МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
ДОНЕЦКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

На правах рукописи

Грубка Роман Михайлович

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ ОБРАБОТКИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ КОЛЕС ПУТЕМ ОРИЕНТИРОВАННОЙ МНОГОКООРДИНАТНОЙ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ МОДИФИКАЦИИ ЗУБЬЕВ

05.02.08 – Технология машиностроения

Диссертация
на соискание ученой степени
доктора технических наук

Научный консультант:
доктор технических наук, профессор,
Михайлов А.Н.

Идентичность всех экземпляров диссертации ПОДТВЕРЖДАЮ:
Ученый секретарь диссертационного совета Д 01.014.02
д-р техн. наук С.П. Еронько

Донецк – 2020

ОГЛАВЛЕНИЕ

Стр.

ВВЕДЕНИЕ..... 9

РАЗДЕЛ 1. СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ВОПРОСА ИССЛЕДОВАНИЯ..... 20

1.1. Виды цилиндрических зубчатых передач. Особенности проектирования зубчатых венцов цилиндрических эвольвентных зубчатых передач..... 20

1.1.1. Методология и методы проектирования цилиндрических зубчатых передач..... 22

1.1.2. Системы проектирования и оптимизации цилиндрических зубчатых колес и передач..... 25

1.2. Эксплуатационные факторы и показатели качества цилиндрических зубчатых передач. Характеристики зацепления цилиндрических зубчатых колес..... 33

1.3. Модификация боковой поверхности зубьев..... 38

1.3.1. Профильная модификация боковой поверхности зубьев..... 42

1.3.2. Продольная модификация боковой поверхности зубьев..... 45

1.3.3. Профильная и продольная модификация боковой поверхности зубьев..... 51

1.3.4. Пространственная модификация боковой поверхности зубьев..... 52

1.4. Анализ технологических способов формообразования зубьев цилиндрических зубчатых колес с модификациями боковой поверхности..... 56

1.4.1. Технологические способы формообразования зубьев с продольной модификацией..... 56

1.4.2. Технологические способы формообразования зубьев с пространственной модификацией..... 61

Стр.

1.4.3. Технологическое оборудование, применяемое для нарезания зубьев цилиндрических зубчатых колес с модификацией боковой поверхности..... 67
1.5. Погрешности изготовления зубчатых венцов цилиндрических зубчатых колес и способы контроля их точности..... 69
1.6. Выводы..... 75

РАЗДЕЛ 2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФУНКЦИОНАЛЬНО-ОРИЕНТИРОВАННОГО КОНСТРУКТОРСКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПОДХОДА ПОВЫШЕНИЯ НАДЕЖНОСТИ, ДОЛГОВЕЧНОСТИ И НАГРУЗОЧНОЙ СПОСОБНОСТИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ..... 78
2.1. Функционально-ориентированный конструкторско-технологический подход повышения надежности, долговечности и нагрузочной способности цилиндрических зубчатых передач..... 78
2.2. Обобщенное описание пространственного зацепления цилиндрических зубчатых колес при наличии погрешностей и деформаций элементов зубчатой передачи..... 86
2.3. Развитие кинематического метода проектирования зубчатых венцов применительно к пространственному зацеплению цилиндрических зубчатых колес..... 91
2.4. Суммарные значения погрешностей цилиндрических зубчатых передач 95
2.4.1. Суммарные значения погрешностей зубчатых передач внешнего и внутреннего зацепления..... 96
2.4.2. Суммарные значения погрешностей зубчатых передач внутреннего зацепления с передаточным отношением равным единице..... 100
2.5. Методология проектирования пространственно-модифицированных зубчатых венцов цилиндрических колес при наличии погрешностей и деформаций..... 105

Стр.

2.6. Исходные данные для выполнения конструкторско-технологической подготовки производства изделий с зубчатыми венцами с пространственной модификацией зубьев..... 118

2.6.1. Определение исходных данных..... 119

2.6.2. Аппроксимация геометрии боковой поверхности зубьев шестерни с пространственной модификацией семейством сплайнов Безье третьего порядка по высоте зуба..... 120

2.6.3. Аппроксимация геометрии боковой поверхности зубьев шестерни с пространственной модификацией семейством сплайнов Безье третьего порядка по длине зуба..... 123

2.7. Выводы..... 126

РАЗДЕЛ 3. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МНОГОКООРДИНАТНОГО ЗУБОФРЕЗЕРОВАНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ КОЛЕС С ПРОСТРАНСТВЕННО-МОДИФИЦИРОВАННЫМИ ЗУБЬЯМИ МЕТОДОМ КОПИРОВАНИЯ..... 128

3.1. Теоретические основы повышения точности процесса формообразования цилиндрических колес с пространственно-модифицированными зубьями методом копирования..... 128

3.2. Методика определения параметров траектории относительного перемещения инструмента при обработке методом копирования..... 137

3.3. Параметры сечения среза при многокоординатном зубофрезеровании пальцевой модульной фрезой..... 157

3.3.1. Параметры сечения среза при постоянной подаче на зуб..... 158

3.3.2. Параметры сечения среза при переменной подаче на зуб..... 163

3.4. Аппроксимация координат точек профиля дисковой зуборезной модульной фрезы сплайнами Безье..... 166

Стр.

3.5. Параметры сечения среза при многокоординатном зубофрезеровании методом копирования дисковой модульной фрезой..... 171
3.5.1. Параметры сечения среза при постоянной подаче на зуб..... 172
3.5.2. Параметры сечения среза при переменной подаче на зуб..... 180
3.6. Выводы..... 183

РАЗДЕЛ 4. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МНОГОКООРДИНАТНОГО ЗУБОФРЕЗЕРОВАНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ КОЛЕС С ПРОСТРАНСТВЕННО-МОДИФИЦИРОВАННЫМИ ЗУБЬЯМИ МЕТОДОМ ОБКАТКИ..... 185
4.1. Теоретические основы повышения точности процесса формообразования цилиндрических колес с пространственно-модифицированными зубьями методом обкатки..... 185
4.2. Методика аналитического определения параметров траектории относительного перемещения режущего инструмента при обработке методом обкатки червячной фрезой..... 194
4.3. Теоретические исследования параметров траектории относительного перемещения РИ. Оценка геометрической точности нарезаемых зубьев..... 211
4.3.1. Проектирование зубчатого венца с пространственно-модифицированными зубьями..... 211
4.3.2. Исходные данные для выполнения конструкторско-технологической подготовки производства зубчатого венца с пространственно-модифицированными зубьями..... 212
4.3.3. Определение параметров пространственной траектории относительного перемещения РИ при нарезании зубчатого венца с комплексной пространственной модификацией зубьев..... 213

Стр.

4.3.4. Определение параметров линейной траектории относительного перемещения РИ при нарезании зубчатого венца с комплексной пространственной модификацией зубьев..... 223
4.4. Аппроксимация координат точек исходного профиля стандартных червячных фрез сплайнами Безье..... 233
4.5. Выводы..... 239

РАЗДЕЛ 5. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ КОНТРОЛЯ ПРОСТРАНСТВЕННО-МОДИФИЦИРОВАННЫХ ЗУБЬЕВ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ КОЛЕС..... 241
5.1. Общие положения контроля пространственно-модифицированных зубьев цилиндрических колес. Определение исходных данных для контроля геометрии боковой поверхности зубьев..... 241
5.2. Привязка модели к глобальной системе координат..... 244
5.3. Привязка элементов зубчатого венца к осям системы координат модели 251
5.4. Сравнение координат полученных в результате 3-D сканирования с соответствующими теоретическими значениями..... 253
5.5. Выводы..... 256

РАЗДЕЛ 6. АВТОМАТИЗАЦИЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ СЕЧЕНИЯ СРЕЗА ПРИ МНОГОКООРДИНАТНОМ ЗУБОФРЕЗЕРОВАНИИ ЗУБЧАТЫХ ВЕНЦОВ С ПРОСТРАНСТВЕННО-МОДИФИЦИРОВАННЫМИ ЗУБЬЯМИ. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ПОЛУЧЕНИЕ ЗУБЧАТЫХ ВЕНЦОВ..... 257
6.1. Параметры сечения среза при многокоординатном зубофрезеровании пальцевой модульной фрезой при постоянной подаче на зуб..... 257

Стр.

6.2. Параметры сечения среза при многокоординатном зубофрезеровании пальцевой модульной фрезой при переменной подаче на зуб..... 261
6.3. Параметры сечения среза при многокоординатном зубофрезеровании дисковой модульной фрезой при постоянной подаче на зуб..... 264
6.4. Параметры сечения среза при многокоординатном зубофрезеровании дисковой модульной фрезой при переменной подаче на зуб..... 267
6.5. Экспериментальное получение зубчатого венца с комплексной пространственной модификацией зубьев на существующем серийном оборудовании стандартным РИ..... 269
6.5.1. Экспериментальное получение зубчатого венца с комплексной пространственной модификацией зубьев..... 269
6.5.2. Экспериментальное определение толщины зубьев с комплексной пространственной модификацией 273
6.5.2.1. Предварительные измерения и обработка результатов измерений..... 275
6.5.2.2. Определение минимального количества опытов..... 283
6.5.2.3. Измерение значений координат точек на боковой поверхности зубьев с комплексной пространственной модификацией. Сравнение измеренных и теоретических значений координат точек, принадлежащих боковой поверхности зубьев..... 284
6.6. Выводы..... 286

ЗАКЛЮЧЕНИЕ..... 287

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ..... 292

Стр.

Приложение А. Обобщенные уравнения элементов зубчатых соединений с цилиндрическими зубчатыми колесами с учетом наличия погрешностей и деформаций..... 339
Приложение Б. Преобразования систем координат для определения величин суммарных перемещений элементов зубчатых венцов..... 343
Приложение В. Решение о выдаче патента на изобретение..... 346
Приложение Г. Аппроксимация координат точек профиля дисковой модульной фрезы, предназначенной для обработки зубчатых колес с числом зубьев до 79 шт..... 348
Приложение Д. Аппроксимация координат точек профиля дисковой модульной фрезы, предназначенной для обработки зубчатых колес с числом зубьев более 79 шт..... 351
Приложение Е. Расчетные данные по профилированию зубьев цилиндрических колес с комплексной пространственной модификацией..... 355
Приложении Ж. Данные для определения параметров семейства сплайнов, которые описываю кривые профиля зуба..... 359
Приложение И. Данные для определения параметров пространственной траектории относительного перемещения РИ..... 363
Приложение К. Данные для определения параметров настройки зубофрезерного станка под нарезание зубьев с комплексной пространственной модификацией..... 377
Приложение Л. Результаты измерения толщины зубьев..... 391
Приложение М. Документы, подтверждающие эффективность внедрения результатов работы..... 399

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования. Важнейшей задачей в машиностроении является проектирование и изготовление конкурентоспособных машин и агрегатов и обеспечение их высоких эксплуатационных характеристик. Решение этой задачи в значительной степени зависит от качества и эффективности изготовления и сборки отдельных деталей и узлов, в том числе и цилиндрических эвольвентных зубчатых колес и передач на их основе. Развитие техники и технологии приводит к повышению требований к показателям надежности, долговечности, нагрузочной способности при сохранении или уменьшении габаритных размеров цилиндрических зубчатых передач. Выполнение указанных требований возможно либо за счет увеличения точности зубчатых колес, что не всегда экономически целесообразно, либо за счет изменения их конструкции, в том числе модификацией боковой поверхности зубьев.

