



Математика

С.В. Иваница

справочник с примерами
для школьников
и абитуриентов

современная школь-
ная программа
русского
образо-
вания



5-11

классы

Глубокоуважаемой
научно-технической
библиотеке
от автора с поздравлениями
продуктивной работы
и качественного
книгообеспечения!!

сентябрь
2019 г.

О. Шанин

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
ДОНЕЦКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

С. В. Иваница

Математика

справочник с примерами
для школьников и абитуриентов

5-11
классы

Учебное издание

Донецк
2019

УДК 083)
ББК 1я2
19

Рекомендовано Ученым советом
УВПО «Донецкий национальный технический университет»
в качестве учебного издания
(протокол № 5 от 28 июня 2019 г.)

Рецензенты:

Аноприенко Александр Яковлевич — кандидат технических наук, профессор, ректор Донецкого национального технического университета, г. Донецк;

Толстых Виктор Константинович — доктор физ.-мат. наук, доктор технических наук, профессор кафедры компьютерных технологий Донецкого национального университета, г. Донецк.

Автор:

Иваница Сергей Васильевич — старший преподаватель кафедры компьютерной инженерии факультета компьютерных наук и технологий, директор Центра информационных компьютерных технологий Донецкого национального технического университета, г. Донецк.

Иваница С. В.

- И19** Математика. Справочник с примерами для школьников и абитуриентов: 5–11 классы : учеб. издание. — Донецк : ГОУВПО «ДонНТУ», 2019. — 480 с. : ил.

ISBN 978-966-8248-87-0

Справочник по математике поможет быстро и эффективно подготовиться к уроку, зачету, контрольной работе, а также повысить уровень знаний во время подготовки к вступительным экзаменам в образовательные учреждения.

В издание включено множество подробно разобранных примеров и задач, по каждой рассматриваемой теме. Последовательное изложение материала в издании соответствует тому, как этот материал изучается на уроках в школе.

Книга окажет помощь в систематизации и обобщении знаний по математике школьникам, абитуриентам, студентам.

УДК 51(083)
ББК 22.1я2

ISBN 978-966-8248-87-0

© С. В. Иваница, 2019

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	3
5 КЛАСС.....	5
§ 1. Натуральные числа и действия над ними	5
1. Запись натуральных чисел.....	5
2. Отрезок. Измерение и построение отрезков	6
3. Плоскость. Прямая. Луч	7
4. Шкала. Координатный луч	8
5. Сравнение натуральных чисел.....	9
6. Сложение и вычитание натуральных чисел. Свойства сложения и правила вычитания	10
7. Умножение натуральных чисел. Свойства умножения.....	12
8. Квадрат и куб числа.....	13
9. Деление натуральных чисел. Деление с остатком	14
10. Числовые и буквенные выражения. Формулы	15
11. Уравнения. Решение уравнений	15
§ 2. Геометрические фигуры и величины	17
12. Угол. Обозначение углов.....	17
13. Виды углов. Измерение углов.....	17
14. Многоугольники. Равные фигуры	19
15. Прямоугольник, квадрат и их периметры	20
16. Треугольник и его периметр. Виды треугольников	20
17. Площадь прямоугольника и квадрата.....	22
18. Прямоугольный параллелепипед и куб. Формулы их объемов	23
§ 3. Дробные числа	25
19. Обыкновенные дроби	25
20. Правильные и неправильные дроби. Сравнение обыкновенных дробей.....	26
21. Сложение и вычитание обыкновенных дробей с одинаковыми знаменателями	27
22. Смешанные числа.....	28
23. Десятичная дробь. Запись и чтение десятичных дробей.....	30
24. Сравнение и округление десятичных дробей.....	31
25. Сложение и вычитание десятичных дробей	32

