – М.: «Машиностроение», 1972, – 367с.

95. Фрайфельд, И.А. Инструменты, работающие методом обкатки. – М.-Л.: Машгиз, 1948.– 252 с.

96. Цвис, Ю.В. Профилирование режущего обкатного инструмента. – М.: Машгиз, 1961. – 156 с.

97. Часовников, Л.Д. Передачи зацеплением /зубчатые и червячные/. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1969. – 486 с.

98. Шевелева, Г.И. Алгоритм численного расчета обрабатываемой поверхности // Станки и инструмент, 1969, № 8. – С. 17–20.

99. Шевелева, Г.И. Метод степенных рядов в теории зубчатых зацеплений с точечным контактом // Машиноведение, 1969, № 4. – С. 58–65.

100. Шевелева, Г.И. Моделирование на ЭВМ зацепления зубчатой пары.

"Станки и инструмент", 1972, № 5. – С. 30–31.

101. Шевелева, Г.И. Квазилинейный контакт в зубчатых зацеплениях // Машиноведение, 1973, № 3. – С. 54–62.

102. Шевелева, Г.И. Универсальные программы для расчета зубчатых зацеплений на ЭВМ // Механика машин, вып. 45, М.: Наука, 1974. – С. 30–36.

103. Шишков, В.А. Образование поверхностей резанием по методу обкатки. – М.: Машгиз. 1951. – 150 с.

104. Шульц, В.В. Способ образования зацеплений с помощью двух производящих поверхностей, принадлежащих одному инструменту // Механика машин, вып. 31-32, М.: Наука, 1972. – С. 55–62.

105. Шульц, В.В. Надежность и геометрия зубчатых передач // Механика машин, вып. 45. – М.: Наука, 1974. – С. 77–84.

106. Шунаев, Б.К. Зубофрезерование методом двух подач. – М-Свердловск: Маш-гиз, 1958, – 49 с.

107. Шунаев, Б.К., Ефименко В.Ф. Элементы теории расчета червячных фрез для диагонального фрезерования цилиндрических колес с модифицированными зубьями // Известия ВУЗов, Машиностроение, 1968, №5. – С. 144–150.

108. Winterthur Technology GROUP Руководство "ЗУБОШЛИФОВАНИЕ", winterthurtechnology, – 10/2007 номер артикула 215615.00, – 178с.

**Приложение А**  
**Акты внедрений результатов работы**



«Утверждаю»

Технический директор  
 ЧАО «НИЦ «ТРАНСМАШ»  
 Щербаков В.П.  
 2017 г.

## Акт

проверки и внедрения гиперболоидных червячных шлифовальных кругов для зубообработки цилиндрических зубчатых колес, выполненный в соответствии с кандидатской диссертационной работой Воронова Артура Эдуардовича «Совершенствование финишной обработки зубчатых колес за счет новой технологии формообразования шлифовальных кругов»

Составлен комиссией:

Председатель:	Проректор по НИР ЛНУ им. В. Даля	Витренко В.А.
Члены комиссии:	Начальник НИЧ	Стоянов А.А.
	Зав каф «Железнодорожный транспорт»	Быкадоров В.В.

Комиссия установила:

1. Проверено станочное зацепление производящего прямозубого долбяка с гиперболоидным шлифовальным кругом способом, разработанным Вороновым А.Э.
2. Проверено станочное зацепление производящего прямобочного ролика с гиперболоидным шлифовальным кругом способом, разработанным Вороновым А.Э.
3. Проверено станочное зацепление производящего гиперболоидного многозаходного червячного шлифовального круга с обрабатываемым цилиндрическим зубчатым колесом.

Выводы комиссии:

1. На стандартном вертикально-фрезерном станке с делительной головкой можно изготовить многозаходный гиперболоидный шлифовальный круг при его обкатке прямозубым долбяком и прямобочным роликом.
2. Предлагаемый Вороновым А.Э. способ финишной обработки зубьев прямозубых зубчатых колес показал повышение производительности процесса шлифования зубьев в 3 раза по сравнению со стандартным цилиндрическим шлифовальным кругом при использовании 5-ти заходного гиперболоидного шлифовального круга.
3. Точность обработанных зубчатых колес, при обработке их 5-ти заходным гиперболоидным червячным шлифовальным кругом, не изменилась.

Члены комиссии:

Председатель:	Проректор по НИР ЛНУ им. В. Даля	Витренко В.А.
Члены комиссии:	Начальник НИЧ	Стоянов А.А.
	Зав каф «Железнодорожный транспорт»	Быкадоров В.В.

«Утверждаю»

Технический директор  
ПАО «Лугансктепловоз» г. Луганск

Резниченко Д.А.

«26» апреля 2017г.



## Акт

проверки и внедрения многозаходных червячных шлифовальных кругов гиперболоидной формы для обработки цилиндрических прямозубых зубчатых колес, выполненный в соответствии с кандидатской диссертационной работой Воронова Артура Эдуардовича «Совершенствование финишной обработки зубчатых колес за счет новой технологии формообразования шлифовальных кругов»

## Комиссия установила:

1. Разработано станочное зацепление производящего прямозубого долбяка с гиперболоидным шлифовальным кругом способом, разработанным Вороновым А.Э.
2. Найдено станочное зацепление производящего многозаходного червячного гиперболоидного шлифовального круга с обрабатываемым цилиндрическим прямозубым зубчатым колесом.
3. Отработан процесс шлифования цилиндрических прямозубых зубчатых колес со следующими параметрами: модуль  $m = 1,5$  мм, число зубьев  $Z_1 = 50$ ,  $Z_2 = 40$ ,  $Z_3 = 99$ , материал колес – сталь 40X, HRC 62...65.

## Выводы комиссии:

1. Отработаны способы формообразования многозаходных гиперболоидных шлифовальных кругов на серийном вертикально-фрезерном станке с делительной головкой.
2. Предложенный Вороновым А.Э. способ финишной обработки зубьев прямозубых зубчатых колес целесообразно применять на заводах с большим объемом выпуска зубчатых колес. Это объясняется возможностью сокращения операционного времени шлифования за счет применения только радиальной подачи, и возможности увеличения количества заходов червячного шлифовального круга.

## Члены комиссии:

Зам. Главного конструктора  
Проректор по НИР ЛНУ им. В. Даля  
Начальник НИЧ ЛНУ им. В. Даля

Антонов С.В.  
Витренко В.А.  
Стоянов А.А.



« Утверждаю »

И.о. ректора ГОУ ВПО ЛНР

"Дуганский национальный университет  
имени Владимира Даля", д.т.н., проф.



*[Signature]* Рябичев В.Д.

« *[Signature]* » апреля 2017 г.