Работоспособность изделий с зубчатыми венцами зависит от вида и величины перемещений, которые вызваны наличием погрешностей их изготовления, монтажа и деформаций элементов зубчатых передач под действием нагрузки. Наличие погрешностей приводит к пространственному характеру контактирования зубьев колес и к необходимости синтеза пространственных зацеплений. Учёт погрешностей при синтезе пространственных зацеплений приводит к созданию новой элементной базы и, как следствие, к необходимости совершенствования технологии изготовления зубчатых венцов.

Зубчатые колеса являются одними из самых сложных и трудоемких в изготовлении деталей, поэтому вопросам повышения производительности и точности изготовления зубчатых венцов уделяется повышенное внимание. Зубья с простран-

ственной модификацией по своей структуре существенно отличаются от зубьев с прямолинейной или криволинейной образующей. Технологические способы формообразования таких зубчатых венцов основываются на соблюдении двух условий второго способа Оливье и применении специального технологического оборудования и РИ. Вместе с тем универсальное зуборезное оборудование и зуборезные станки с ЧПУ могут быть использованы для получения приближенных к заданным пространственно-модифицированных зубчатых венцов.

Основным направлением развития механообработки на данный момент является использование многокоординатного оборудования с ЧПУ. Точность методов обкатки и единичного деления при применении оборудования с ЧПУ практически совпадают, поэтому появляется возможность получить значительный эффект путем многокоординатной обработки зубчатых венцов.

Зубчатые передачи в конструктивном, технологическом и метрологическом отношениях являются одними из наиболее сложных элементов машин и агрегатов. Рост требований к качеству зубчатых колес приводит к непрерывному совершенствованию и усложнению методов их проектирования, технологий изготовления, средств и методов контроля. Развитие методов анализа процессов зубообработки затрудняет сложность как геометрии самих изделий, геометрии РИ, так и кинематики относительных движений инструмента и заготовки. Для широкого применения пространственных зацеплений цилиндрических зубчатых колес необходима разработка универсальных комплексных видов модификаций зубьев, использование универсального математического описания, как геометрий боковой поверхности зубьев, так и процессов, происходящих во время формообразования зубчатых венцов, что, в конечном счете, определяет актуальность представленной работы.

Степень разработанности темы. Вопросам синтеза зацеплений, совершенствования конструкции и технологии изготовления цилиндрических традиционных эвольвентных и пространственных зубчатых передач посвящено большое количество научных работ. Выполненный анализ позволил установить, что в настоящее время при синтезе зубчатых передач не учитывают комплексное действие погреш-

ностей изготовления и монтажа элементов зубчатых передач и наличие деформаций их элементов во время эксплуатации. Взаимодействия в зацеплении идеализированы и не учитывают реальные процессы, происходящие при наличии перемещений венцов, вызванных погрешностями и деформациями. Вследствие чего не удается обеспечить заданный характер контактирования зубьев, что приводит к снижению эксплуатационных характеристик, нагрузочной способности и долговечности передачи.

Известные технологические способы повышения надежности и долговечности зубчатых колес и передач, применяемое технологическое оборудование и РИ базируются на традиционных методах изготовления зубьев цилиндрических колес. Специальное оборудование и РИ, применяемые при обработке пространственно-модифицированных зубчатых венцов ограничены, как по конструкции зубчатых колес, так и по геометрии нарезаемых зубьев.

Дальнейшее совершенствование зубчатых зацеплений цилиндрических колес возможно при переходе к пространственному рассмотрению процессов, происходящих в реальном зацеплении с учетом технологических и эксплуатационных факторов и в процессе формообразования зубчатых венцов.

Цель и задачи исследования. Целью работы является повышение точности многокоординатного фрезерования пространственно-модифицированных зубьев цилиндрических колес, зацепления на основе которых способны компенсировать комплекс перемещений, вызванных наличием погрешностей изготовления, монтажа и деформаций элементов зубчатых передач в процессе эксплуатации, за счет пространственного подхода к решению технологических задач и аналитического описания взаимосвязи элементов процесса формообразования.

Для достижения поставленной цели, в работе необходимо решить следующие задачи:

1. Выполнить анализ существующих методик синтеза зацеплений цилиндрических передач, эксплуатирующихся при наличии различного рода погрешностей, рассмотреть существующие конструктивные и технологические методы повышения надежности, долговечности и нагрузочной способности цилиндрических

передач, изучить влияние погрешностей зубчатых венцов на эксплуатационные характеристики передач и способы контроля параметров их точности. Обосновать необходимость совершенствования конструкции цилиндрических колес с пространственной модификацией зубьев, технологических способов их изготовления и методов контроля.

2. Разработать комплексный конструкторско-технологический подход по повышению надежности, долговечности и нагрузочной способности цилиндрических зубчатых передач, который основывается на проектировании и изготовлении зубчатых колес с пространственной модификацией зубьев, способных компенсировать комплекс перемещений и поворотов сопряженных зубчатых венцов, вызванных наличием погрешностей изготовления, монтажа и деформациями элементов зубчатых передач под действием рабочей нагрузки.

3. Разработать методологию проектирования пространственно-модифицированных зубчатых венцов цилиндрических колес, способных компенсировать комплекс перемещений и поворотов, вызванных наличием погрешностей изготовления, монтажа и деформаций элементов зубчатых передач.

4. Разработать элементы технологического обеспечения для повышения точности многокоординатного фрезерования пространственно-модифицированных зубьев цилиндрических колес методом копирования путем аналитического описания взаимосвязи элементов процесса формообразования.

5. Разработать элементы технологического обеспечения для повышения точности многокоординатного фрезерования пространственно-модифицированных зубьев цилиндрических колес методом обкатки путем аналитического описания взаимосвязи элементов процесса формообразования.

6. Разработать теоретические основы контроля пространственно-модифицированных зубчатых венцов цилиндрических колес.

7. Разработать рекомендации по выполнению элементов работ на этапе технологической подготовки производства пространственно-модифицированных зубчатых венцов цилиндрических колес.

8. Выполнить экспериментальные исследования по нарезанию зубчатых венцов с комплексной пространственной модификацией зубьев методом обкатки на существующем серийном оборудовании стандартным РИ и их контролю. Внедрить результаты работы в производство.

Объект исследования - параметры процесса формообразования пространственно-модифицированных зубьев цилиндрических колес, компенсирующих комплекс погрешностей и деформаций элементов передач.

Предмет исследования - закономерности процесса формообразования зубьев с комплексной пространственной геометрией и связь кинематики относительных движений РИ и заготовки, структуры пространственной геометрии зубьев и геометрии режущей кромки инструмента.

Научная новизна полученных результатов.

1. Впервые предложена методология синтеза внешнего и внутреннего зацеплений цилиндрических колес, способных компенсировать комплексное действие погрешностей и деформаций элементов зубчатых передач.

2. Впервые предложен пространственный подход к решению задач формообразования цилиндрических колес зубофрезерованием методом копирования, позволяющий повысить геометрическую точность пространственно-модифицированных зубьев.

3. Впервые разработана методика аналитического определения координат точек пространственной траектории относительного перемещения РИ, работающего по методу копирования, в зависимости от геометрии боковой поверхности зубьев и геометрии режущей кромки инструмента.

4. Впервые разработана методика определения параметров срезаемого слоя при многокоординатном зубофрезеровании методом копирования основанная на пространственном подходе к решению задачи формообразования.

5. Впервые предложен пространственный подход к решению задач формообразования цилиндрических колес зубофрезерованием методом обкатки, позволяющий повысить геометрическую точность пространственно-модифицированных зубьев.

6. Впервые разработана методика аналитического определения координат точек пространственной траектории относительного перемещения РИ, работающего по методу обкатки, в зависимости от геометрии боковой поверхности зубьев и геометрии режущей кромки инструмента.

Теоретическая значимость работы.

1. На базе функционально-ориентированного конструкторско-технологического подхода (ФОКТП) предложена система повышения надежности, долговечности и нагрузочной способности цилиндрических зубчатых передач.

2. Предложено развитие кинематического метода синтеза пространственных зацеплений цилиндрических зубчатых колес, компенсирующих комплексное действие погрешностей и деформаций элементов зубчатых передач.

3. Разработаны элементы технологического обеспечения ФОКТП изготовления пространственно-модифицированных зубчатых венцов цилиндрических колес при многокоординатном зубофрезеровании методом копирования.

4. Разработаны элементы технологического обеспечения ФОКТП изготовления пространственно-модифицированных зубчатых венцов цилиндрических колес при многокоординатном зубофрезеровании методом обкатки.

5. Установлены закономерности процесса формообразования, позволяющие повысить геометрическую точность нарезания пространственно-модифицированных зубьев.

6. Предложено, с целью сокращения сроков выполнения работ по конструкторско-технологической подготовке производства изделий с пространственно-модифицированными зубчатыми венцами, боковую поверхность зуба описывать семейством трехмерных сплайнов Безье.

7. Разработаны теоретические основы получения и обработки измерительной информации на технологических операциях контроля геометрических параметров пространственно-модифицированных зубчатых венцов цилиндрических колес с использованием цифровой измерительной техники.

8. Классифицированы виды модификаций элементов зубчатых венцов и способы формообразования модифицированных зубьев цилиндрических колес.

Практическая значимость работы.

1. Перемещение РИ по пространственной криволинейной траектории при многокоординатном зубофрезеровании пространственно-модифицированных зубьев цилиндрических колес методами копирования и обкатки приводит к повышению геометрической точности нарезания зубьев. Минимизация отклонения координат по толщине зуба, от их теоретических значений, обеспечивается непрерывным изменением положения профилирующей плоскости в процессе формообразования. Отклонение координат по толщине зуба составляет:

- при обработке дисковой модульной фрезой - для специально спрофилированного РИ до 3%, для стандартного РИ – до 5%;

- при обработке червячной фрезой с перемещением РИ по пространственной траектории максимальное ±9,3%; в пределах активной боковой поверхности зубьев - ±6,3%.

2. Разработан ФОКТП повышения надежности, долговечности и нагрузочной способности цилиндрических зубчатых передач, реализация которого на практике позволит осуществлять как сквозное, так и итерационное проектирование цилиндрических зубчатых колес с пространственно-модифицированными зубьями, способных компенсировать комплекс погрешностей и деформаций элементов передач.

3. В работе представлены рекомендации по синтезу внешнего и внутреннего пространственных зацеплений цилиндрических колес, компенсирующих комплекс погрешностей и деформаций элементов зубчатых передач. Применение на практике таких зубчатых зацеплений позволяет повысить эксплуатационные характеристики цилиндрических передач за счет обеспечения линейного контакта зубьев и исключения кромочного контакта.

4. Аппроксимация боковой поверхности зубьев сплайнами Безье позволяет сократить сроки выполнения этапов конструкторской и технологической подготовки производства пространственно-модифицированных зубчатых венцов за счет автоматизации работ с использованием современной компьютерной техники

и пакетов прикладных программ. Относительная погрешность в определении координат не превышает 1%.

