



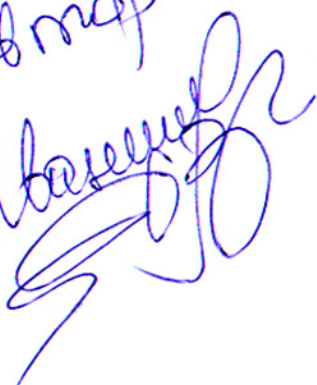
С. В. Иваница

**АРИФМЕТИКО-ЛОГИЧЕСКИЕ
ОСНОВЫ ЦИФРОВЫХ
АВТОМАТОВ**

**арифметика чисел
с плавающей запятой**

В АНФ
научно-технической
библиотеке ГОУВПО "ФОННТУ"
с наилучшими пожеланиями,
в области информационных
коммуникационных техно-
логий, привлечения читателей
уникального книжного фонда!

© ув. ежен. в. т. р.
июнь 2010 г.

©. Казанцев


МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
ДОНЕЦКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

С. В. Иваница

АРИФМЕТИКО-ЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЦИФРОВЫХ АВТОМАТОВ

АРИФМЕТИКА ЧИСЕЛ С ПЛАВАЮЩЕЙ ЗАПЯТОЙ

Учебник
для обучающихся образовательных учреждений
высшего профессионального образования



*Посвящается 100-летию со дня основания
Донецкого национального технического университета*

Донецк
2021

УДК 004.312.44(075.8) +004.222.2(075.8)

ББК 32.973.26-018я73

И19

Рекомендовано Ученым советом ГОУВПО «ДОНЕЦКИЙ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

в качестве учебника для обучающихся образовательных учреждений высшего профессионального образования (протокол № 1 от 26 февраля 2021 г.).

Рецензенты:

Аверин Геннадий Викторович — доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой компьютерных технологий ГОУВПО «ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»;

Метлов Константин Леонидович — доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник ГУ «Донецкий физико-технический институт им. А. А. Галкина»;

Павлыш Владимир Николаевич — доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой прикладной математики ГОУВПО «ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ».

Автор:

Иваница Сергей Васильевич — кандидат технических наук, доцент кафедры компьютерной инженерии, директор Центра информационных компьютерных технологий ГОУВПО «ДОННТУ».

Иваница, С. В.

И19 Арифметико-логические основы цифровых автоматов. Арифметика чисел с плавающей запятой : учеб. для обучающихся образоват. учреждений высш. проф. образования / С. В. Иваница ; ГОУВПО «ДОННТУ». — Донецк : УНИТЕХ, 2021. — 436 с. : ил.

ISBN 978-966-8248-96-2

В книге рассматриваются арифметико-логические основы цифровых автоматов, ориентированных на работу с числами в формате с плавающей запятой. Детально рассмотрены структуры форматов различной точности, синтез операционных автоматов для организации арифметики над числами с плавающей запятой. Предложены модифицированные форматы с целью минимизации недостатков существующей компьютерной алгебры, включающей стандартную арифметику чисел в формате с плавающей запятой.

Учебник предназначен для специалистов в области вычислительной техники и цифровой автоматики, занимающихся разработкой операционных устройств, а также для аспирантов, магистрантов и студентов соответствующих специальностей вузов.

УДК 004.312.44(075.8) +004.222.2(075.8)

ББК 32.973.26-018я73

ISBN 978-966-8248-96-2

© Иваница С. В., 2021

© ГОУВПО «ДОННТУ», 2021

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	11
ГЛАВА 1. ОСНОВЫ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ЧИСЕЛ В ФОРМАТЕ С ПЛАВАЮЩЕЙ ЗАПЯТОЙ.....	17
1.1. Указание положения запятой. Фиксированная и плавающая запятая	17
1.1.1. Фиксированная запятая	18
1.1.2. Плавающая запятая. Общие сведения.....	20
1.2. Предпосылки появления форматов чисел с плавающей запятой.....	22
1.2.1. Краткая история арифметики чисел с плавающей запятой	23
1.2.2. Развитие форматов чисел с плавающей запятой.....	26
1.3. Особенности представления чисел в формате с плавающей запятой.....	41
1.3.1. Способы организации форматов чисел с плавающей запятой. Представление чисел с различным основанием	42
1.3.2. Согласование в обозначениях, машинном и графическом представлениях полей форматов с плавающей запятой	52

1.3.3. Формирование смещенных порядков в форматах с плавающей запятой	55
1.4. Выводы	65
Контрольные вопросы для самопроверки знаний	66