Акт

о внедрении в учебный процесс результатов кандидатской диссертационной  
работы Воронова Артура Эдуардовича

«Совершенствование финишной обработки зубчатых колес за счет новой  
технологии формообразования шлифовальных кругов»

Отдельные положения и результаты диссертации А.Э. Воронова «Совершенствование финишной обработки зубчатых колес за счет новой технологии формообразования шлифовальных кругов», согласно рекомендациям кафедры «Технология машиностроения и инженерный консалтинг» (протокол заседания кафедры № 7 от «11» апреля 2017) внедряются в учебный процесс, в частности в курс "Основы проектирования режущих инструментов", который читается для студентов института инженерной механики, где рассматриваются вопросы проектирования и технологии изготовления червячных зубообрабатывающих инструментов.

Директор института  
инженерной механики,  
доцент, к.т.н.

*[Signature]*

Е. П. Могильная

**Приложение Б**

**Листинг программы моделирования многозаходного гиперболоидного  
шлифовального круга**

Программный код условно разделен на файлы, помогающие структурировать разработку: `mglog.h` – файл объявления основных команд программы; `common_config.h` – файл описывающий основную конфигурацию; `common_functions.cpp` – файл реализаций алгоритмов вспомогательных функций; `main.cpp` – стартовый файл проекта; `gl.cpp` – основной файл проекта, реализующий главные алгоритмы получения компьютерных моделей исследования.

### `mglog.h`

```
#ifndef MGLOB_H
#define MGLOB_H
#include <qgl.h>
#include <QGLWidget>
#include <qevent.h>
#include <QColorDialog>
#include <QTimer>
#include <QLabel>
#include <qvector>
#include <QFile>
#include <QTextStream>
class Cube : public QGLWidget{
public:
    Cube(QWidget *parent = 0);
protected:
    void initializeGL();
    void resizeGL(int width, int height);
    void paintGL();
    void mousePressEvent(QMouseEvent *event);
    //void mouseMoveEvent(QMouseEvent *event);
    //void mouseReleaseEvent(QMouseEvent *event);
    void keyPressEvent(QKeyEvent *event);
    void wheelEvent(QWheelEvent *event);
private:
    QTimer *timer;
    void draw_Gear();
    void draw_Hyperboloid();
    void draw_WormZA();
    void draw_WormZN();
    void drawing_Show();
    void drawing_Prepare();
    void drawing_ShowPlaneCut();
    void drawing_Prepare_PlaneCut();
    void draw_model(bool);
    void draw_powl();
    void prepare_params();
    int faceAtPosition(const QPoint &pos);
    GLfloat rotationX;
    GLfloat rotationY;
    GLfloat rotationZ;
    double LookAtfrom_x;
    double LookAtfrom_y;
    double LookAtfrom_z;
```

```

    QPoint lastPos;
};
struct TPoint3d{
    double x, y, z;
    double fi1, fi2;
    double z1;
    TPoint3d(double x_, double y_, double z_):x(x_),y(y_),z(z_){};
    TPoint3d(double x_, double y_, double z_, double fi1_, double fi2_, double
z1_):x(x_),y(y_),z(z_),fi1(fi1_),fi2(fi2_),z1(z1_){};
    TPoint3d(){};
};
struct TPointVector{QVector<TPoint3d> items;};
double LineLenght(TPoint3d p1, TPoint3d p2);
void Draw_2Lines_Triangle( TPointVector *l1, TPointVector *l2, bool
can_change_Normal=true);
void Draw_2Lines_Triangle( TPointVector *l1, double z );
void getnorm (TPoint3d a,TPoint3d b,TPoint3d c,float *n);
void Draw_Line( TPointVector *l1, TPoint3d fff(TPoint3d )=NULL);
TPoint3d rotate_aroundZ(TPoint3d pi, double sinFF, double cosFF );
TPoint3d rotate_plus_G(TPoint3d pi);
TPoint3d rotate_minus_G(TPoint3d pi);

#endif // MGLOBAL_H

```

### common\_config.h

```

#ifndef COMMON_CONFIG_H
#define COMMON_CONFIG_H
//#define WormZA
//#define WormZN
#define Gyperboloid
#include "mglog.h"
#define _USE_MATH_DEFINES
#include <math.h>
#define ToRadian M_PI/180.0*
#include <GL/GL.h>
#include <GL/GLU.h>
#include <qtextcodec.h>
#endif // COMMON_CONFIG_H

```

### main.cpp

```

#pragma comment(lib,"opengl32.lib")
#pragma comment(lib,"glu32.lib")
#include "common_config.h"
#include "mglog.h"
#include <QtGui>
#include <QApplication>
int main(int argc, char *argv[])
{
    QApplication a(argc, argv);
    if (!QGLFormat::hasOpenGL())
        qFatal("Система не поддерживает OpenGL");
    Cube cube;
    cube.showMaximized(); // или cube.resize(1280, 600);
    return a.exec();
}

```

### common\_functions.cpp

```

#include "common_config.h"

extern double sinG, cosG;
/*
 * Определение расстояния между двумя точками p1 и p2 в пространстве
 */
double LineLenght(TPoint3d p1, TPoint3d p2){
    return sqrt((p1.x-p2.x)*(p1.x-p2.x)+(p1.y-p2.y)*(p1.y-p2.y)+(p1.z-p2.z)*(p1.z-
p2.z));
}
/*
 * Создание поверхности из треугольников, образованных двумя векторами вершин
 * can_change_Normal - запрет смены вектора нормали (влияет на глубину цвета)
 */
void Draw_2Lines_Triangle( TPointVector *l1, TPointVector *l2, bool
can_change_Normal){

    TPoint3d pxyz[3];
    float normal[3];
    if(l1->items.size()<1)return;
    if(l2->items.size()<1)return;
    int i1=0, i2=0;

    glColor3ub( 100, 100, 100);
    //glBegin(GL_TRIANGLE_STRIP);
    glBegin(GL_POINTS);

    if(can_change_Normal)
        glNormal3f(0,0,1.0);
    pxyz[2]=l1->items[0];
    while(i1 < l1->items.size() && i2 < l2->items.size()){
        pxyz[0]=pxyz[1];
        pxyz[1]=pxyz[2];
        if(l1->items[i1].z < l2->items[i2].z)    pxyz[2]=l1->items[i1++];
        else                                    pxyz[2]=l2->items[i2++];
        if(can_change_Normal){
            getnorm( pxyz[1], pxyz[0], pxyz[2], normal);
            glNormal3fv(normal);
        }
        glVertex3f( pxyz[2].x, pxyz[2].y, pxyz[2].z);
    }
    glEnd();
}

void Draw_2Lines_Triangle( TPointVector *l1, double z ){
    glBegin(GL_TRIANGLE_STRIP);
    float normal[3];TPoint3d pxyz[3];
    for(int i1=0; i1< l1->items.size()-1; i1++){
        pxyz[0]=l1->items[i1];
        pxyz[1]=l1->items[i1];
        pxyz[2]=l1->items[i1+1];
        pxyz[1].z+=z;
        getnorm( pxyz[0], pxyz[1], pxyz[2], normal);
        glNormal3fv(normal);
        glVertex3f( pxyz[0].x, pxyz[0].y, pxyz[0].z);
        glVertex3f( pxyz[1].x, pxyz[1].y, pxyz[1].z);
    }
    glEnd();
}

/*
 * Определение вектора нормали к плоскости abc
 */