5. Изложенные в работе рекомендации по разработке элементов технологического обеспечения позволяют проектировать технологические процессы изготовления зубчатых венцов цилиндрических колес, как с предложенной пространственной геометрией, так и с геометрией, приближенной к ней, в условиях всех типов производств.

6. В работе приведены рекомендации по определению параметров для настройки зубофрезерных станков, что позволяет выполнять нарезание пространственно-модифицированных зубьев на существующем серийном оборудовании стандартным РИ.

7. Разработаны рекомендации по контролю геометрических параметров пространственно-модифицированных зубчатых венцов, позволяющие автоматизировать обработку результатов измерений, с учетом непрерывного изменения толщины зубьев в зависимости от координаты по их высоте и длине, с применением цифровой измерительной техники.

8. Разработаны алгоритмы назначения режимных параметров обработки пространственно-модифицированных зубьев методом копирования, позволяющие снизить трудоемкость расчетных операций.

9. Результаты работы внедрены в ООО «Донвентилятор» (г. Ростов-на-Дону, Россия), ООО «Горловский энергомеханический завод» (г. Горловка, ДНР), ГОУВПО «ДОННТУ» (г. Донецк, ДНР), в Филиале Ухтинского государственного технического университета в г. Усинске (Республика Коми, Россия), ООО «НПО «Группа компаний машиностроения и приборостроения» (г. Брянск, Россия), АО «ФЕОДОСИЙСКИЙ ОПТИЧЕСКИЙ ЗАВОД» (г. Феодосия, Россия), ООО «ОЗЕРЯНОВСКИЙ МАШИНОСТРОИТЕЛЬНЫЙ ЗАВОД «ТЕХНОЛОГИЯ» (г. Горловка, ДНР). Общий ожидаемый экономический эффект от внедрения результатов работы составит 1298000,00 рублей РФ (один миллион двести девяносто восемь тысяч рублей РФ).

Методология и методы исследования. Для решения поставленных задач исследования и получения результатов, обладающих новизной, использован комплекс методов и научных положений технологии машиностроения, теории резания, теории механизмов и машин, аналитической геометрии в пространстве и на плоскости; для решения тригонометрических уравнений и систем нелинейных уравнений, получены аналитические решения и/или применены методы численного поиска решений. Результаты теоретических исследований получены с необходимой точностью и подтверждены результатами экспериментальных исследований. Расчеты выполнены на ПК с применением пакетов прикладных программ.

Положения, выносимые на защиту. На защиту выносятся следующие научные разработки и положения:

- дальнейшее повышение надежности, долговечности и несущей способности цилиндрических зубчатых передач обеспечивается созданием пространственных зацеплений, компенсирующих комплекс погрешностей и деформаций, путем обеспечения линейного контакта между сопряженными зубьями;

- многокоординатное зубофрезерование пространственно-модифицированных зубьев цилиндрических колес позволяет минимизировать отклонения нарезаемого профиля зуба от теоретического профиля, тем самым повысить точность обработки за счет аналитического определения параметров взаимосвязи геометрии боковой поверхности зубьев, геометрии режущей кромки инструмента и параметров траектории относительного перемещения РИ в пространстве;

- решение пространственной задачи формообразования зубчатых венцов с пространственной геометрией зубьев методом копирования позволяет обеспечить постоянство параметров срезаемых слоев путем аналитического определения изменения значения подачи на зуб РИ в зависимости от кривизны траектории относительного перемещения РИ и геометрии его режущей кромки;

- аналитические зависимости, являющиеся решением пространственных задач формообразования зубчатых венцов с комплексной пространственной геометрией зубьев, которые позволяют автоматизировать расчеты, выполняемые в про-

цессе технологической подготовки производства при определении параметров для настройки зубофрезерных станков;

- аналитические зависимости, позволяющие автоматизировать выполнение контроля точности изготовления пространственно-модифицированных зубчатых венцов с использованием современного цифрового оборудования.

Степень достоверности и апробация результатов. Достоверность и обоснованность полученных результатов подтверждается корректностью использования математического аппарата и научных теорий, применением современного оборудования; допустимой сходимостью результатов теоретических и экспериментальных исследований, эффективностью внедрения результатов исследования на промышленных предприятиях.

Основные положения и результаты исследования, которые изложены в диссертации, были представлены и обсуждены: на международных научно-технических конференциях: 3-я Международная Научно-техническая конференция «Модернизация машиностроительного комплекса России на научных основах технологии машиностроения (ТМ - 2011)» (г. Брянск, Россия, 2011 г.); ModTech International Conference (Румыния, 2012г.); на международном научно-техническом семинаре «Практика и перспективы развития партнерства в сфере высшей школы» (г. Таганрог, Россия, 2011г., 2012г., 2013г., 2014г.); «Машиностроение и техносфера XXI века» (г. Севастополь, Россия, 2013г., 2014г., 2016г., 2017г., 2018г., 2019г.); «Комплексные проблемы техногенной безопасности» (г. Воронеж, Россия, 2017г.); Всероссийская научно-практическая конференция с международным участием «Аспекты развития науки, образования и модернизации промышленности» (г. Таганрог, Россия, 2018г.); научный семинар, посвященный памяти заслуженного деятеля науки и техники РФ, доктора технических наук, почётного профессора ДГТУ А.П. Бабичева (г. Ростов-на-Дону, Россия, 2019 г.); XVII Международная научно-техническая конференция «Чтения памяти В.Р. Кубачека. Технологическое оборудование для горной и нефтегазовой промышленности» (г. Екатеринбург, Россия, 2019 г.); XVIII Всероссийская с международным участием научно-техническая конференция «МЕХАНИКИ XXI ВЕКУ» (г.

Братск, Россия, 2019 г.); Научный симпозиум технологов – машиностроителей (с международным участием) «Фундаментальные основы физики, химии и динамики наукоёмких технологических систем формообразования и сборки изделий» (п. Дивноморское, Россия, 2019г.). В полном объеме диссертация докладывалась на расширенном семинаре кафедры «Технология машиностроения» ГОУВПО «ДОННТУ».

Публикации. Основные положения диссертации опубликованы в 34 научно-технических работах, в том числе: 13 статей в ведущих рецензируемых изданиях ВАК ДНР, имеющих РИНЦ; 3 статьи в ведущих рецензируемых журналах ВАК России, имеющих РИНЦ; 18 публикаций в материалах международных конференций, в том числе в сборниках, входящих в международные наукометрические базы данных.

РАЗДЕЛ 1.
СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ВОПРОСА ИССЛЕДОВАНИЯ

1.1. Виды цилиндрических зубчатых передач. Особенности проектирования зубчатых венцов цилиндрических эвольвентных зубчатых передач

Зубчатые механизмы – передаточные механизмы, содержащие, по крайней мере, одно зубчатое зацепление, их называют также зубчатыми передачами. Зубчатые передачи предназначены для передачи вращения от одного вала к другому, изменения модуля и направления угловой скорости, вращающего момента на ведомых валах. Зубчатые механизмы, являющиеся составной частью привода, по сравнению с другими механизмами более экономичны в изготовлении, надежны в эксплуатации, имеют малые габаритные размеры и высокий КПД.

Зубчатые механизмы по геометрическому признаку подразделяют на плоские и пространственные. В плоских зубчатых механизмах оси вращения параллельны и все звенья вращаются в параллельных плоскостях. В пространственных зубчатых механизмах оси вращения звеньев пересекаются или перекрещиваются.

Вопросам проектирования, совершенствования конструкции и технологии изготовления цилиндрических эвольвентных плоских и пространственных зубчатых передач посвящены работы следующих учёных: Айрапетова Э.Л., Бабичева Д.Т., Болотовского И.А., Верховского В.А., Волкова А.Е., Вулгакова Э.Б., Гавриленко В.А., Гейнца Р., Генкина М.Д., Гонского Г.В., Громан М.Б., Дасукэ С., Дусева И.И., Ерихова М.Л., Заблонского К.И., Калашникова Н.А., Калашникова С.Н., Каргополова Г.Ф., Като Е., Кетова Х.Ф., Кораблёва А.И., Коростелева Л.В., Косарева О.И., Коськина В.Н., Кудрявцева В.Н., Лагутина С.А., Лашнева С.И.,

Литвина Ф.Л., Михайлова А.Н., Мокида, Начинкина В.П., Перепелицы Б.А., Плотникова В.С., Полякова В.С., Радзевича С.П., Решетова Л.Н., Роббера А.И., Родина П.Р., Сапонджяна Г.А., Сегаль М.Г., Стажарова А.И., Сызранцева В.Н., Тевса Н.Г., Тимофеева В.И., Уткина Б.С., Филипова В.М., Часовщикова Л.Д., Шевелевой Г.И., Эльштейна Л.Б. и многих других.

Теоретическим вопросам проектирования механизмов и машин посвящены работы [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,10, 11]. Основные виды деталей машин и теоретические основы их проектирования изложены в работах [12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21]. Проектированию, конструированию и расчету деталей и узлов машин посвящены работы [22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36]. Расчету и проектированию механических передач, в том числе и цилиндрических с эвольвентными колесами, и редукторов посвящены работы [37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51].

Эвольвентные боковые поверхности зубьев образуются линиями, расположенными на производящей плоскости Q, перекатывающейся без скольжения по основному цилиндру (рисунок 1.1, а). В случае когда линия ММ, параллельна линии ВВ касания плоскости с основным цилиндром образуется цилиндрическая эвольвентная поверхность 1 зуба с прямолинейной образующей (рисунок 1.1, б). Если расположить линию $M_\beta M_\beta$ (рисунок 1.1, а) под углом β_b по отношению к линии ВВ то при обкатывании можно получить винтовую эвольвентную поверхность. Боковые поверхности шевронных зубьев (рисунок 1.1, г), 3 образуются двумя линиями $M_\beta M_\beta$ и $M_\beta M_\beta$ (рисунок 1.1, а), расположенными под углами β_b, имеющими противоположное направление по отношению к линии ВВ. Применяя в качестве образующей линии кривую $M_r M_r$, например дугу окружности радиуса R (рисунок 1.1, а) получают криволинейную эвольвентную поверхность. Часть ее 4 (рисунок 1.1, д) описывает боковую поверхность зуба, а в любом сечении, перпендикулярном оси колес, профиль зубьев очерчен эвольвентой.

В реальном зубчатом зацеплении зубья взаимодействуют в условиях наличия перемещений и поворотов зубчатых венцов, вызванных действием погрешностей изготовления и монтажа элементов зубчатых передач, а так же их деформа-

ций, которые возникают под действием рабочей нагрузки. Отклонение от требуемого положения зубчатых венцов приводит к изменению характеристик зубчатых передач, ухудшению условий контактирования зубьев, повышению изгибных и контактных напряжений, повышенному износу боковых поверхностей зубьев и т.д. Комплексное действие погрешностей и деформаций элементов зубчатых передач может привести к снижению нагрузочной способности и долговечности зубчатых колес и передач, поэтому необходимо переходить к пространственному рассмотрению процессов происходящих в реальном зацеплении и создавать зубчатые венцы с новыми пространственными модификациями боковой поверхности зубьев, способные обеспечить заданные параметры контактирования зубьев.

