

В. Ч. Беловодский, Т. М. Клико

МЕТОДЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ

$$\Delta(f) \approx \sum_{k=1}^n \left| \frac{\partial f}{\partial x_k} \right| \Delta(x_k);$$

$$P_m(t) = y_0 + \frac{t}{1!} \Delta y_0 + \frac{t(t-1)}{2!} \Delta^2 y_0 + \dots + \frac{t(t-1)\dots(t-m+1)}{m!} \Delta^m y_0;$$

$$x^{(k+1)} = Bx^{(k)} + d;$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}; \quad J(\varphi(x^{(n)}))x^{(n+1)} = J(\varphi(x^{(n)}))x^{(n)} - \varphi(x^{(n)});$$

$$\int_a^b f(x) dx \approx h(y_0 + y_1 + \dots + y_{n-1}); \quad y_{n+1}(x) = y_0 + \int_{x_0}^x f(x, y_n(x)) dx;$$

$$f(x) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n e^{in\omega x}.$$

КУРС ЛЕКЦИЙ

Донецк 2019

В. Н. Беловодский, Г.Т.Климко

МЕТОДЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ

(Курс лекций)

Учебное пособие
для обучающихся образовательных учреждений
высшего профессионального образования

$$\Delta(f) \approx \sum_{k=1}^n \left| \frac{\partial f}{\partial x_k} \right| \Delta(x_k);$$

$$P_m(t) = y_0 + \frac{t}{1!} \Delta y_0 + \frac{t(t-1)}{2!} \Delta^2 y_0 + \dots + \frac{t(t-1)\dots(t-m+1)}{m!} \Delta^m y_0;$$

$$x^{(k+1)} = Bx^{(k)} + d;$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}; \quad J(\varphi(x^{(n)}))x^{(n+1)} = J(\varphi(x^{(n)}))x^{(n)} - \varphi(x^{(n)});$$

$$\int_a^b f(x)dx \approx h(y_0 + y_1 + \dots + y_{n-1}); \quad y_{n+1}(x) = y_0 + \int_{x_0}^x f(x, y_n(x))dx;$$

$$f(x) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n e^{inx}.$$

УТВ. ДОН.УТУ

от адм. ун. в

ГТМ 20.01.20

УДК 519.6(075.8)

ББК 22.19я73

Б43

Рекомендовано Ученым советом
ГОУВПО «Донецкий национальный технический университет»
в качестве учебного пособия для обучающихся образовательных учреждений
высшего профессионального образования
(Протокол № 5 от 28.06.2019)

Рецензенты:

Заставный В.П. – доктор физико-математических наук, профессор кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений ГОУВПО «Донецкий национальный университет»;

Терехов С.В. – доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник Донецкого физико-технического института им. А.А.Галкина.

Авторы:

Беловодский Валерий Николаевич – кандидат технических наук, доцент кафедры компьютерного моделирования и дизайна ГОУВПО «ДОННТУ»;

Климко Григорий Тимофеевич – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры компьютерного моделирования и дизайна ГОУВПО «ДОННТУ».

Беловодский, В.Н.

Методы вычислений (курс лекций): учеб. пособие для обучающихся образоват. учреждений высш. проф. образования / В.Н.Беловодский, Г.Т. Климко; ГОУВПО «ДОННТУ». – Донецк: ДОННТУ, 2019. – 217 с.

Пособие представляет собой конспект лекций по курсу «Методы приближенных вычислений», который на протяжении ряда лет читается студентам направлений подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» и 09.03.02 «Информационные системы и технологии». Структурно оно состоит из восьми частей, каждая из которых посвящена одному из разделов курса, содержит комплекты заданий к лабораторным работам и включает разбор типовых задач, решение которых иллюстрируется с помощью программ Excel, Matlab или Mathcad.