```

```

void getnorm (TPoint3d a,TPoint3d b,TPoint3d c,float *n){
    float mult=0;
    n[0]=a.x+(b.y-a.y)*(c.z-a.z)-(b.z-a.z)*(c.y-a.y);
    n[1]=a.y+(c.x-a.x)*(b.z-a.z)-(b.x-a.x)*(c.z-a.z);
    n[2]=a.z+(b.x-a.x)*(c.y-a.y)-(c.x-a.x)*(b.y-a.y);
    mult+=a.x*n[0];
    mult+=a.y*n[1];
    mult+=a.z*n[2];
    if (mult<0) for (int j=0;j<3;j++) n[j]=-n[j];
}

/*
 * Создание непрерывной кривой образованной вектором течек
 */
void Draw_Line( TPointVector *l1, TPoint3d fff(TPoint3d )){
    glBegin(GL_LINE_STRIP);
    TPoint3d pxyz[3];
    for(int il=0; il< l1->items.size()-1; il++){
        pxyz[0]=l1->items[il];
        if(fff!=NULL) pxyz[0]=fff(pxyz[0]);
        glVertex3f( pxyz[0].x, pxyz[0].y, pxyz[0].z);
    }
    glEnd();
}

/*
 * Повернуть точку вокруг оси z
 */
TPoint3d rotate_aroundZ(TPoint3d pi, double sinFF, double cosFF ){
    TPoint3d p;
    p.x=pi.y*sinFF+pi.x*cosFF;
    p.y=pi.y*cosFF-pi.x*sinFF;
    p.z=pi.z;
    return p;
}

/*
 * Повернуть точку вокруг оси y на угол гамма
 */
TPoint3d rotate_plus_G(TPoint3d pi){
#ifdef WormZA
    double sinG=sin(ToRadian gammaGradVitka);
    double cosG=cos(ToRadian gammaGradVitka);
#endif
    TPoint3d p;
    p.x=pi.z*sinG+pi.x*cosG;
    p.y=pi.y;
    p.z=pi.z*cosG-pi.x*sinG;
    return p;
}

TPoint3d rotate_minus_G(TPoint3d pi){
    TPoint3d p;
    p.x=-pi.z*sinG+pi.x*cosG;
    p.y=pi.y;
    p.z=pi.z*cosG+pi.x*sinG;
    return p;
}

```

gl.cpp

```
#include "common_config.h"
```

```

#define do_what 2 /* 1) Только прорисовка; 2) Секущие плоскости. */
#define do_all_z2 1 /* 1) Только один заход; 2) Все заходы многозаходного . */
#define Rack_width 0 /* 0) Только образующая; Иначе половина ширины. Только для
отображения */
#define saveToFile 1 /* 1) Сохранять в файл; Иначе файл не ведется */
double zub_count=20.0;
double zub2_count=1.0;
double m=1.50;

#define _gammaGrad 90.29035148 /* 91.0 */
double gammaGradVitka=_gammaGrad; // Угол подъема витка

#ifdef Gyperboloid
double gammaGrad=_gammaGrad; //Угол скрещивания осей
#endif

#ifdef WormZA
double gammaGrad=90; //Угол скрещивания осей
#endif

#ifdef WormZN
double gammaGrad=_gammaGrad; //Угол скрещивания осей
#endif

double sinG=sin(ToRadian gammaGrad);
double cosG=cos(ToRadian gammaGrad);

double m2=m/cos(ToRadian (180-gammaGradVitka));
double di2=m2*zub2_count; // диаметр делительной окружности
double di1=m*zub_count; // диаметр делительной окружности зубчатого колеса
double r=di1/2; // радиус делительной окружности зубчатого колеса
double A=(di2)/2+m; // расстояние от оси вращения гиперболоида до "делительное
диаметра"
double s=m*M_PI/2; // ширина зуба зубчатого колеса на делительном диаметре
double u21=zub_count/zub2_count; // передаточное число для согласованного
вращения
double Sa; // ширина впадины зуба зубчатой рейки
double L=20.0; // высота гиперболоида от горлового сечения (вдоль оси
вращения)
double min_Q=0; // номер начальной обрабатываемой кривой вдоль высоты зуба
double max_Q=3; // общее количество кривых вдоль высоты зуба

// угол и тангенс угла профиля зубчатой рейки
#define gammaProfile 20
double tanGammaProfile=tan(ToRadian gammaProfile);
double tanGammaProfileIdeal=tan(ToRadian 20);

QVector<TPointVector> points[2];
QVector<TPointVector> pointsWorm[2];

// характеристики вывода изображения
bool analyze_mouse=false; // положение мыши относительно центра окна изменяет
угол поворота просмотра
bool rotating=false; // разрешение вращения заготовок по таймеру
/*
* Функция конструктор, запускается единожды при запуске программы.
* Задаёт начальные параметры отображения
*/
Cube::Cube(QWidget *parent):QGLWidget(parent){
prepare_params();
setFormat(QGLFormat(QGL::DoubleBuffer | QGL::DepthBuffer));
rotationX = 0;
rotationY = 180;
}