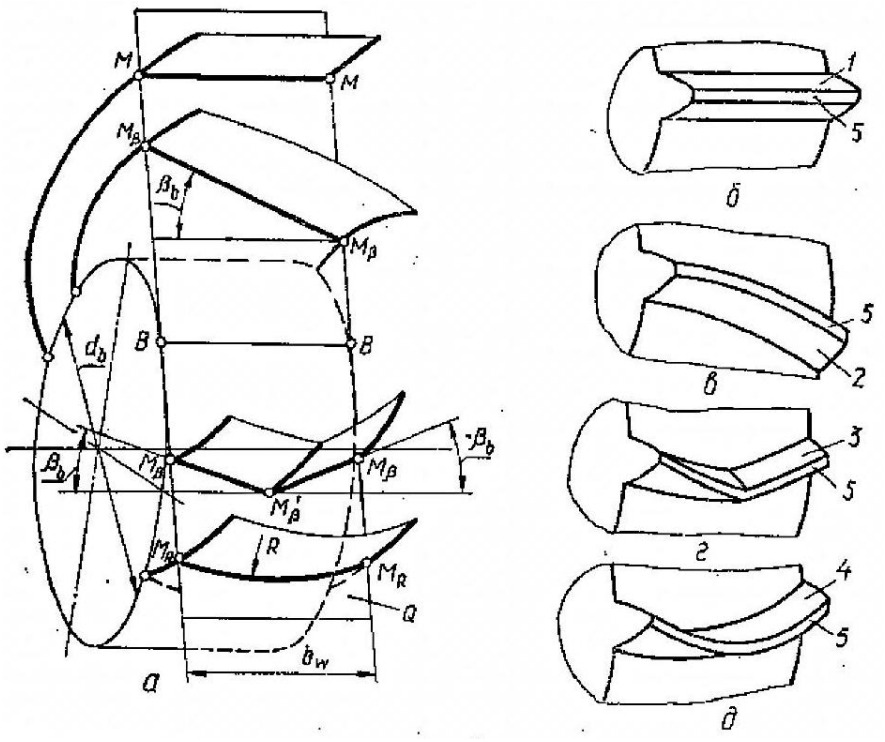


Рисунок 1.1. Образование эвольвентных зубьев

Рассмотрим существующие подходы по проектированию и оптимизации зубчатых венцов цилиндрических передач.

1.1.1. Методология и методы проектирования цилиндрических зубчатых передач

Нагрузочную способность зубчатых колес и передач увеличивают [52]: применением современных конструкционных материалов и упрочнением рабочих поверхностей деталей машин; обеспечением высокой точности изготовления и сборки элементов зубчатых передач и совершенствованием геометрии зацепления

и профилей зубьев. Наиболее перспективным из трёх названных направлений является совершенствование геометрии зацепления, позволяющее с минимальными затратами из тех же материалов и при той же точности изготовления получить передачу с большей нагрузочной способностью.

В настоящее время сложилась следующая последовательность проектирования зубчатых передач [53] - передачи проектируются с локализованным контактом, таким образом, чтобы компенсировать погрешности изготовления и деформации, возникающие в процессе эксплуатации. Для проверки эксплуатационных показателей передач проводится компьютерное моделирование их работы, а так же определяются контактные и изгибные напряжения. Методология проектирования передач состоит в решении следующих задач [53]:

- методами теории зацеплений находятся поверхности, формируемые методами огибания;

- выполняется локальный синтез в расчетной точке;

- делается анализ на наличие особых точек и подрезания;

- выполняется компьютерное моделирование контакта зубчатой пары без учета нагрузок и напряжений;

- проводится анализ напряженного состояния зубьев и обода колеса методом конечных и граничных элементов с использованием пакетов прикладных программ.

При проектировании и изготовлении зубчатых колес решают пять основных видов прикладных задач [53]:

1. Задача профилирования (прямая задача теории зацеплений), которая позволяет при известной геометрии одного из звеньев (или известной геометрии режущего инструмента) и известном характере движения двух звеньев определить геометрию поверхности второго звена.

2. Обратная задача теории зубчатых зацеплений заключается в том, что при известных геометриях поверхностей зубьев двух колес и законе движения одного из них необходимо найти: закон движения, как функцию, связывающую перемещения двух звеньев и качественные показатели контактного взаимодействия

зубьев (форма и размеры площадки контакта и распределение контактных напряжений на ней).

3. Синтез зацеплений с заданными или экстремальными свойствами, включая высшие пары с максимальной нагрузочной способностью.

4. Синтез станочных зацеплений, обеспечивающих требуемое качество передач. В результате решения этой задачи выполняется расчет наладки станков, определяются параметры инструментов и траектории относительного перемещения инструмента и заготовки.

5. Анализ нагруженности режущих и давящих элементов инструментов. В результате решения этой задачи определяются размеры слоев, срезаемых режущими элементами.

Прямая и обратная задачи теории зубчатых зацеплений для плоских зубчатых передач в достаточной мере проработаны и изложены в известных работах:

- дифференциально-геометрический метод нахождения огибающей к последовательным положениям движущейся поверхности [54]. Решение, полученных в результате синтеза уравнений, позволяет определить координаты множества точек контакта зубьев, определить уравнение линии контакта зубьев или линию зацепления (для процессов нарезания зубьев зубчатых колес уравнение линии профилирования или характеристическое уравнение) для определенного значения угла поворота ведущего колеса φ_1 (ведомого колеса φ_2), если записать уравнения в неподвижной системе координат.

- кинематический метод нахождения огибающей - [54, 55, 56, 57, 58, 59, 60]. Полученные уравнения позволяют определить совокупность точек контакта в разные моменты времени и таким образом позволяют найти уравнение линии зацепления и профиля зубьев ведомого колеса соответственно в неподвижной и подвижной системах координат [61].

- метод огибания в теории зацепления представлен в работах [62, 63, 64, 65, 66].

Решения основных прикладных задач проектирования и изготовления зубчатых колес достаточно трудоемки. Поэтому зачастую при их постановке не учи-

тывают комплексное действие неизбежно имеющихся погрешностей изготовления элементов зубчатых колес, погрешностей монтажа элементов зубчатых передач и наличие деформаций элементов рассматриваемых систем во время эксплуатации под действием передаваемых нагрузок. Как следствие, взаимодействия зубьев зубчатых колес идеализированы и не учитывают реальные процессы, происходящие в передаче под действием факторов, возникающих в процессе эксплуатации. Это может привести к ухудшению реальных эксплуатационных характеристик передач, существенному снижению нагрузочной способности и долговечности передачи вследствие локализации нагрузки или ее неблагоприятному воздействию или приводит к повышению металлоемкости изделий и к необходимости закладывать значительные запасы прочности в элементы зубчатых передач.

Вместе с тем переход к пространственному рассмотрению процессов, происходящих в реальном зацеплении с учетом возникающих технологических и эксплуатационных факторов, позволит создавать зубчатые зацепления, полностью соответствующие основным постулатам теории зацепления, и обладающие функционально-ориентированными, а при необходимости и изменяющимися как по длине, так и по высоте зуба, эксплуатационными свойствами.

1.1.2. Системы проектирования и оптимизации цилиндрических зубчатых колес и передач

К первым системам проектирования зубчатых зацеплений следует отнести системы геометро-кинематического синтеза. В работе [63] Ф. Л. Литвина представлены несколько возможных способов геометро-кинематического синтеза зубчатых зацеплений. Более широкие возможности синтеза зубчатых передач различных классов, типов и видов представил М.Л. Ерихов [67]. Существуют системы проектирования зубчатых зацеплений по качественным показателям с использованием блокирующих контуров. Системы геометрического синтеза представлены Г.И. Шевелевой [68], В.П. Шишовым [69], А.И. Павловым [70]. Одной из

современных систем теоретического проектирования эвольвентных зубчатых передач, является предложенная проф. Э.Б. Вулгаковым [71].

Формообразующая производящая система проектирования зубчатых зацеплений, включающая теоретическое и технологическое формообразование, представлена в работах [72, 73]. Теоретическое формообразование является особенностью проектирования зубчатых передач. Это объясняется тем, что при определении оптимальной формы главной боковой поверхности имеется множество вариантов задания переходной поверхности впадин и поверхности впадин, которые проще задавать исходным формообразующим телом, являющимся прототипом зубообрабатывающих инструментов. Однако реальное технологическое формообразование осуществляется группой последовательно работающих инструментов и процессов [73].

В настоящее время достаточно теоретически проработаны и активно применяются на практике три подхода при проектировании и изготовлении цилиндрических эвольвентных зубчатых колес [74]:

1. Технологический подход предусматривает создание рабочего зацепления на основе стандартного исходного производящего контура (ИПК), стандартные расчеты геометрии и прочности. Такой подход ограничивает диапазон выбора значений параметров зацепления и возможности управления комплексом его геометро-кинематических и нагрузочных показателей.

2. Конструктивный подход предусматривает создание рабочего зацепления на основе анализа показателей нагрузочной способности и качества, которые рассматривают как функции геометрических параметров рабочего зацепления. При этом сначала определяют профили зубцов (зубьев без переходных кривых), их параметры и свойства, качественные (геометро-кинематические и нагрузочные) показатели зацепления. Затем определяют параметры производящих контуров формообразующего инструмента, параметры переходной кривой зубьев, исполнительные размеры передачи. Т.е. проектирование передачи выполняется по схеме «от зубчатого изделия – к технологии изготовления, от зубчатого колеса – к производящему контуру инструмента».

3. Конструктивно-технологический подход предусматривает совместный синтез рабочего и станочных (технологических) зацеплений на основе анализа удельных показателей нагрузочной способности, условий существования и качества зацеплений. Технологической особенностью этого подхода является двух или многопозиционный обкат заготовок универсальным ИПК с постоянными параметрами [75]. В соответствии с этим в первой позиции обката образуют боковые профили одной стороны зубьев. Необходимую толщину зубьев обеспечивают настройкой второй позиции обката за счет тангенциального или углового смещения ИПК и заготовки. Обкатом во второй позиции образуют боковые профили противоположной стороны зубьев.

Широкому распространению технологического подхода способствует высокий уровень стандартизации и устоявшиеся программы подготовки специалистов. Вместе с тем применяя конструктивный подход, можно избавиться от технологических ограничений применения ИПК и создавать зацепления с требуемыми функциональными свойствами. Это способствует росту нагрузочной способности, снижению уровней вибрации и шума, что достигается за счет рациональной формы зубьев и высоких коэффициентов перекрытия зубьев.

Основные положения системы оптимизационного синтеза профилей зубьев цилиндрических передач представлены в работе [52]. Критериями для повышения нагрузочной способности могут быть использованы: контактные напряжения по Герцу (главный критерий), несущая способность масляной плёнки, в том числе, критерии холодного и горячего заедания, широко применяемые критерии (коэффициент перекрытия и другие) и специально созданные для решения задач синтеза (виброактивность сил трения зубьев [76], показатели для фазы вступления зубьев в контакт [77], параметры чувствительности к изменению межосевого расстояния и другие). Так же данная система должна обладать универсальностью, т.е. способностью осуществлять синтез передач с разными заданными свойствами: с торцовым коэффициентом перекрытия $\varepsilon_a>2$; с несимметричными зубьями; внеполюсные и косозубые передачи и т.д.