26. Умножение и деление десятичных дробей	33
27. Проценты. Нахождение процентов от числа и нахождение числа по его процентам	34
28. Среднее арифметическое. Среднее значение величины	35
6 КЛАСС.....	37
§ 4. Делимость чисел	37
29. Делители и кратные натурального числа	37
30. Признаки делимости	37
31. Простые и составные числа	39
32. Разложение чисел на простые множители	40
33. Наибольший общий делитель. Взаимно простые числа	41
34. Наименьшее общее кратное	42
§ 5. Обыкновенные дроби	43
35. Основное свойство дроби. Сокращение дроби	43
36. Наименьший общий знаменатель. Приведение дробей к общему знаменателю	45
37. Сравнение, сложение и вычитание обыкновенных дробей с различными знаменателями	47
38. Умножение и деление обыкновенных дробей	48
39. Нахождение дроби от числа и числа по его дроби	49
40. Преобразование обычных дробей в десятичные	50
§ 6. Отношения и пропорции	52
41. Отношения	52
42. Пропорции. Основное свойство пропорций	52
43. Прямая и обратная пропорциональные зависимости	54
44. Масштаб	55
45. Длина окружности	55
§ 7. Рациональные числа	57
46. Положительные и отрицательные числа. Число 0	57
47. Противоположные числа. Модуль числа	58
48. Сравнение чисел	59
49. Сложение, вычитание, умножение и деление положительных и отрицательных чисел	60
50. Рациональные числа	62
51. Раскрытие скобок. Подобные слагаемые и их приведение ..	64
52. Уравнение. Основные свойства уравнения	65
53. Координатная плоскость	66
7 КЛАСС.....	67
<i>Алгебра.....</i>	<i>67</i>
§ 8. Линейные уравнения с одной переменной	67
54. Общие сведения об уравнениях	67

55. Равносильность уравнений. Следствие уравнения	67
56. Линейные уравнения с одной переменной	69
57. Решение задач с помощью линейных уравнений	70
§ 9. Целые рациональные выражения	72
58. Выражения с переменными	72
59. Тождественные выражения, тождество	73
60. Степень с натуральным показателем	73
61. Степень с нулевым и отрицательным показателями	74
62. Одночлены и действия над ними	75
63. Многочлены и действия над ними	76
64. Формулы сокращенного умножения	78
65. Разложение многочлена на множители	80
§ 10. Функции	82
66. Понятие функции	82
67. Способы задания функции	82
68. График функции	83
69. Постоянная функция	84
70. Прямая пропорциональность	84
71. Линейная функция, ее график и свойства	84
§ 11. Системы линейных уравнений с двумя переменными	87
72. Понятие уравнения с двумя переменными	87
73. Линейное уравнение с двумя переменными и его график	88
74. Система двух линейных уравнений с двумя переменными ..	89
75. Графический способ решения системы двух линейных уравнений с двумя переменными	90
76. Решение системы двух линейных уравнений с двумя переменными способом подстановки	93
77. Решение системы двух линейных уравнений с двумя переменными способом сложения	94
Геометрия	96
§ 12. Простейшие геометрические фигуры и их свойства	96
78. Общие сведения о геометрии	96
79. Точка. Прямая	96
80. Отрезок. Луч	97
81. Углы	98
82. Смежные и вертикальные углы	99
83. Углы, образованные при пересечении двух прямых секущей	100
84. Параллельные прямые. Признаки параллельности прямых	101
85. Перпендикулярные прямые. Перпендикуляр	102
§ 13. Треугольники	105
86. Треугольник и его элементы	105

87. Признаки равенства треугольников	107
88. Высота, биссектриса и медиана треугольника	108
89. Равнобедренный треугольник, его свойства	108
90. Равносторонний треугольник	109
91. Свойства прямоугольных треугольников	110
92. Признаки равенства прямоугольных треугольников	111
§ 14. Геометрические построения	113
93. Окружность	113
94. Окружность, описанная около треугольника	114
95. Окружность, вписанная в треугольник	115
96. Что такое задачи на построение	115
97. Простейшие задачи на построение	117
98. Геометрическое место точек	119
99. Метод геометрических мест	120
8 КЛАСС	123
Алгебра	123
§ 15. Рациональные выражения	123
100. Алгебраические дроби	123
101. Сложение и вычитание алгебраических дробей	125
102. Умножение и деление алгебраических дробей. Возведение алгебраической дроби в степень	126
103. Преобразование рациональных выражений	127
§ 16. Квадратные корни	130
104. Функция $y = kx^2$, ее свойства и график	130
105. Функция $y = k/x$, ее свойства и график	132
106. Арифметический квадратный корень и его свойства	134
107. График функции $y = \sqrt{x}$ и его свойства	136
§ 17. Действительные числа	138
108. Иррациональные числа	138
109. Действительные числа. Числовая прямая	139
110. Числовые множества	139
111. Модуль действительного числа	140
112. Функция $y = x $	142
113. Стандартный вид положительного числа	142
114. Целая и дробная часть числа	143
115. Абсолютная и относительная погрешности	143
116. Десятичные приближения действительного числа	145
§ 18. Квадратные уравнения	146
117. Уравнение $x^2 = a$	146
118. Определения квадратного уравнения	146
119. Формулы корней квадратного уравнения	148