```

```

rotationZ = 0;
// точка из которой ведется наблюдение на процессом зацепления
LookAtfrom_x=6.0;
LookAtfrom_y=141.0;
LookAtfrom_z=-2100.0;
}

/*
 * Функция инициализации графического отображения OpenGL
 * Задаёт источники света и отражающую способность отображаемых объектов
 */
void Cube::initializeGL(){
    GLfloat light_ambient[] = { 0.0, 0.0, 0.0, 1.0 };
    GLfloat light_diffuse[] = { 1.0, 1.0, 1.0, 1.0 };
    GLfloat light_specular[] = { 1.0, 1.0, 1.0, 1.0 };
    GLfloat light_position[] = { 200.0, 20.0, 0.0, 0.0 };
    GLfloat light_position1[] = { -100.0, 100.0, 100.0, 0.0 };

    glLightfv (GL_LIGHT0, GL_AMBIENT, light_ambient);
    glLightfv (GL_LIGHT0, GL_DIFFUSE, light_diffuse);
    glLightfv (GL_LIGHT0, GL_SPECULAR, light_specular);
    glLightfv (GL_LIGHT0, GL_POSITION, light_position);

    glLightfv (GL_LIGHT1, GL_AMBIENT, light_ambient);
    glLightfv (GL_LIGHT1, GL_DIFFUSE, light_diffuse);
    glLightfv (GL_LIGHT1, GL_SPECULAR, light_specular);
    glLightfv (GL_LIGHT1, GL_POSITION, light_position1);

    glEnable(GL_LIGHTING);
    glEnable(GL_LIGHT0);
    glEnable(GL_LIGHT1);
    glLightModel(GL_LIGHT_MODEL_TWO_SIDE, GL_TRUE);
    glEnable(GL_COLOR_MATERIAL);
    glEnable(GL_DEPTH_TEST);
    glEnable(GL_NORMALIZE);

    glClearColor(0.0f, 0.0f, 0.0f, 1.0f);
    // создание и запуск таймера, обновляющего графический вывод
    timer = new QTimer(this);
    connect(timer, SIGNAL(timeout()), this, SLOT(updateGL()));
    timer->start(50);
}

/*
 * Восстановление нормально отображения объектов
 * Расчет пропорций ширины и высоты программы
 * после изменения размеров окна программы
 */
void Cube::resizeGL(int width, int height){
    glClearColor (1.0, 1.0, 1.0, 1.0);
    glViewport( 0, 0, width, height);
    glMatrixMode(GL_PROJECTION);
    glLoadIdentity();
    gluPerspective(1, 1.0*width/height, 1, 5000);
}

/*
 * Обновление графического вывода всех объектов.
 * Вызывается с периодичностью срабатывания таймера.
 */
void Cube::paintGL(){
    glClear(GL_COLOR_BUFFER_BIT | GL_DEPTH_BUFFER_BIT);
    glMatrixMode(GL_MODELVIEW);
    glLoadIdentity();

    gluLookAt(LookAtfrom_x, LookAtfrom_y, LookAtfrom_z, LookAtfrom_x,

```



```

LookAtfrom_y, 0, 0, 10 ,0);

GLfloat light_position[] = { 200.0, 20.0, 0.0, 0.0 };
GLfloat light_position1[] = { -100.0, 100.0, 100.0, 0.0 };
glLightfv (GL_LIGHT0, GL_POSITION, light_position);
glLightfv (GL_LIGHT1, GL_POSITION, light_position1);

glPushMatrix();
glRotatef(rotationX, 1.0, 0.0, 0.0);
glRotatef(rotationY, 0.0, 1.0, 0.0);
glRotatef(rotationZ, 0.0, 0.0, 1.0);

if(analize_mouse){
    QPoint p=QCursor::pos();
    double dx=0.001*(height()/2-p.y());
    double dy=0.001*(width()/2-p.x());
    if(fabs(dy)>0.03)    rotationY-=dy;
    if(fabs(dx)>0.03)    rotationX-=dx;
}
setWindowTitle(QString("rotationX=%1    rotationY=%2    LookAtfrom_x=%3
LookAtfrom_y=%4
LookAtfrom_Z=%5").arg(rotationX).arg(rotationY).arg(LookAtfrom_x).arg(LookAtfrom_y
).arg(LookAtfrom_z));
draw_model(false);
glPopMatrix();
}
/*
 * Создание куба пространства
 */
void draw_kub(double size, double k1, double k2, double k3){
    k2=k3;
    glBegin(GL_LINES);        glColor3f(0.0f, 0.50f, 0.50f);
        glVertex3d( k1*size, size, size);        glVertex3d( k1*size, size, -size);
        glEnd();
    glBegin(GL_LINES);        glVertex3d( k1*size, size, -size);
        glVertex3d( k1*size, -size, -size); glEnd();
    glBegin(GL_LINES);        glVertex3d( k1*size, -size, -size);
        glVertex3d( k1*size, -size, size); glEnd();
    glBegin(GL_LINES);        glVertex3d( k1*size, -size, size);
        glVertex3d( k1*size, size, size); glEnd();
}
/*
 * Пересчет основных характеристик при смене отдельных параметров
 */
void Cube::prepare_params(){
    m2=di2/zub2_count;
    double gammaVitka=M_PI-acos(m/m2);
    gammaGradVitka=gammaVitka/M_PI*180;
    if(gammaGrad!=90) gammaGrad=gammaGradVitka;
    sinG=sin(ToRadian gammaGrad);
    cosG=cos(ToRadian gammaGrad);
    A=di2/2+m;
    /*
    rotationX = 0;
    rotationY = 180;
    rotationZ = 0;
    LookAtfrom_x=0;
    LookAtfrom_y=15;
    LookAtfrom_z=-2000;
    */
}
/*
 * Списки отображения. Особенность openGL
 */

```

```

GLuint list_pow1;
GLuint model_dolbiak;
GLuint model_kub;
GLuint plane_cut;
GLuint _lpow;
/*
 * При renew = true обновляются все точки моделей
 * При renew = false выводятся подготовленные модели
 */
void Cube::draw_model(bool renew){
    QFont shrift("Times", 12, QFont::Bold);
    static int v=0, texty=0;
    v++;
    if (renew)v=1;
    if(v<2){ // если подготовительный этап
        drawing_Prepare();
        drawing_Prepare_PlaneCut();
        return ;
    }
    // если этапы последующие, то выводим информацию
    glColor3f( 0.0, 0.0, 0.0);
    texty=0;

#ifdef Gyperboloid
    renderText( 10, texty+=21, QString::fromUtf8("Гиперболоид"), shrift );
#endif
#ifdef WormZA
    renderText( 10, texty+=21, QString::fromUtf8("Архимедов"), shrift );
#endif
#ifdef WormZN
    renderText( 10, texty+=21, QString::fromUtf8("Конволютный"), shrift);
#endif
    renderText( 10, texty+=21, QString("z2=%1").arg(zub2_count), shrift);
    renderText( 10, texty+=21, QString("m=%1").arg(m), shrift);
    renderText( 10, texty+=21, QString("m2=%1").arg(m2), shrift);
    renderText( 10, texty+=21, QString("A=%1").arg(A), shrift);
    renderText( 10, texty+=21, QString("di2=%1").arg(di2), shrift);
    renderText( 10, texty+=21, QString("gammaGrad=%1").arg(gammaGrad), shrift);
    renderText( 10, texty+=21, QString("gammaProfile=%1").arg(gammaProfile),
    shrift);
    renderText( 10, texty+=21, QString("Sa=%1").arg(Sa), shrift);

    GLdouble equation[4] = {0,3,-1,-50};
    //GLdouble equation[4] = {0,-1,0,0};
    //glEnable(GL_CLIP_PLANE0);
    glClipPlane(GL_CLIP_PLANE0, equation);
    #if do_what == 1
        drawing_Show();
    #else
        glPushMatrix();
        glCallList(plane_cut);
        glPopMatrix();
    #endif
    glDisable(GL_CLIP_PLANE0);
}

/*
 * Создаем точки всех поверхностей
 * Исследуем искажение профилей
 */
void Cube::drawing_Prepare_PlaneCut(){
    if(glIsList(plane_cut))
        glDeleteLists(plane_cut, 1);
    if(glIsList(_lpow))