ГЛАВА 2. СТАНДАРТ IEEE 754 ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ЧИСЕЛ С ПЛАВАЮЩЕЙ ЗАПЯТОЙ.....67

2.1. Общие сведения о стандарте	67
2.1.1. Краткая история появления стандарта	68
2.1.2. Назначение стандарта IEEE 754™-2008	71
2.2. Основы представления двоичных чисел в формате с плавающей запятой стандарта IEEE 754.....	73
2.2.1. Общие принципы построения двоичных форматов с плавающей запятой	73
2.2.2. Способы округления в стандартных форматах с плавающей запятой	81
2.2.3. Обобщенная структура стандартных форматов с плавающей запятой	84
2.2.4. Форматы с плавающей запятой для хранения специальных чисел	88
2.3. Стандартные форматы чисел с плавающей запятой	90
2.3.1. Стандартные двоичные форматы чисел с плавающей запятой различной точности.....	91
2.3.2. Форматы расширенной и расширяемой точности	104
2.3.3. Стандартные режимы округления чисел в стандартных форматах с плавающей запятой	106
2.3.4. Точность представления чисел в стандартных форматах с плавающей запятой.....	111
2.4. Стандартные операции для форматов чисел с плавающей запятой	122
2.4.1. Исключения	124
2.4.2. Общие вычислительные операции	128
2.4.3. Тихо-вычислительные операции	134
2.4.4. Сигнально-вычислительные операции.....	134

2.4.5. Не вычислительные операции.....	137
2.4.6. Базовые математические функции	141
2.5. Практическая реализация стандарта	150
2.5.1. Аппаратная поддержка	151
2.5.2. Программная поддержка	172
2.6. Выводы	192
Контрольные вопросы для самопроверки знаний.....	194

ГЛАВА 3. АРИФМЕТИКА ЧИСЕЛ С ПЛАВАЮЩЕЙ ЗАПЯТОЙ 195

3.1. Особенности реализации машинной вещественной арифметики.....	195
3.1.1. Реализация логических функций.....	195
3.1.2. Реализация суммирующих компонентов	199
3.1.3. Операционные схемы и микрооперации.....	202
3.2. Арифметические операции над порядками форматов чисел с плавающей запятой.....	206
3.2.1. Общие сведения об арифметических операциях над числами с плавающей запятой.....	208
3.2.2. Арифметические операции над порядками с положительным нулем.....	212
3.2.3. Арифметические операции над порядками с отрицательным нулем.....	222
3.3. Сложение и вычитание чисел с плавающей запятой	232
3.3.1. Этап выравнивания порядков	233
3.3.2. Суммирование (вычитание) мантисс.....	235
3.3.3. Нормализация результата.....	246
3.4. Умножение и деление чисел с плавающей запятой	256
3.4.1. Особенности умножения чисел в формате с плавающей запятой	258
3.4.2. Особенности деления чисел в формате с плавающей запятой	265
3.5. Выводы.....	272
Контрольные вопросы для самопроверки знаний.....	275

ГЛАВА 4. ПОСТБИНАРНЫЕ ФОРМАТЫ ЧИСЕЛ С ПЛАВАЮЩЕЙ ЗАПЯТОЙ	277
4.1. Ошибки компьютерных вычислений, вызванные применением чисел в форматах стандарта IEEE 754™	279
4.1.1. Ошибки, связанные с точностью представления вещественных чисел в форматах с ПЗ	279
4.1.2. Ошибки, связанные с неправильным приведением типов данных	281
4.1.3. Ошибки, вызванные сдвигом мантисс	284
4.1.4. Ошибки, вызванные округлением	289
4.1.5. Ошибки на границе нормализованных и денормализованных чисел	293
4.2. Состояние вопроса развития арифметико-логических основ компьютерных технологий	295
4.2.1. Особенности компьютерных вычислений, приводящих к получению недостоверных результатов	296
4.2.2. Исследования и разработки в области обеспечения контроля точности и достоверности результатов современного компьютеринга	301
4.2.3. Особенности применения интервального анализа в компьютерных вычислениях	304
4.2.4. Зарождение и развитие идей постбинарного компьютинга	309
4.3. Основные теоретические положения тетралогии и тетракодирования	312
4.3.1. Свойства тетралогических операций	314
4.3.2. Основные принципы тетракодирования	321
4.3.3. Методы приведения тетракодов к интервальным значениям	328
4.3.4. Арифметические операции над тетракодами	337
4.4. Модификация стандартных форматов чисел с плавающей запятой	348
4.4.1. Постбинарные форматы чисел с плавающей запятой	349

4.4.2. Модификация стандартных способов округления чисел в форматах с плавающей запятой	359
4.4.3. Пример интервальных вычислений при переходе к постбинарным форматам с плавающей запятой	364
4.5. Выводы	381
Контрольные вопросы для самопроверки знаний	383
Заключение	385
Список литературы	387
Список сокращений	399
Приложение А. IEEE-представления различных чисел.....	401
Приложение Б. Модифицированные форматы чисел с плавающей запятой	405