Этапы синтеза профилей зубьев в соответствии с работой [52]:

1. Синтез оптимальных рабочих участков профилей, в том числе с заданием толщины зубьев S_a.

2. Синтез переходных кривых с минимизацией изгибных напряжений.

3. Модификация профилей, с учетом деформаций и погрешностей в передаче.

4. Проектирование технологических процессов и режущих инструментов.

Последовательность этапов разработки [52]:

1. Построение и анализ полей всех значимых качественных показателей; синтез новых показателей.

2. Синтез отдельных участков линии зацепления и профилей, обладающих заданными свойствами.

3. Синтез профилей зубьев с заданным характером изменения качественных показателей вдоль синтезируемой линии зацепления; изготовление; испытание.

4. Оптимизационный синтез сопряженных профилей; изготовление; испытание.

Проектирование зубчатых передач различных классов, типов и видов должно осуществляется с учетом их жизненного цикла. При этом важными этапами жизненного цикла зубчатых передач являются взаимосвязанные рекуррентные процессы их теоретического и технологического формообразования [72, 73, 78, 79].

Задача повышения нагрузочной способности и долговечности зубчатых передач может быть отнесена к проблеме многокритериальной оптимизации машиностроительных конструкций [80]. Исследования эвольвентных передач зацеплением свидетельствуют, что высокая нагрузочная способность может быть обеспечена применением рациональной геометрии зубьев зацепляющихся колес. В частности, ее можно обеспечить синтезом по геометро-кинематическим критериям работоспособности, к которым относят [42, 81]: скорость скольжения, скорости качения сопряженных поверхностей зубьев, приведенную кривизну рабочих поверхностей, удельные скольжения.

Создание высоконагруженных передач зацеплением связано с нахождением геометрии рабочих поверхностей, обеспечивающей высокие значения критериев работоспособности [70, 82, 83, 84, 85, 86]. Значительное количество работ посвящено синтезу рациональной геометрии зубьев по заданным значениям геометро-кинематических и комплексных критериев работоспособности. Другим направлением создания зубчатых передач с высокой нагрузочной способностью является синтез геометрии зубьев зубчатых передач по заданной линии зацепления. В данном случае необходимы дополнительные исследования по определению рациональной геометрии линии зацепления для обеспечения высоких значений критериев работоспособности. Исходя из сказанного, для нахождения рациональной геометрии поверхностей зубьев необходимо использовать значение такого параметра при проектировании, который влияет на все геометро-кинематические и комплексные критерии работоспособности и позволит создавать высоконагруженные передачи без дополнительных исследований.

Система моделирования и оптимизации конструкции зубчатых передач представлена в работах [87, 88]. При разработке моделей применяется принцип декомпозиции, при котором зубчатая передача рассматривается как совокупность подсистем и элементов подсистем, что позволяет создавать модели цилиндрических зубчатых передач, опираясь на моделирующие алгоритмы элементов и алгоритмы их функционального взаимодействия. Оптимизация входов математической модели производится по показателям, зависящим от распределения нагрузки вдоль контактных линий, которыми являются критерии прочности: изгибной и контактной выносливости. Аналогичная система может быть сформирована и для зубьев с модифицированной боковой поверхностью [87, 89].

Повысить качество зубчатых передач можно как на основе известных традиционных, так и новых технологий [90]. Добиться требуемого результата можно путем многокритериальной оптимизации геометрии зацепления и свойств материалов по условиям прочности и шумности, с обеспечением многопарного зацепления и несимметричной геометрии зубьев.

Известна система комплексного обеспечения точности зубчатых колес (КОТЗК) [91]. Система КОТЗК представляет собой комплексную многоуровневую систему с вертикальными и горизонтальными связями и предназначена для реализации в условиях автоматизированного производства. Исследования, проведенные автором [92] о наличии связи кинематической погрешности в квазистатических условиях с ее проявлением в динамике, позволили установить, что при эксплуатации зубчатых колес их точность снижается. Поэтому система направлена на отыскание конструкторско-технологических методов управлением точностью, снижающих динамические проявления кинематической погрешности. В соответствии с предложенной системой на основании технических и эксплуатационных требований, предъявляемых к проектируемой передаче, определяются ее основные геометрические параметры и выбирается степень точности зубчатых венцов. В дальнейшем передачу исследуют методами численного моделирования в условиях, приближенных к эксплуатационным, для чего передачу рассматривают как совокупность упругих жестких звеньев [93]. В результате проведенных исследований выбираются пути снижения динамического проявления кинематической погрешности и формируются требования к значениям накопленной погрешности шага и погрешности профиля зуба колеса. Результаты исследования переменной жесткости зацепления используют при выборе конструкции зубчатого колеса. После чего, исходя из качественных и количественных взаимосвязей источников возникновения погрешностей с показателями точности, вырабатываются требования к геометрическим и кинематическим параметрам технологического оборудования [94]. Маршрут обработки ЗК выбирается в соответствии с установленной степенью точности с учетом результатов анализа спектра динамического проявления кинематической погрешности и использования классификатора типовых вариантов обработки. На последнем уровне системы обеспечивается ранее определенная точность технологической системы в условиях автоматизированного производства.

Описанные выше подходы к проектированию зубчатых передач основываются в основном на стандартных методиках теоретического и/или технологиче-

ского синтеза применяемых для некоторых этапов жизненного цикла зубчатых передач или связывающих некоторые этапы их жизненного цикла. Существующие пакеты для проектирования зубчатых зацеплений значительно ограничены ГОСТами, стандартными методиками расчета, известными классификациями и способами теоретического и технологического синтеза, способами обработки, техническими средствами обработки и контроля, точностью сборки, условиями эксплуатации, способами ремонта и т.д.

Работа по созданию технических систем проектирования зубчатых передач получила свое дальнейшее развитие с распространением новых информационных технологий [95], в том числе и технологий сквозной поддержки сложной наукоемкой продукции на всех этапах ее жизненного цикла, называемых CALS-технологиями (Continuous Acquisition and Life-cycle Support – непрерывная информационная поддержка жизненного цикла продукта). В работе [96] CALS-технологии предлагается использовать не только для повышения эффективности, производительности и рентабельности процессов хозяйственной деятельности предприятия, но и для создания новых механизмов или радикального совершенствования известных, с применением наукоемких процессов, расширения области существования этапов жизненного цикла изделий, обобщающих математических моделей, информационных технологий, современных технических средств.

Основная концепция создания новой технической системы синтеза зубчатых передач (рисунок 1.2.), включающей информационные технологии ее поддержки – это концепция расширения сфер применения и назначения, повышения функциональных, экономических, энергетических, экологических, эксплуатационных и снижения массогабаритных показателей зубчатых передач путем последовательного анализа и синтеза всех этапов жизненного цикла зубчатой передачи и рекуррентного приближения к оптимальному варианту синтеза по одному или нескольким показателям (или по обобщающему показателю) при ограничении по остальным показателям и обеспечении валидации всех этапов жизненного цикла зубчатой передачи [96].

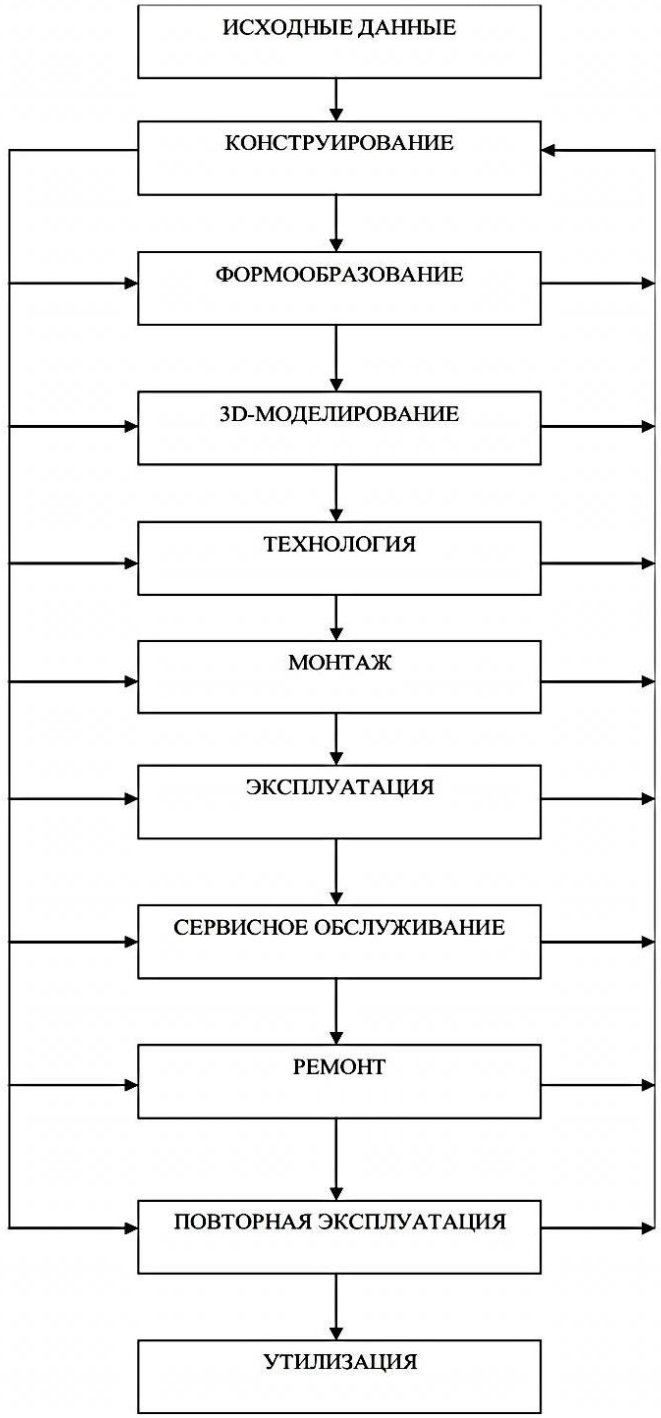


Рисунок 1.2. Обобщенная структура технической системы синтеза зубчатых передач с учетом жизненного цикла

Рассмотренные системы синтеза и оптимизации цилиндрических зубчатых колес и передач направлены на решение какой-либо одной частной задачи или нескольких частных задач по созданию зубчатого зацепления, на оптимизацию по одному или нескольким критериям, при этом зачастую в отрыве от реальных процессов формообразования. Как следствие, полученная в процессе изготовления геометрия боковой поверхности зубьев может отличаться от теоритической оптимальной геометрии. Данное положение дел присуще в основном системам, построенным на конструкторском подходе.

Системы проектирования, построенные преимущественно на технологическом подходе, накладывают дополнительные технологические ограничения в процессе создания и оптимизации зубчатого зацепления. Как следствие, не всегда получается создавать зацепления с максимальными эксплуатационными показателями.

Наиболее перспективной видится реализация конструкторско-технологического подхода в решении задач создания зубчатых зацеплений, оптимизации геометрии зубьев с точки зрения достижения наилучших эксплуатацион-

ных показателей при минимальных производственных затратах. Только при совместном, в рамках одной системы, решении конструкторских и технологических задач можно обеспечить соответствие эксплуатационных функций зубчатых колес и передач на их основе тем технологическим воздействиям, которые позволят обеспечить заданное качество изделий с зубчатыми венцами при требуемом объеме их выпуска.