```

```

        glDeleteLists(_lpow, 1);
QVector<TPointVector> (*Tpoints)[2];
/* изменяем направление расчета
 * в зависимости от определенных параметров
 * исследуем гиперболоид, архимедов или конволютный червяк
 */
#ifdef Gyperboloid
    Tpoints=&points;
#endif
#ifdef WormZA
    Tpoints=&pointsWorm;
#endif
#ifdef WormZN
    Tpoints=&pointsWorm;
#endif

    _lpow = glGenLists(1);

    glNewList(_lpow, GL_COMPILE);
    glColor3ub( 0, 0, 0);
    for(int face=0; face< 2; face++){
        int psize=(*Tpoints)[face].size();
        for(int k=0;k<psize;k++){
            Draw_Line(&((*Tpoints)[face][k]), rotate_plus_G);
        }
    }
    glEndList();
/*
 *
 */
plane_cut = glGenLists(1);
glNewList(plane_cut, GL_COMPILE);
glLineWidth(0.5);
glPointSize(2.0);
glNormal3f(0,0, -1.0);

glColor3ub(100,100,100);
glBegin(GL_LINES);
    glVertex3d( 1.5*A, 0.0, 0.0);
    glVertex3d( -1.5*A, 0.0 ,0.0);
glEnd();
glBegin(GL_LINES);
    glVertex3d( 0.0, 1.5*A, 0.0);
    glVertex3d( 0.0, -1.5*A, 0.0);
glEnd();
glBegin(GL_LINES);
    glVertex3d( 0.0, 0.0, 1.5*A);
    glVertex3d( 0.0, 0.0, -1.5*A);
glEnd();

    glPushMatrix();
    #if do_all_z2==1
        glCallList(_lpow);
    #else
        for(int zub=0;zub<zub2_count; zub++){
            glCallList(_lpow);
            glRotatef(360.0/zub2_count, 0.0, 0.0, 1.0);
        }
    #endif
    glPopMatrix();

    TPoint3d p1, p2, p;
    TPointVector pointsRack; // опорные точки зубчатой рейки
    pointsRack.items.push_back(TPoint3d( 0,

```

```
0, 0)); //
```

```

начальная точка - впадина
    pointsRack.items.push_back(TPoint3d( 2.0*m*tan(ToRadian 20), 2.0*m, 0)); //
вершина
    pointsRack.items.push_back(TPoint3d( M_PI_2*m,                2.0*m, 0)); //
вершина
    pointsRack.items.push_back(TPoint3d( M_PI*m-Sa,                0, 0)); //
впадина
    // приводим опорные точки зубчатой рейки в реальное место в пространстве
    for(int i=0; i<4; i++){
        pointsRack.items[i].x-=M_PI*m*floor(L/(M_PI*m)+1)-Sa/2;
        pointsRack.items[i].y=A-pointsRack.items[i].y;
    }
    // с шагом зуба зубчатой рейки находим следующие опорные точки в пределах 2L
    for(int k=0; k<floor(2*L/(M_PI*m))+1; k++){
        for(int i=0; i<4; i++){
            p=pointsRack.items[k*4+i];
            p.x+=M_PI*m;
            pointsRack.items.push_back(p);
        }
    }

    glColor3ub( 0, 100, 100);
    Draw_Line(&(pointsRack));
#if Rack_width>0
    for(int i=0; i<pointsRack.items.size(); i++)
        pointsRack.items[i].z = Rack_width;
    Draw_Line(&(pointsRack));

    for(int i=0; i<pointsRack.items.size(); i++)
        pointsRack.items[i].z = -Rack_width;
    Draw_Line(&(pointsRack));
#endif
    pointsRack.items.clear();

#if saveToFile==1

    QTextCodec *codec = QTextCodec::codecForName("UTF8");
    QTextCodec::setCodecForLocale(codec);

    // открываем файл для вывода исследованных точек
    QFile file("m://test.txt");
    file.open(QIODevice::WriteOnly | QIODevice::Text);
    QTextStream outs(&file);
    outs.setCodec("UTF-8");
#endif
    glColor3ub( 255, 100, 20);

    double dx;
    QString str[100];
#define minFF 1      /* номер первого поворота инструмента вокруг Z для зуба FF */
#define maxFF 5      /* количество шагов поворота инструмента вокруг Z для зуба FF*/
#define max_cut_Z    30.0 /* максимальное смещение секущей плоскости в одну сторону */
#define delta_cut_Z  0.01 /* шаг секущих плоскостей */
#define max_cut_ind 5 /* количество разбиений max_cut_Z */
#define countY 10     /* количество разбиений высоты зуба зубчатой рейки */
#define max_dli_count 10 /* количество исследуемых цилиндрических зубчатых колес */
#define min_count_Z1 6 /* минимальное количество зубьев исследуемых зубчатых колес */

    /*

```

```

    * Искажение для зубчатой рейки
    */
    TPoint3d p_max; // временное хранение максимума
    TPoint3d p_max_byY[maxFF][2][countY + 1]; // искажение в зависимости от
высоты и номера зуба
    TPoint3d p_max_by_cutZ[maxFF][max_cut_ind]; // искажение в зависимости от
ширины рейки и номера зуба
    /*
    * Искажение в зависимости от ширины и диаметра зубчатого колеса
    * нулевому зубчатому колесу p_max_by_cutZ_by_dli[max_dli_count]
    * соответствует шестерня с количеством зубьев min_count_Z1
    */
    TPoint3d p_max_by_cutZ_by_dli[max_dli_count][max_cut_ind];
    for(int dli_ind=0; dli_ind<max_dli_count; dli_ind++)
        for(int cut_ind=0; cut_ind< max_cut_ind; cut_ind++)
            p_max_by_cutZ_by_dli[dli_ind][cut_ind] = TPoint3d(0, 0, 0, 0, 0, 0);

    for(int cut_ind=1; cut_ind< max_cut_ind; cut_ind++){
        double max_cut_z=(max_cut_Z/max_cut_ind)*cut_ind;
        // FF номер текущего зуба зубчатой рейки
        for(int FF=minFF; FF< maxFF; FF++){
            double sinFF=sin(2.0*M_PI/zub2_count*FF); // sin угла поворота
инструмента вокруг Z для совмещения с зубом FF
            double cosFF=cos(2.0*M_PI/zub2_count*FF); // cos угла поворота
инструмента вокруг Z для совмещения с зубом FF
            if(str[FF]=="")
                str[FF]=QString("%1").arg(FF);
            p_max=TPoint3d(0, 0, 0, 0, 0, 0);
            glPointSize(5.0);
            glBegin(GL_POINTS);
            for(int face=0; face< 1; face++){
                // подготавливаем точки для поиска максимального отклонения
                for(int i=0; i< countY + 1; i++){
                    p_max_byY[FF][face][i]=TPoint3d(0, 0, 0, 0, 0, 0);
                }
                int psize=(*Tpoints)[face].size();
                for(int k=0;k<psize;k++){
                    int psize=(*Tpoints)[face][k].items.size()-1;
                    for(int i=0;i<psize;i++){
                        /*
                        * поворачиваем текущие точки инструмента сначала
                        * вокруг Z для совмещения с FF зубом, затем
                        * вокруг оси Y на угол гамма - для совмещения образующей
с зубчатой рейкой
                        */
                        p1=rotate_plus_G(rotate_aroundZ((*Tpoints)[face][k].items[i ], sinFF, cosFF));
                        p2=rotate_plus_G(rotate_aroundZ((*Tpoints)[face][k].items[i+1], sinFF, cosFF));
                        /*
                        * Перебор плоскостей сечения cut_z
                        * (параллельных образующим винтовой гиперболоидной
поверхности)
                        * с шагом delta_cut_Z
                        */
                        for(double cut_z=-max_cut_z; cut_z< max_cut_z; cut_z +=
delta_cut_Z){
                            // секущая плоскость не между точками p1 и p2 -
пропускаем
                            if( !(p1.z>cut_z && p2.z<cut_z) && !(p1.z<cut_z &&
p2.z>cut_z ) )
                                continue;