120. Приведенное квадратное уравнение.....	149
121. Теорема Виета	150
122. Разложение квадратного трехчлена на линейные множители.....	151
123. Решение уравнений, которые сводятся к квадратным	151
Геометрия	155
§ 19. Четырехугольники	155
124. Четырехугольник и его элементы.....	155
125. Параллелограмм и его свойства	156
126. Прямоугольник. Ромб. Квадрат	157
127. Трапеция.....	160
128. Описанные и вписанные четырехугольники	161
§ 20. Подобие треугольников.....	165
129. Теорема Фалеса	165
130. Средняя линия треугольника	166
131. Подобные треугольники	167
132. Признаки подобия треугольников	168
133. Средние пропорциональные отрезки в прямоугольном треугольнике	169
§ 21. Теорема Пифагора	171
134. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника	171
135. Теорема Пифагора	172
136. Свойства перпендикуляра и наклонной.....	173
§ 22. Многоугольники. Площадь многоугольников.....	174
137. Многоугольник и его элементы	174
138. Выпуклые многоугольники.....	175
139. Понятие площади простых фигур	177
140. Площади многоугольников	177
9 КЛАСС	181
Алгебра	181
§ 23. Неравенства	181
141. Сравнение действительных чисел.....	181
142. Числовые неравенства	181
143. Основные свойства числовых неравенств.....	183
144. Равносильные неравенства.....	184
145. Графический метод решения неравенств с одной переменной	185
146. Линейные неравенства с одной переменной	186
147. Системы и совокупности линейных неравенств с одной переменной	188

148. Рациональные неравенства	190
149. Дробно-линейные неравенства	191
150. Решение рациональных неравенств методом промежутков	193
§ 24. Квадратичная функция	194
151. Простейшие преобразования графиков функций	194
152. Функция $y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$, ее график и свойства	196
153. Квадратичные неравенства, их решение	198
154. Графическое решение квадратичных неравенств	199
155. Решение систем уравнений второй степени с двумя неизвестными.	202
§ 25. Числовые последовательности	206
156. Понятие об числовых последовательностях	206
157. Арифметическая прогрессия	207
158. Свойства арифметической прогрессии	208
159. Геометрическая прогрессия	210
160. Свойства геометрической прогрессии	210
§ 26. Элементы прикладной математики	214
161. Математическое моделирование	214
162. Сведения о статистике	215
163. Процентные расчеты. Формула сложных процентов.	217
Геометрия	219
§ 27. Решение треугольников	219
164. Синус, косинус и тангенс углов от 0° до 180°	219
165. Соотношения между сторонами и углами в прямоугольном треугольнике.	220
166. Теорема косинусов. Теорема синусов	221
167. Решение треугольников	224
168. Формулы для нахождения площади треугольника	225
§ 28. Длина окружности и площадь круга	227
169. Правильные многоугольники	227
170. Окружность, описанная около правильного многоугольника и вписанная в правильный многоугольник	228
171. Площадь правильного n -угольника	230
172. Построение некоторых правильных многоугольников.	230
173. Длина окружности. Длина дуги окружности	231
174. Площадь круга и его частей	233
§ 29. Декартовы координаты на плоскости	235
175. Введение координат на плоскости	235
176. Координаты середины отрезка	236
177. Расстояние между двумя точками с заданными координатами	236