1.2. Эксплуатационные факторы и показатели качества цилиндрических зубчатых передач. Характеристики зацепления цилиндрических зубчатых колес

Важными факторами, оказывающими влияние на работоспособность и долговечность зубчатых передач, являются - окружная скорость, крутящий момент, смазка, температура, геометрия боковой поверхности зубьев, точность изготовления и инженерия поверхностей зубьев. Теоретическому изучению влияния указанных факторов на работоспособность и долговечность зубчатых передач посвящены работы [97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 104].

В процессе эксплуатации зубья зубчатых колес контактируют между собой активными участками боковой поверхности. В результате относительного движения между боковыми поверхностями зубьев возникает трение и они подвергаются изнашиванию. Вопросы трения и износа зубьев цилиндрических зубчатых передач рассмотрены в работах [105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118]. Исследования процессов изнашивания зубьев цилиндрических зубчатых колес показали, что им характерны все известные виды разрушения (по классификации Б.И. Костецкого) такие, как: окислительный износ, схватывание первого рода, абразивный износ, фреттинг коррозия, поломка зубьев.

М.М. Хрущов предложил классификацию видов износа, в основе которой лежат служебные признаки и характер основных явлений. В соответствии с данной классификацией для зубчатых колес наиболее характерны: механический, коррозионно-механический и молекулярно-механический виды изнашивания.

В результате трения и износа изменяется геометрия зубьев, что приводит к изменению условий работы зубчатых колес. Для учета изменения геометрии зубьев в работах [119, 120, 121, 122, 123] выполняется прогнозирования формы профилей зубьев зубчатых колес в результате их износа.

Основное влияние на работоспособность зубьев колес оказывают контактные напряжения на их поверхностях и изгибающие напряжения у основания зубьев. Для каждого зуба напряжения являются циклическими, в результате около 80 % ЗК разрушаются вследствие усталостных явлений [124].

Поломки зубьев происходят в результате больших перегрузок ударного или даже статического характера и от действия переменных циклических нагрузок и напряжений, приводящих к усталостным разрушениям. Кроме того, поломки и скалывания зубьев возникают также и вследствие неравномерного распределения давления по зубьям из-за перекоса колес.

Вопросы распределения нагрузки в цилиндрических зубчатых передачах рассмотрены в работах [88, 125, 126, 127, 128, 129, 130, 131, 132, 133, 134, 135], в том числе и вопросы совершенствования расчета на прочность зубчатых передач [136, 137, 138]. Определение распределения напряжений по длине бочкообразных зубьев изложено в работах [139, 140]. Вопросы надежности и долговечности цилиндрических зубчатых передач изложены в работах [114, 116, 118, 141, 142].

Вопросы влияния погрешностей монтажа зубчатых венцов на контактные напряжения изложены в работах [143, 144], методики расчета контактных напряжений на зубьях приведены в работах [142, 145, 146, 147, 148, 149, 150], оценка влияния длины контактных линий изложена в работе [151]. Вопросы исследования изгибных напряжений рассмотрены в работе [152].

Вопросы распределения нагрузки между зубьями втулки и обоймы в зубчатой муфте рассмотрены в работах [153, 154, 155, 156, 157, 158, 159, 160]. Учет распределения контактных напряжений на зубьях зубчатых муфт приведен в работах [145, 161, 162], в том числе в зависимости от формы боковой поверхности зубьев втулки [163, 164, 165]. Определение изгибных напряжений описано в работах [161, 166], в том числе и для зубьев с продольной модификацией [167].

Методики расчета на прочность и методики расчета на долговечность зубчатых муфт изложены в работах [114, 168, 169, 170].

Исследование нагрузочной способности и долговечности зубчатых муфт показало, что распределение нагрузки между зубьями в муфте зависит от погрешностей их монтажа и изготовления [126, 127, 128, 153, 154, 161, 171], от распределения контактных напряжения по высоте и по длине зубьев [145, 155, 162], а также от податливости элементов в муфте [142, 161, 172, 173].

Основными критериями качества по эксплуатационным параметрам цилиндрических зубчатых передач являются [174]:

1) изгибная выносливость зубьев;

2) контактная выносливость зубьев;

3) виброакустическая активность зубчатой передачи;

4) массогабаритные размеры зубчатой передачи;

5) изнсостойкость.

Образование в поверхностных слоях зубьев внутренних напряжений сжатия повышает их контактную выносливость. Возрастает сопротивление зубчатых зацеплений усталостным разрушениям и возникновению микротрещин. Внутренние напряжения растяжения в поверхностных слоях снижают контактную выносливость зубьев [175, 176]. При механической обработке образование внутренних напряжении происходит под действием механических и термических процессов. Внутренние напряжения сжатия формируются при обработке с низкими скоростями резания или при коротком времени контакта инструмента и заготовки. Количество выделяемого тепла и время его воздействия способствует преобладанию механических процессов [177]. Преобладание термических процессов является причиной возникновения в поверхностных слоях зубьев внутренних напряжений растяжения.

Виброакустическая активность цилиндрической зубчатой передачи определяется уровнем ее вибрации под воздействием спектра собственных частот и спектра возмущающих сил [174]. Модификации по профилю и длине зубьев, а также погрешности их изготовления являются основной причиной возникновения

разницы угловых скоростей сопряженных элементов зубчатой передачи. Поэтому, при зацеплении зубьев периодически возникают угловые ускорения. Силы, действующие в зацеплении зубьев, пропорциональны угловому ускорению, они передаются через валы, подшипники, корпус редуктора, вызывая вибрацию всего узла, механизма, машины. Частота вибрации равна основной частоте зубчатого зацепления или кратна ей, то есть равна ее гармоникам [178].

В системе привода зубчатые передачи действуют как генератор вибраций, частота которых зависит от числа зубьев и скорости их вращении. В широкополосном частотном спектре вибраций доминирующими являются основная частота (первая гармоника), а также вторая и третья гармоники, которые составляют 98% вибраций, создаваемых зацеплением зубчатых передач. Первая гармоника характеризуется частотой пересопряжения зубьев, ее значение зависит от конструкции зубчатой передачи (суммарный коэффициент перекрытия, ширина зубчатого венца, угол наклона зуба, высота зуба и т.д.). Вторая гармоника (удвоенная основная частота) в большей степени определяется точностью изготовления зубьев и величиной их модификаций. Она может быть более мощной, чем первая. Третья гармоника (утроенная основная частота) связана с шероховатостью боковых поверхностей зубьев, ее значение зависит от вида чистовой операции зубообработки [175].

Массогабаритные размеры зубчатой передачи обеспечиваются комбинированием технологических и конструктивных параметров. К основным технологическим параметрам, способствующим минимизации массогабаритных размеров цилиндрических зубчатых передач, относятся: точность зубчатых передач, шероховатость боковых поверхностей зубьев, модификация боковой поверхности зубьев, модификация других поверхностей зубчатого венца, таких как торцы, поверхности впадин и вершин, получение внутренних напряжений сжатия на поверхности зубьев, возможность оптимизации переходной кривой в основании зуба.

Зубчатые передачи характеризуются совокупностью геометрико-кинематических и нагрузочных показателей. К числу геометрико-кинематических

показателей относят: коэффициент перекрытия, приведенный радиус кривизны контактирующих поверхностей зубцов (зубьев без переходных кривых) в центре зацепления, удельное скольжение, правильность зацепления — отсутствие интерференции. В число нагрузочных показателей включаются контактные, изгибные и эквивалентные напряжения [179].

На геометрию и качественные показатели зубчатого зацепления влияет положение реечного инструмента относительно заготовки при окончании процесса нарезания зубьев. От коэффициентов смещения, определяющих это положение, зависят коэффициент перекрытия, толщина зубьев у основания и вершины, радиусы кривизны рабочих участков профиля, наличие или отсутствие подрезания, т. е. факторы, влияющие на прочность зубьев.

В эвольвентном плоском зацеплении взаимодействие рабочих поверхностей зубьев происходит по прямой линии при отсутствии перемещений зубчатых венцов, вызванных наличием погрешностей и деформациями под действием эксплуатационных нагрузок. При наличии неточности взаимного расположения колес или их деформации под нагрузкой плотность контакта зубьев становится неравномерной, что приводит к концентрации давлений на определенных участках контактных линий. Кроме того, изменяются и основные характеристики зацепления зубчатых колес.

Наличие перемещений зубчатых венцов вызванных погрешностями изготовления, погрешностями монтажа и перемещениями вследствие деформаций элементов зубчатых передач под рабочей нагрузкой приводит к ухудшению условий взаимодействия зубьев и к изменению теоретических характеристик зубчатых передач. Как следствие, колеса перемещаются неравномерно, возникают динамические явления и перегрузка элементов передачи. Данные обстоятельства негативно сказываются на надежности и долговечности изделий с зубчатыми передачами.

Для повышения надежности и долговечности, а также нагрузочной способности зубчатых передач, которые эксплуатируются в условиях наличия погрешностей различного рода, необходимо стремиться к обеспечению постоянства ха-

рактера контактирования зубьев путем реализации на их боковой поверхности геометрии, приближенной к естественному износу, происходящему под действием эксплуатационных факторов.

1.3. Модификация боковой поверхности зубьев

Наряду с получением высоких точностных характеристик деталей зубчатых передач, большое значение имеет также достижение требуемых эксплуатационных параметров [180]. В результате неточного изготовления и сборки зубчатых колес, корпуса и его деталей, упругой деформации опор, прогиба зубьев под нагрузкой и деформации зубчатых колес при термообработке происходит накапливание погрешностей, которые ухудшают характеристики зацепления и вызывают неправильное расположение пятна контакта на зубьях сопряженной пары.

Зубчатые колеса с погрешностями в зацеплении имеют повышенный уровень шума. Неправильное расположение пятна контакта на зубьях силовых передач способствует концентрации нагрузки на кромках зубьев и приводит к преждевременной их поломке или повышенному износу. Дня снижения влияния возникающих погрешностей на эксплуатационные параметры элементы зубчатых венцов цилиндрических передач модифицируют. Модификации подлежат как боковые поверхности зубьев, так и другие поверхности зубчатого венца – торцы зубьев, поверхности вершин и впадин зубьев (рисунок 1.3).

Наличие погрешностей изготовления и монтажа зубчатых венцов, а также ряд эксплуатационных факторов, таких как деформации элементов зубчатых передач, накладывают ограничения на применение данных передач. Снижения влияния погрешностей и деформаций на эксплуатационные параметры цилиндрических передач достигается изменением, модификацией, боковой поверхности зубьев. Т.е. за счет введения профильной, продольной, пространственной модификаций или модификации физико-механических свойств боковой поверхности зубьев (рисунок 1.3).