```

```

// координаты точки на секущей плоскости для отрезка
[p1,p2]
p.x=(cut_z-p1.z)/(p2.z-p1.z)*(p2.x-p1.x)+p1.x;
p.y=(cut_z-p1.z)/(p2.z-p1.z)*(p2.y-p1.y)+p1.y;
// для пространственного отображения точки
p.z=cut_z;
// для отображения точки на нулевой высоте
//p.z=0;

if(p.y<di2/2-m) continue; /* точка не лежит на высоте
возможного контакта, пропускаем */

double y1=(di2/2+m) - p.y;
if(face==0)
    dx=-p.x - m*M_PI*FF -Sa/2-y1*tanGammaProfileIdeal;
else
    dx=+p.x /*+ m*M_PI*FF*/ -Sa/2-
y1*tanGammaProfileIdeal;

//outs << dx << "\t" << p.x << "\t" << p.y << "\n";
/* при dx < 0 - выход из зацепления, искажение не
происходит */

//if(dx > M_PI*m){ continue; }
if(dx < 0) continue; // искажение не происходит

// меняем цвет точки для положительной и отрицательной
плоскости

if(cut_z<0)
    glColor3ub( 0, 0, 0);
else
    glColor3ub( 220, 220, 220);
glVertex3f( p.x, p.y, p.z); // поставить точку
/*
* запоминаем новый максимум для данного зуба FF
* и для текущего максимального отклонения
* секущей плоскости с номером cut_ind
*/
if( p_max.z1 < dx ){
//
outs << "dx > M_PI*m " << dx << " > " << M_PI*m
<< " face =" << face << " FF=" << FF << "\tp.x = " << p.x << "\tcut_z = " << cut_z
<< "\n"; break;

    p_max=p;
    p_max.z1=dx;
}
/* запоминаем точки и максимальное отклонение,
* если найденное dx > запомненного для данной высоты
* y1 <= 2m, следовательно int(y1*countY/(2*m)) -
целое число 0..countY

*/
if( p_max_byY[FF][face][int(y1*countY/(2*m))].z1<dx){
    p_max_byY[FF][face][int(y1*countY/(2*m))]=p;
    p_max_byY[FF][face][int(y1*countY/(2*m))].z1=dx;
}
}
}
}
}
glEnd();
glPointSize(15.0);
glBegin(GL_POINTS);
glColor3ub( 255, 100, 100);
TPoint3d tmp= rotate_minus_G(p_max);

```

```

        /* ВЫВОД ДЛЯ ОТЛАДКИ
#ifdef saveToFile==1
        outs << "maxCutZ=" << max_cut_z << "\tFF=" << FF;
        outs << "\tdx=" << p_max.z1 << "\tx=" << p_max.x << "\ty=" <<
p_max.y << "\tz=" << p_max.z;
        outs << "\tx2=" << tmp.x << "\ty2=" << tmp.y << "\tz2=" << tmp.z <<
"\n";
#endif

        */
        p_max_by_cutZ[FF][cut_ind]=p_max;
        glVertex3f( p_max.x, p_max.y, p_max.z);
        glEnd();
        str[FF].append("\t"+QString("%1").arg(p_max.z1));
    }
}
glEnd();
glEndList();

#ifdef saveToFile==1
// Вывод собранной информации в файл
/*p_max_byY{*/
outs << tr("p_max_byY{ Максимальное искажение для высот зуба\n"
"\tv зависимости от номера зуба при максимальном \n"
"\totклонении от образующей ") << max_cut_z << "\n";
for(int face=0; face< 2; face++)
    for(int FF=0; FF< maxFF; FF++)
        outs << "\t" << "Z=" << FF << "_" << face ;
outs << "\n";
/* Для высот зуба FF выводится
* максимальное искажение, сохраненное в параметре z1,
* для обеих поверхностей face
*/
for(int i=0; i< countY + 1; i++){
    outs << i;
    for(int face=0; face< 2; face++)
        for(int FF=0; FF< maxFF; FF++)
            outs << "\t" << p_max_byY[FF][face][i].z1;
    outs << "\n";
}
outs << "}p_max_byY\n\n\n";
/*}p_max_byY*/

/* p_max_by_cutZ{*/
outs << tr("\n\nМаксимальное искажение в зависимости от половины ширины рейки
и номера зуба * 10^6\n");
for(int i=0; i< max_cut_ind; i++)
    outs << "\t" << i*(max_cut_z/max_cut_ind);
outs << "\n";
for(int FF=0; FF< maxFF; FF++){
    outs << FF;
    for(int i=0; i< max_cut_ind; i++)
        outs << "\t" << (/*M_PI*m - */p_max_by_cutZ[FF][i].z1) * 1000000;
    outs << "\n";
}
/*}p_max_by_cutZ*/
/{*/
outs << tr("\n\nНакопленная информация str[100]\n");
outs<<str[0]<<"\n";    outs<<str[1]<<"\n";    outs<<str[2]<<"\n";
outs<<str[3]<<"\n";    outs<<str[4]<<"\n";    outs<<str[5]<<"\n";
outs<<str[6]<<"\n";
/*}*/
file.close();
#endif
}