178. Уравнение окружности в декартовых координатах	237
179. Пересечение двух окружностей	239
180. Уравнение прямой в декартовых координатах	239
181. Условия взаимного расположения прямых	241
182. Пересечение прямой и окружности	242
§ 30. Геометрические преобразования	244
183. Преобразование фигур	244
184. Свойства движения	244
185. Симметрия относительно точки и прямой	246
186. Поворот	247
187. Параллельный перенос	247
188. Преобразование подобия	249
189. Подобие фигур	250
190. Подобие треугольников	251
191. Углы, вписанные в окружность	252
192. Пропорциональность отрезков хорд и секущих окружности	253
§ 31. Векторы на плоскости	255
193. Понятие вектора, модуль и направление вектора	255
194. Равенство векторов	256
195. Координаты вектора	257
196. Сложение векторов	258
197. Умножение вектора на число	260
198. Скалярное произведение векторов	261
199. Разложение вектора по координатным осям	262
10 КЛАСС	263
<i>Алгебра</i>	<i>263</i>
§ 32. Функции, их свойства и графики	263
200. Числовые функции	263
201. Четные и нечетные функции	264
202. Периодические функции	265
203. Монотонные функции	266
204. Обратная функция. График обратной функции	267
205. Сложная функция	268
206. Функция $y = [x]$	268
207. Функция $y = \{x\}$	269
§ 33. Иррациональные и степенные функции	270
208. Арифметический корень n -ой степени, его свойства	270
209. Иррациональные функции, их свойства и графики	273
210. Иррациональные неравенства	273
211. Степень с дробным и рациональным показателями, их свойства	276

212. Степенные функции, их свойства и графики	277
§34. Тригонометрические функции	280
213. Основные понятия тригонометрии	280
214. Радианная мера угла	281
215. Синус, косинус, тангенс, котангенс угла	282
216. Четность (нечетность) и периодичность тригонометрических функций	284
217. Соотношения между тригонометрическими функциями одного и того же угла	285
218. Вычисление тригонометрических функций по значению одной из них	286
219. Формулы приведения тригонометрических функций	287
220. Формулы сложения и вычитания	289
221. Формулы половинного аргумента	291
222. Выражение основных тригонометрических функций через тангенс половинного аргумента	292
223. Формулы понижения степени	293
224. Формулы преобразования произведения в сумму	294
225. Формулы преобразования суммы в произведение	294
226. Свойства и графики тригонометрических функций	295
227. Гармонические колебания	298
228. Обратные тригонометрические функции	299
229. Простейшие тригонометрические уравнения	303
230. Простейшие тригонометрические неравенства	307
Геометрия	309
§ 35. Параллельность прямых и плоскостей в пространстве	309
231. Основные понятия, аксиомы стереометрии и простейшие следствия из них	309
232. Взаимное размещение прямых и плоскостей в пространстве	311
233. Параллельность прямой и плоскости	312
234. Параллельность плоскостей	314
235. Изображение пространственных фигур на плоскости	315
§ 36. Перпендикулярность прямых и плоскостей в пространстве	318
236. Перпендикулярность прямой и плоскости	318
237. Перпендикуляр и наклонная к плоскости	319
238. Двугранный угол	320
239. Перпендикулярность плоскостей	321
§ 37. Многогранники	323
240. Многогранные углы	323

241. Многогранник	324
242. Призма	325
243. Параллелепипед	328
244. Пирамида	329
245. Правильные многогранники	331
§38. Объемы многогранников	333
246. Понятие объема	333
247. Объем параллелепипеда	334
248. Объем призмы	335
249. Объем пирамиды	336
11 КЛАСС	339
<i>Алгебра</i>	339
§ 39. Понятие о пределах	339
250. Предел последовательностей	339
251. Предел функции $y = f(x)$ при $x \rightarrow \infty$. Горизонтальная асимптота	341
252. Предел функции в точке. Непрерывные функции	342
253. Вертикальная асимптота	344
§ 40. Производная и ее применение	345
254. Определение производной функции	345
255. Физический и геометрический смысл производной функции	347
256. Правила дифференцирования и дифференцирование сложной функции	349
257. Вторая производная	350
258. Применение производной к исследованию функции на монотонность	351
259. Применение производной к исследованию функции на экстремум	352
260. Отыскание наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на заданном отрезке	354
261. Общая схема исследования функции	355
§ 41. Логарифмическая и показательная функции	358
262. Степень с произвольным действительным показателем	358
263. Свойства и графики показательной функции	358
264. Логарифмы и их свойства	359
265. Свойства и график логарифмической функции	362
266. Производные показательных и логарифмических функций	364
267. Показательные уравнения и неравенства	365
268. Логарифмические уравнения и неравенства	369