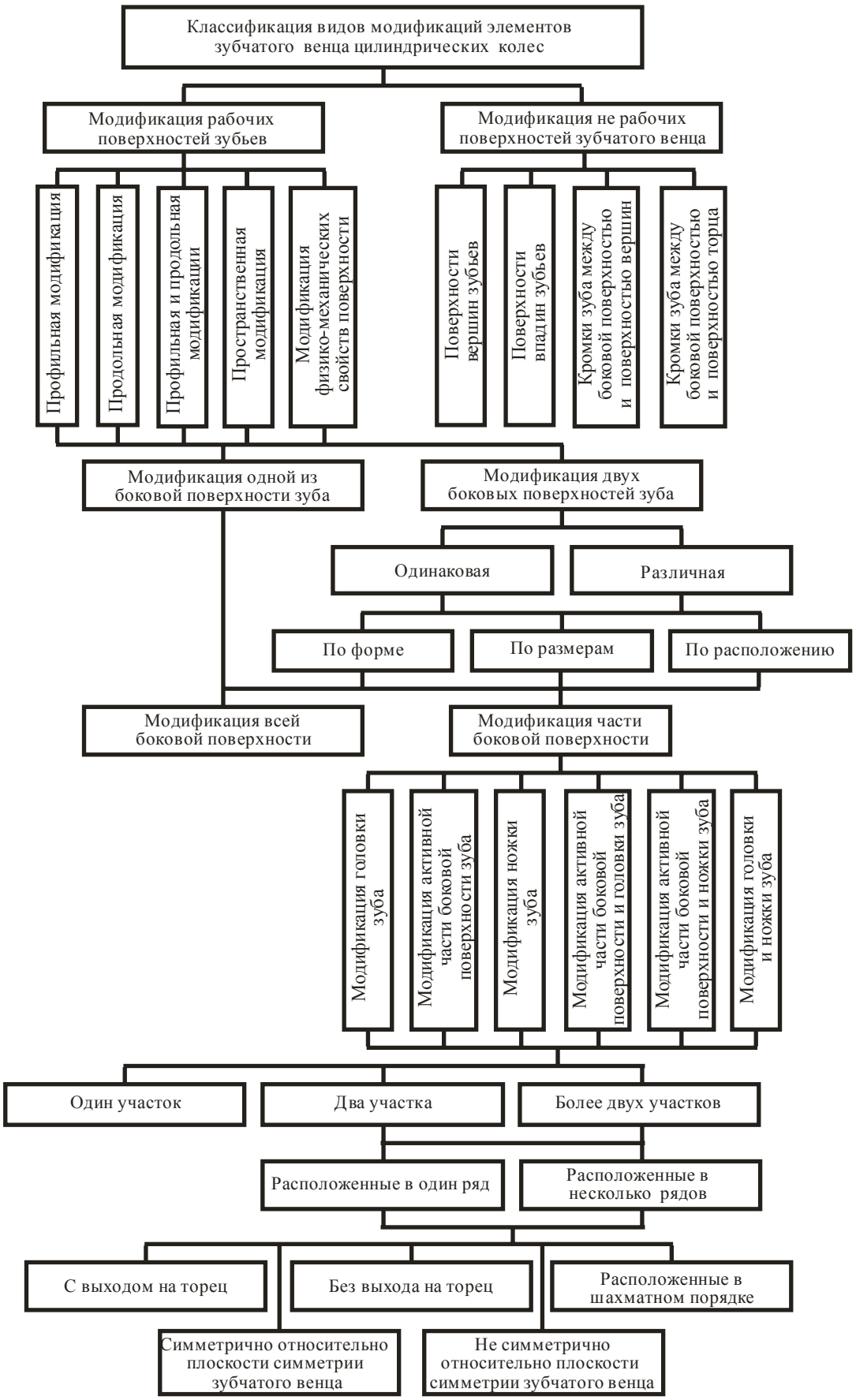


Рисунок 1.3. Классификация видов модификаций элементов зубчатого венца цилиндрических колес

Модификации подвергается часть боковой поверхности зуба или вся боковая поверхность. Модифицированной может быть одна или обе поверхности зубьев (рисунок 1.4). При модификации двух боковых поверхностей зубьев, они могут иметь как одинаковую модификацию по форме, расположению и размеру, так и разную модификацию [181, 182, 183]. В зависимости от места расположения модифицированного участка на боковой поверхности зуба различают модификацию головки, ножки и активной боковой поверхности зуба [181, 182, 183], или сочетания двух модифицированных участков.

Модификация боковой поверхности зуба может быть выполнена у одного из торцов, у двух торцов, в средней части боковой поверхности зуба (рисунок 1.5. и рисунок 1.6).

Модифицированные участки боковой поверхности зубьев могут иметь произвольную форму, располагаться автономно, касаться или пересекаться (рисунок 1.7).

Возможны комбинации различных видов расположения, формы и размеров модифицированных участков. Например, на рисунке 1.6 показана одновременная модификация боковой поверхности зуба у головки и у ножки.

Модифицированных участков боковой поверхности зуба может быть один, два и более двух. При этом модифицированная поверхность может выходить на торец зубчатого венца или не выходить (рисунок 1.8).

Модифицированные участки на боковой поверхности зубьев могут быть расположены на зубьях симметрично относительно плоскости симметрии зубчатого венца, не симметрично, в шахматном порядке (рисунок 1.9.) [181, 182, 183].

Модификации также подвергаются поверхности вершин и впадин зубьев, а также торцовые поверхности и кромки элементов зубчатого венца (рисунок 1.10).

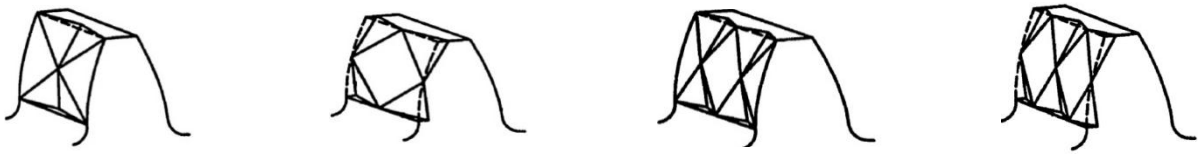
Образующая поверхности вершин может быть описана прямой линией, окружностью и любой другой кривой второго порядка.

а) б) в) г)

Рисунок 1.4. Модификация: а – всей боковой поверхности; б – части боковой поверхности вблизи торцов; в - в средней части боковой поверхности; г – на обеих боковых поверхностях

а) б) в) г) д) е)

Рисунок 1.5. Модификация ножки зуба: а – треугольной формы; б – прямоугольной формы; в – два участка треугольной формы без выхода на торец; г – два участка треугольной формы с выходом на торец; д – два участка прямоугольной формы с выходом на торец; е – более двух участков



а) б) в) г)

Рисунок 1.6. Одновременная модификация головки и ножки зуба: а - один модифицированный участок у ножки и головки; б - два модифицированных участка у ножки и головки с выходом на торец; в - два модифицированных участка у ножки и головки без выхода на торец; г - три модифицированных участка у ножки и головки

а) б) в) г)

Рисунок 1.7. Модификация головки зуба: а – треугольной формы с пересечением участков; б – треугольной формы без пересечения участков; в – прямоугольной и треугольной формы; г – с участками в виде трапеции

Модифицированные участки могут быть расположены в один ряд (рисунок 1.8. г и рисунок 1.5. е) или в несколько рядов (рисунок 1.11).

а) б) в) г)

Рисунок 1.8. По количеству модифицированных участков на боковой поверхности зуба: а – один участок; б – два участка; в – более двух участков без выхода на торец; г – более двух участков с выходом на торец

Модификации также могут подвергаться торцовые поверхности с целью изменения жесткости элементов зубчатого венца. А также модификации может подвергаться как боковая поверхность зубьев, так и торец зубчатого венца.

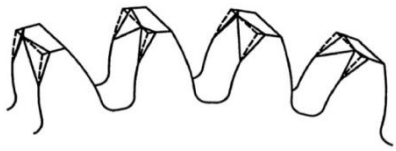


Рисунок 1.9. Расположение модифицированных участков в шахматном порядке

Рисунок 1.10. Модификация торца зубчатого венца

Рисунок 1.11. Расположение модифицированных участков в несколько рядов

Рассмотрим основные виды модификации элементов зубчатого венца, связанные с изменением геометрии боковой поверхности зубьев.

1.3.1. Профильная модификация боковой поверхности зубьев

Профильную модификацию зубьев по назначению можно разделить на (рисунок 1.12):

- функциональную, направленную на повышение эксплуатационных характеристик передач путем компенсации негативного влияния ошибок изготовления (ошибок основных шагов колес), ошибок монтажа и деформаций зубьев под действием рабочей нагрузки.

- технологическую, которая предназначена для обеспечения нужного характера взаимодействия режущего инструмента и заготовки, или достижения требуемой точности и качества боковой поверхности зубьев при финишной обработке зубчатого венца шевингованием или шлифованием.

Функциональную профильную модификацию боковой поверхности зубьев выполняют для улучшения виброакустических характеристик передач, компенсации деформаций зубьев, устранения заедания, повышения плавности работы передачи, компенсации смещения зубчатых венцов и снижения износа боковых поверхностей зубьев.

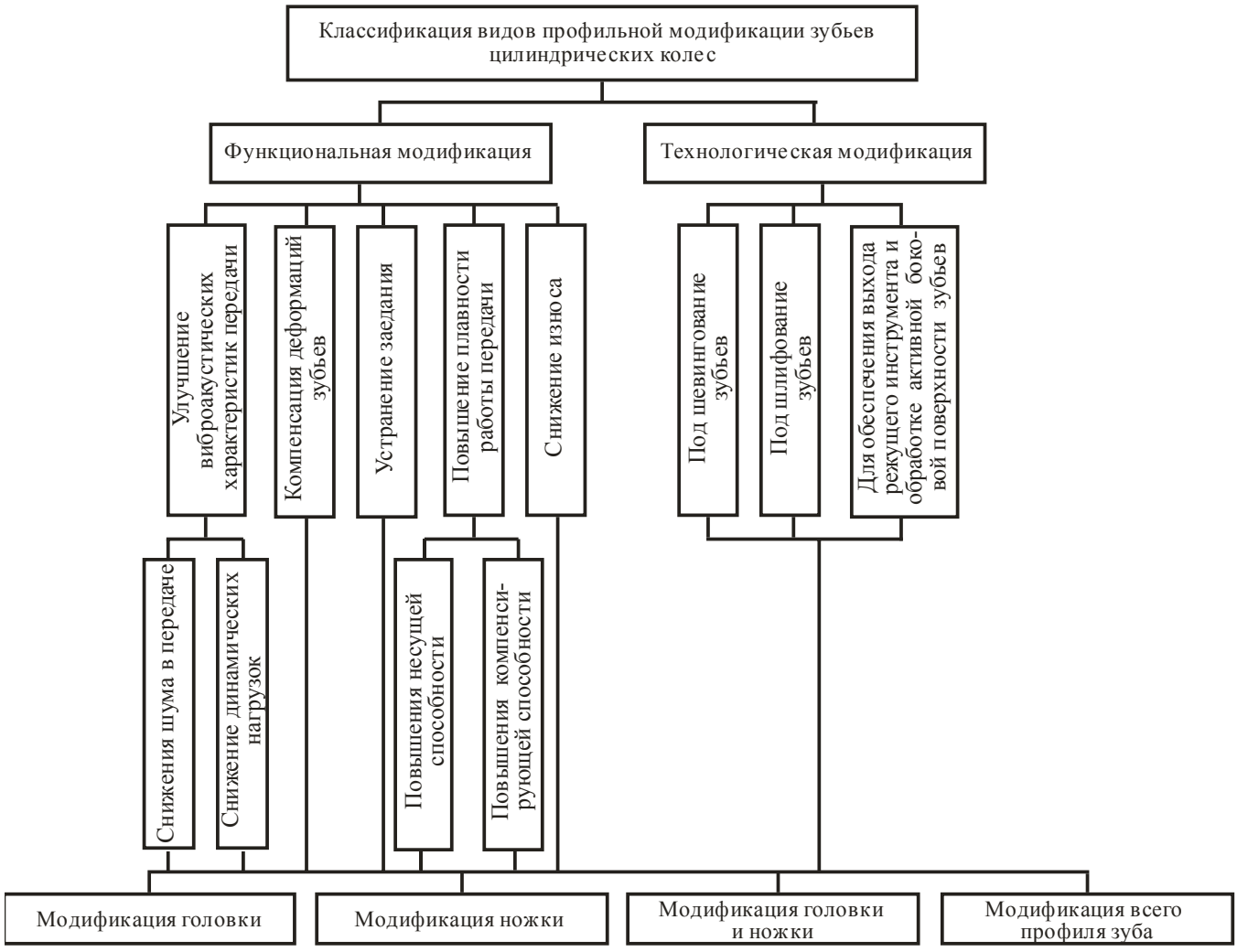


Рисунок 1.12. Классификация видов профильной модификации зубьев цилиндрических колес

Улучшение виброакустических характеристик приводит к уменьшению динамических нагрузок и снижению шума в передачах [184, 185].