```

```

/*
 * Вывод заготовленных поверхностей
 */
void Cube::drawing_Show() {
    double cur_f1=0.0;
    double cur_f2=0.0;
    double cur_df=10.0/zub_count;
    glCallList(model_kub); /*куб*/

    if(rotating){
        cur_f1+=cur_df;
        cur_f2+=cur_df*u21;
    }
    glPushMatrix();
    glTranslatef( 0, A+di1/2, 0.0);
    glRotatef(cur_f1, 0.0, 0.0, 1.0);
    glRotatef(-s/r/M_PI*180/2, 0.0, 0.0, 1.0);
    glCallList(model_dolbiak);
    glPopMatrix();

    glPushMatrix();
    glRotatef(gammaGrad, 0.0, 1.0, 0.0);
    glRotatef(cur_f2, 0.0, 0.0, 1.0);
    glCallList(list_pow1);
    glPopMatrix();
}
/*
 * Создаем точки всех поверхностей
 */
void Cube::drawing_Prepare() {
    // создаем куб пространства
    model_kub = glGenLists(1);
    glNewList(model_kub, GL_COMPILE);
    draw_kub(100, 1, 1, 1);
    draw_kub(100, -1, 1, 1);
    glPushMatrix();
    glRotatef(90, 0.0, 0.0, 1.0);
    draw_kub(100, 1, 1, 1);
    draw_kub(100, -1, 1, 1);
    glPopMatrix();
    glEndList();

    // создаем цилиндрическое зубчатое колесо (зубчатую рейку)
    draw_Gear();

    /* изменяем направление расчета
     * в зависимости от определенных параметров
     * выводим гиперboloид, архимедов или конволютный червяк
     */
#ifdef Gyperboloid
    // создаем гиперboloид
    draw_Hyperboloid();
#endif
#ifdef WormZA
    // создаем червяк архимедов
    draw_WormZA();
#endif
#ifdef WormZN
    // создаем червяк конволютный
    draw_WormZN();
#endif
}
/*
 * Создаем точки винтовой поверхности на теле однополостный гиперboloид

```



```

*/
void Cube::draw_Hyperboloid(){
    GLuint list[2]; // 2 - количество поверхностей - левая и правая сторона зуба
    double x2, y2, x1, y1, z1=0, fi2, S1;
    for(int face=0; face< 2; face++){
        //очистка списка точек поверхности face
        points[face].clear();
        for(int Q_ind=0; Q_ind<max_Q+1; Q_ind++){
            points[face].push_back( TPointVector());
        }
        // по уравнениям гиперболоидной поверхности рассчитываем точки сторон face
        for(int face=0; face< 2; face++){
            // ограничиваем количество анализируемых кривых вдоль высоты зуба
            for(int Q_ind=min_Q; Q_ind<max_Q+1; Q_ind++){
                // y координата - высота от ножки зуба зубчатой рейки
                y1=-2.0*m*Q_ind/max_Q;
                // x координату выбираем в зависимости от стороны зуба
                if(face==0) x1=-Sa/2+y1*tanGammaProfile;
                else x1=+Sa/2-y1*tanGammaProfile;
                // перебираем высоты
                for(double z2=-L; z2< L; z2+=0.01){
                    fi2=-(-2*x1*sinG+2*z2)/(m*zub2_count*sinG);
                    S1=-(fi2*m*zub2_count)/2;
                    x2=cos(fi2)*z1*sinG+cos(fi2)*cosG*S1+cos(fi2)*x1*cosG-sin(fi2)*A-
sin(fi2)*y1;

y2=sin(fi2)*z1*sinG+sin(fi2)*cosG*S1+sin(fi2)*x1*cosG+cos(fi2)*A+cos(fi2)*y1;
                    points[face][Q_ind].items.push_back(TPoint3d(x2, y2, z2, 0.0, fi2,
z1));
                }
            }
        }
        //!!!! QFile file("d://test.txt"); file.open(QIODevice::WriteOnly |
QIODevice::Text); QTextStream outs(&file);
        //!!!!outs << x2 << "\t" << y2 << "\t" << z2 << "\n";
        //!!!! file.close();

        glColor3ub( 150.0, 150.0, 150.0);
        for(int face=0; face< 2; face++){
            list[face] = glGenLists(1);
            glNewList(list[face], GL_COMPILE);
            for(int k=0;k<points[face].size()-1;k++)
                Draw_2Lines_Triangle(&(points[face][k]), &(points[face][k+1]), true);
            glEndList();
        }

/*не используется(причина не известна) 2016.11.16
    TPointVector points_1;
    TPoint3d pxyz;
    double r_, t;
    for(int i=0;i<points[1][1].items.size();i++){
        pxyz=points[1][1].items[i];
        r_=sqrt(pxyz.x*pxyz.x+pxyz.y*pxyz.y);
        t=acos(pxyz.x/r_) - s/r*u21*1.02;
        points_1.items.push_back( TPoint3d( r_*cos(t), r_*sin(t), pxyz.z));
    }
*/

if(glIsList(list_pow1))glDeleteLists(list_pow1, 1);
list_pow1 = glGenLists(1);
glNewList(list_pow1, GL_COMPILE);
glPushMatrix();
for(int i=0; i< zub2_count;i++){
    glRotatef(360/zub2_count, 0.0, 0.0, 1.0);

```

```

        glCallList(list[1]);
        glCallList(list[0]);
    }
    glPopMatrix();
    glEndList();
    glDeleteLists(list[0], 1);
    glDeleteLists(list[1], 1);
}
/*
 * Создаем точки на винтовой поверхности "червяк конволютный"
 */
void Cube::draw_WormZN() {
    GLuint list[2];
    TPoint3d p;
    double x2, y2, x1, y1, z1=0, fi2, S1;
    for(int face=0; face< 2; face++) for(int Q_ind=0; Q_ind< max_Q+1; Q_ind++)
pointsWorm[face].push_back( TPointVector());
    for(int face=0; face< 2; face++){
        for(int Q_ind=min_Q; Q_ind< max_Q+1; Q_ind++){
            y1=-2.0*m*Q_ind/max_Q;
            if(face==1) x1=-Sa/2+y1*tanGammaProfile;
            else x1=+Sa/2-y1*tanGammaProfile;
            z1=0;
            for(double z2=-L; z2< L; z2+=0.01){
                z1=z2*cosG;
                fi2=-(2*x1*sinG-2*z1*cosG+2*z2)/(m*zub2_count*sinG);
                S1=zub2_count*fi2*m/2;
                x2=cos(fi2)*z1*sinG+cos(fi2)*cosG*S1+cos(fi2)*x1*cosG-sin(fi2)*A-
sin(fi2)*y1;
                y2=sin(fi2)*z1*sinG+sin(fi2)*cosG*S1+sin(fi2)*x1*cosG+cos(fi2)*A+cos(fi2)*y1;
                pointsWorm[face][Q_ind].items.push_back(TPoint3d(x2, y2, z2, 0.0,
fi2, z1));
            }
        }
    }
    glColor3ub( 150.0, 150.0, 150.0);
    for(int face=0; face< 2; face++){
        list[face] = glGenLists(1);
        glNewList(list[face], GL_COMPILE);
        for(int k=0;k<pointsWorm[face].size()-1;k++)
            Draw_2Lines_Triangle(&(pointsWorm[face][k]), &(pointsWorm[face][k+1]),
true);
        glEndList();
    }

    list_pow1 = glGenLists(1);
    glNewList(list_pow1, GL_COMPILE);
    glPushMatrix();
    for(int i=0; i< zub2_count;i++){
        glRotatef(360/zub2_count, 0.0, 0.0, 1.0);
        glCallList(list[1]);
        glCallList(list[0]);
    }
    glPopMatrix();
    glEndList();
}
/*
 * Создаем точки на винтовой поверхности "червяк архимедов"
 */
void Cube::draw_WormZA() {
    GLuint list[2];
    //tanGammaProfile=tan(ToRadian 20.5);
    double x2, y2, x1, y1, z1=0, fi2, S1;