§ 42. Элементы комбинаторики и теории вероятности	377
269. Перестановки.....	377
270. Размещения.....	378
271. Сочетания.....	378
272. Треугольник Паскаля.....	379
273. Вином Ньютона	379
274. Основные понятия теории вероятности	382
275. Действия над событиями	384
276. Классическое определение вероятности	385
277. Вероятность произведения и суммы событий	388
278. Полная вероятность. Формула Байеса.....	393
279. Независимые испытания. Схема Бернулли.....	394
280. Наивероятнейшее число успехов.....	397
281. Формулы Пуассона и Муавра-Лапласа	398
§ 43. Интеграл и его применение.....	403
282. Первообразная	403
283. Неопределенный интеграл	404
284. Определенный интеграл	406
285. Геометрический смысл определенного интеграла	407
286. Использование интеграла для вычисления длины дуги кривой	408
287. Использование интеграла при вычислении пути	409
288. Использование интеграла при вычислении объема тел вращения	409
§ 44. Методы интегрирования	411
289. Непосредственное интегрирование	411
290. Метод замены переменной (метод подстановки).....	411
291. Интегрирование по частям	413
292. Интегрирование рациональных функций.....	414
§ 45. Нестандартные уравнения и неравенства.....	416
293. Уравнения с модулем	416
294. Уравнения с параметром.....	419
295. Решение тригонометрических уравнений.....	420
296. Неравенства с модулем	427
297. Неравенства с параметром	429
Геометрия	431
§ 46. Декартовы координаты и векторы в пространстве.....	431
298. Декартовы координаты в пространстве.....	431
299. Расстояние между точками в пространстве и координаты середины отрезка.....	432
300. Преобразование фигур в пространстве	433
301. Векторы в пространстве и действия над ними	435
302. Уравнения фигур в пространстве	436

§ 47. Тела вращения	438
303. Общие понятия	438
304. Цилиндр	438
305. Конус	440
306. Сфера и шар	442
§ 48. Объемы и поверхности тел вращения	444
307. Объем цилиндра	444
308. Объем конуса	444
309. Общая формула объемов тел вращения	446
310. Объем шара, шарового сегмента и сектора	446
311. Понятие площади поверхности	448
312. Площадь поверхностей тел вращения	448
ПРИЛОЖЕНИЯ	451
Математические обозначения	451
Числа в десятичной системе счисления	454
Название	454
Радианная и градусная мера некоторых углов	455
Значения тригонометрических функций некоторых углов	455
Приближенные значения тригонометрических функций	456
Формулы приведения	457
Значения арксинуса и арккосинуса	458
Значения арктангенса и арккотангенса	458
Асимптоты некоторых функций	458
Факториалы чисел от 0 до 10	459
Значения функции $y = e^x$	459
Десятичные логарифмы чисел от 1 до 10	459
Натуральные логарифмы чисел от 1 до 10	459
Таблица размещений	460
Таблица значений функции Гаусса	460
Таблица значений функции Лапласа	461
Правильные многоугольники со стороной a	462
Правильные многогранники со стороной a	462
Метрическая система мер	463
Некоторые старые русские единицы	464
Греческий алфавит	465
Содержание	467

Математика

**справочник с примерами
для школьников и абитуриентов**

Книга разбита на классы — с 5-го по 11-й. В каждом из них идет последовательное изложение материала, соответствующего тому, как этот материал изучается на уроках в школе.

5-11 классы