УДК 519.6(075.8)

ББК 22.19я73

© Беловодский В.Н., Климко Г.Т., 2019

© ГОУВПО «Донецкий национальный технический университет»,
2019

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	6
Лекция 1 Элементы теории погрешностей.....	7
1.1 Типы и классификация погрешностей.....	7
1.2 Абсолютные и относительные погрешности приближенных чисел	9
1.3 Погрешности выполнения арифметических операций.....	10
1.4 Погрешность вычисления значения функции.....	13
1.5 Запись приближенных чисел, правила действий над ними.....	15
1.6 Погрешности при машинном представлении чисел.....	18
1.7 Примеры решения задач.....	20
1.8 Варианты заданий по теме	27
1.9 Контрольные вопросы	29
Лекция 2 Интерполяция функций	30
2.1 Постановка задачи.....	30
2.2 Алгебраическая интерполяция, единственность интерполяционного многочлена.....	31
2.3 Интерполяционный многочлен Лагранжа.....	32
2.4 Конечные и разделенные разности.....	33
2.5 Интерполяционный многочлен Ньютона	38
2.6 Сравнительный анализ интерполяционных многочленов	38
2.7 Погрешности интерполяционных формул	39
2.8 Интерполяционные многочлены для равноотстоящих узлов.....	43
2.9 Понятие о сплайн-интерполяции функций.....	45
2.10 Аппроксимация функций, метод наименьших квадратов	47
2.11 Примеры интерполяции и аппроксимации функций	49
2.12 Примеры решения задач.....	51
2.13 Варианты заданий по теме	64
2.14 Контрольные вопросы	66
Лекция 3 Решение систем линейных алгебраических уравнений	67
3.1 Предварительные замечания.....	67
3.2 Точные методы решения	68
3.3 Итерационные методы.....	75
3.4 Сходимость простых итераций.....	77
3.5 Приведение системы $Ax = b$ к нормальному виду.....	81

3.6 Примеры решения задач	83
3.7 Варианты заданий по теме	90
3.8 Контрольные вопросы	94
Лекция 4 Решение нелинейных уравнений	94
4.1 Вступительные замечания, метод половинного деления.....	94
4.2 Методы касательных и хорд	98
4.3 Метод последовательных приближений.....	105
4.4 Понятие о методах гомотопии	107
4.5 Примеры решения задач	108
4.6 Варианты заданий по теме	114
4.7 Контрольные вопросы	116
Лекция 5 Решение систем нелинейных уравнений	117
5.1 Метод Ньютона	117
5.2 Метод последовательных приближений.....	121
5.3 Сведение решения систем к задаче о минимизации функций	125
5.4 Об интервальных подходах к решению систем	126
5.5 Примеры решения систем в среде Matlab.....	128
5.6 Варианты заданий по теме	132
5.7 Контрольные вопросы	134
Лекция 6 Приближенное вычисление интегралов.....	135
6.1 Вступительные замечания.....	135
6.2 Коэффициенты Ньютона-Котеса	136
6.3 Простейшие квадратурные формулы.....	136
6.4 Обобщенные квадратурные правила.....	138
6.5 Погрешности квадратурных правил.....	141
6.6 Понятие о методе Монте-Карло	143
6.7 Пример вычисления интеграла	145
6.8 Варианты заданий по теме	148
6.9 Контрольные вопросы	150
Лекция 7 Решение обыкновенных дифференциальных уравнений.....	151
7.1 Вступительные замечания.....	151
7.2 Аналитические методы.....	152
7.3 Численные методы решения	155
7.4 Правило Рунге	165

7.5 Примеры численного решения уравнений	167
7.6 Варианты заданий по теме	171
7.7 Контрольные вопросы	173
Лекция 8 Спектральный анализ функций	173
8.1 Элементы общей теории	173
8.2 Комплексная форма рядов Фурье	177
8.3 Численное разложение функций, преобразования Фурье	178
8.4 Пример построения разложения Фурье	184
8.5 Варианты заданий по теме	187
8.6 Контрольные вопросы	189
Приложение А	190
О математических пакетах, применяемых для выполнения вычислений	190
Приложение Б	206
Пример студенческого отчета по теме «Системы нелинейных уравнений»	206
Предметный указатель	213
Литература	216