```

```

    for(int face=0; face< 2; face++) for(int Q_ind=0; Q_ind< max_Q+1; Q_ind++)
pointsWorm[face].push_back( TPointVector());
    for(int face=0; face< 2; face++){
        for(double z2=-L; z2< L; z2+=0.01){
            for(int Q_ind=0; Q_ind< max_Q+1; Q_ind++){
                y1=-2.0*m*Q_ind/max_Q;
                if(face==1) x1=-Sa/2+y1*tanGammaProfile;//-0.0115;
                else x1=+Sa/2-y1*tanGammaProfile;//+0.0115;
                fi2=-(2*x1*sinG+2*z2)/(m*zub2_count*sinG);
                S1=-(fi2*m*zub2_count)/2;
                x2=cos(fi2)*z1*sinG+cos(fi2)*cosG*S1+cos(fi2)*x1*cosG-sin(fi2)*A-
sin(fi2)*y1;

y2=sin(fi2)*z1*sinG+sin(fi2)*cosG*S1+sin(fi2)*x1*cosG+cos(fi2)*A+cos(fi2)*y1;
                pointsWorm[face][Q_ind].items.push_back(TPoint3d(x2, y2, z2, 0.0,
fi2, z1));
            }
        }
        glColor3ub( 150.0, 150.0, 150.0);
        for(int face=0; face< 2; face++){
            list[face] = glGenLists(1);
            glNewList(list[face], GL_COMPILE);
            for(int k=0;k<pointsWorm[face].size()-1;k++)
                Draw_2Lines_Triangle(&(pointsWorm[face][k]), &(pointsWorm[face][k+1]),
true);
            glEndList();
        }

        list_pow1 = glGenLists(1);
        glNewList(list_pow1, GL_COMPILE);
        glPushMatrix();
        for(int i=0; i< zub2_count;i++){
            glRotatef(360/zub2_count, 0.0, 0.0, 1.0);
            glCallList(list[1]);
            glCallList(list[0]);
        }
        glPopMatrix();
        glEndList();
    }
    /*
    * Создаем точки цилиндрического зубчатого колеса (зубчатой рейки)
    */
void Cube::draw_Gear(){
    Sa=M_PI_2*m-2.0*m*tan(ToRadian 20);
    return ;

    glEnable(GL_LINE_SMOOTH);
    glEnable(GL_BLEND);
    glBlendFunc(GL_SRC_ALPHA, GL_ONE_MINUS_SRC_ALPHA);
    glHint(GL_LINE_SMOOTH_HINT, GL_NICEST);
    double da=dil+2*m;
    double df=dil-2.5*m;

    glBegin(GL_LINES);
        glColor3d(1,0,0);
        glVertex3d( 0.0, 0.0, 0.0);
        glVertex3d( -A, 0.0 ,0.0);
    glEnd();
    double x=0, y=0;
    TPointVector points1;
    for(double alpha=0, t=0; alpha<2; alpha+=0.01){
        t=alpha;

```

```

        x=(df/2)*(sin(t)-t*cos(t));
        y=(df/2)*(cos(t)+t*sin(t));
        if(x*x+y*y>da*da/4)break;
        points1.items.push_back(TPoint3d(x, y, 0));
    }

    glNormal3f(0, 0, 1);
    glColor3f(0.0f, 1.0f, 1.0f);
    glColor3ub( 100, 100, 255);

    GLuint list[2];
    list[0]=glGenLists(1);
    glNewList(list[0], GL_COMPILE);
    Draw_2Lines_Triangle(&points1,-10.0);
    glEndList();

    list[1]=glGenLists(1);
    glNewList(list[1], GL_COMPILE);
    for(int nzub=0; nzub<zub_count; nzub++){
        glPushMatrix();
        glRotatef(360.0*nzub/zub_count, 0.0, 0.0, 1.0);
        glCallList(list[0]);
        glPopMatrix();
    }

    glEndList();

    model_dolbiak = glGenLists(1);
    glNewList(model_dolbiak, GL_COMPILE);
    glCallList(list[1]);
    glPushMatrix();
    glRotatef(180.0, 0.0, 1.0, 0.0);
    glRotatef(M_PI_2*m+2*1.25*tan(ToRadian 20), 0.0, 0.0, 1.0);
    glTranslated(0, 0, 10.0);
    glCallList(list[1]);
    glPopMatrix();
    glEndList();
}
/*
 * Обработка нажатий кнопок клавиатуры
 */
void Cube::keyPressEvent(QKeyEvent *event){
    switch (event->key()) {
        case Qt::Key_Escape:
            close();
            break;
        case Qt::Key_Space:
            rotating=!rotating;
            break;
        case Qt::Key_1:
            rotationX = 0;
            rotationY = 180;
            rotationZ = 0;
            break;
        case Qt::Key_2:
            rotationX = -90;
            rotationY = 180;
            rotationZ = 0;
            break;
        case Qt::Key_3:
            rotationX = -90;
            rotationY = 90;
            rotationZ = 0;
            break;
    }
}

```

```

case Qt::Key_F5:
    zub2_count++;
    prepare_params();
    draw_model(true);
    break;
case Qt::Key_F4:
    zub2_count--;
    prepare_params();
    draw_model(true);
    break;
case Qt::Key_Plus:
    break;
case Qt::Key_Minus:
    break;
case Qt::Key_Left:  LookAtfrom_x-=1;    break;
case Qt::Key_Right: LookAtfrom_x+=1;    break;
case Qt::Key_Down:  LookAtfrom_y-=1;    break;
case Qt::Key_Up:    LookAtfrom_y+=1;    break;
case Qt::Key_0:
    rotationX = 0;
    rotationY = 180;
    rotationZ = 0;
    LookAtfrom_x=0;
    LookAtfrom_y=50;
    LookAtfrom_z=28;

    rotationX = 90;
    rotationY = 180 - gammaGrad;
    rotationZ = 0;
    LookAtfrom_x=0;
    LookAtfrom_y=50;
    LookAtfrom_z=300;
    break;

default: QWidget::keyPressEvent(event);
}
}
//-----
void Cube::wheelEvent(QWheelEvent *event){  LookAtfrom_z+=event->delta() / 10;}
void Cube::mousePressEvent(QMouseEvent *event){
    analize_mouse=!analize_mouse;event;}

```