Наличие погрешностей изготовления, монтажа и деформации от нагрузки приводит к тому, что эвольвентные профили в зацеплении не являются сопряженными. Введение профильной модификации зубьев колес приближают фактическое передаточное отношение к номинальному, а профили к сопряженным. Сопряжение профилей повышает плавность работы передачи за счет обеспечения контакта между двумя и более количеством пар зубьев, что приводит к перераспределению нагрузки между зубьями и в конечном итоге приводит к повышению нагрузочной и компенсирующей способности зубчатых передач [81, 161, 185, 186, 187, 188, 189, 190, 191, 192, 193].

Устранение заедания введением профильной модификации позволяет повысить надежность работы передачи [194].

В работе зубчатой передачи под нагрузкой возникают деформации элементов зубчатого венца. В связи с этим шаг зубьев может изменяться от минимального до максимального значений. Повышение качества работы передачи при этом возможно за счет введения модификации профиля зубьев [195].

Повышение долговечности зубчатых передач при работе в средах, содержащих абразивные частицы, обеспечивается тем, что боковые поверхности зубьев колес за пределами активных участков занижены на глубину допустимого износа [196]. При работе передачи абразивные частицы, размещаются на участках занижения боковых поверхностей зубьев колес, что не способствует износу зубьев. Профильную модификацию зубьев вводят и для исключения контакта зубьев колес вне линии зацепления [197, 198, 199], что также приводит к уменьшению износа.

Зубчатые муфты работают в условиях наличия радиальных и угловых смещений валов. Смещения валов полумуфт приводит к неравномерному распределению зазоров между зубьями и, как следствие, к неравномерному распределению контактных напряжений. Профильная модификация зубьев втулки позволяет компенсировать радиальные погрешности монтажа зубчатых венцов муфт [161, 186].

Технологическую модификацию профиля зуба выполняют у зубчатых колес, подвергаемых шевингованию и зубошлифованию. Для обеспечения нормального протекания процесса шевингования профиль предварительно нарезанных зубьев отличается от эвольвентного. При нарезании колес под шевингование [200] выполняют модификацию зуба колеса для свободного выхода головки зуба шевера и обработки шевингованием всего активного профиля зуба. Кроме того, для зубчатых колес с числом зубьев $z<20$ уменьшают припуск на головках зубьев.

Модифицированной может быть часть рабочего профиля зуба, только головка или ножка, головка и ножка одновременно, или профиль зуба по всей его высоте [184, 201]. Профильной модификации могут подвергаться зубья одного из сопряженных колес, или оба сопряженных колеса. Форма и размеры модификации головки зуба рассмотрены в работах [46, 180, 201, 202]. В работах [180, 202] рассматриваются модификации ножи зуба и использование переходной кривой зуба с поднутрением. Одновременная модификация головки и ножки выполняется с целью сокращения номенклатуры специального модифицированного режущего инструмента [203].

1.3.2. Продольная модификация боковой поверхности зубьев

Виды продольной модификации зубьев цилиндрических колес можно разделить по функциональному назначению и по ряду конструктивных признаков.

На рисунке 1.13 представлена классификация видов продольной модификации зубьев цилиндрических зубчатых колес в зависимости от функционального назначения. Продольную модификацию зубьев цилиндрических зубчатых колес выполняют для улучшения виброакустических характеристик передач, повышения плавности их работы, повышения износостойкости рабочих поверхностей зубьев, уменьшения относительного скольжения зубьев и исключения осевого перемещения зубьев.

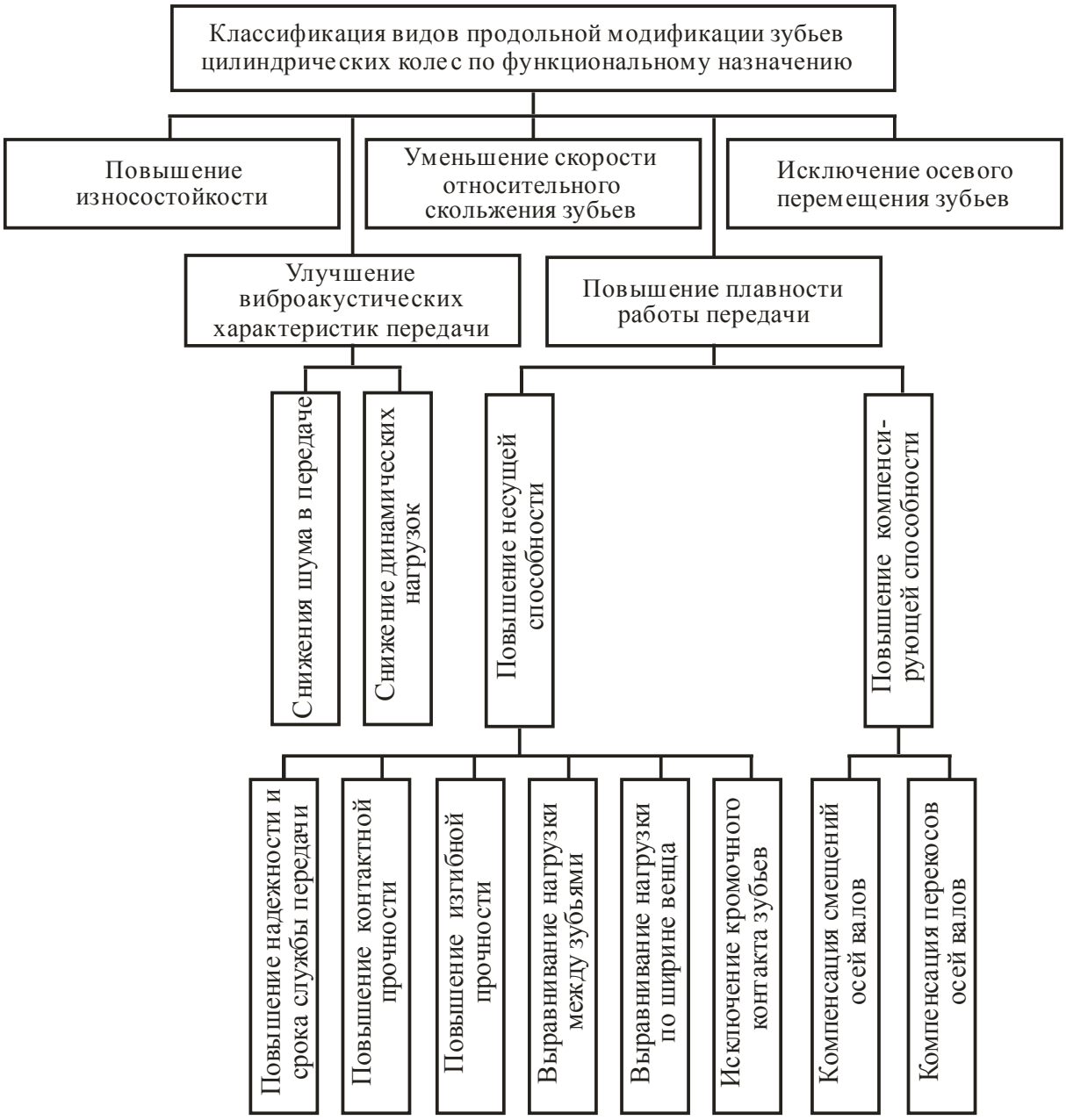


Рисунок 1.13. Классификация видов продольной модификации зубьев по функциональному назначению

Улучшение виброакустических характеристик передач приводит к снижению шума и к снижению динамических нагрузок в передаче [204, 205, 206].

Повышение плавности работы передач способствует повышению их несущей и компенсирующей способности [205, 207, 208, 209, 210].

Уменьшение неравномерности распределения усилий между зубьями при расцентровке валов, повышение нагрузочной и компенсационной способностей зубчатых муфт можно обеспечить за счет изменения кривизны на участках, прилегающих к торцам зубьев [211, 212, 213].

Выравнивание зазоров и нагрузок по боковым поверхностям зубьев обоймы и втулки зубчатой муфты возможно при выполнении в сечениях, касательных к основному цилиндру, поверхностей зубьев втулки по синусоиде [214]. Этим повышается долговечность зубьев муфты по критериям износостойкости и выносливости по изгибу, что позволяет более рационально использовать металл и уменьшить массу приводов различных машин.

Снижение неравномерности распределения боковых зазоров между зубьями в зубчатых муфтах приводит к уменьшению и перераспределению максимальных деформаций с наиболее нагруженных на наименее нагруженные зубья и, как следствие, снижается неравномерность распределения нагрузки между зубьями, и повышается срок службы муфты [215]. Повышение срока службы также достигается путем увеличения контактной прочности зубьев и уменьшением динамических нагрузок при повышенных углах перекоса [204].

Повышение плавности и бесшумности работы передачи может быть обеспечено путем исключения удара в момент пересопряжения зубьев за счет изменения угла подъема винтовой линии в косозубом зубчатом колесе от постоянного значения на среднем участке зуба до нуля у торцов [206].

Равномерное распределение нагрузки по ширине венца в быстроходных мощных редукторных передачах обеспечивается тем, что образующие поверхностей вершин и впадин зубьев каждого колеса представляют собой кривую со стрелкой прогиба, обращенной в тело колеса [216].

Снизить чувствительности к монтажным погрешностям и тем самым повысить компенсирующую способность передачи возможно путем увеличения технологически допустимой величины бочкообразности [205].

Боковые поверхности зубьев втулок в сечениях, касательных к основному цилиндру, могут быть выполнены с радиусом кривизны, равным радиусу кривизны эвольвент в этих сечениях [217]. Этим достигается повышение износостойкости зубьев путем уменьшения зазоров между боковыми поверхностями зубьев обоймы и втулок зубчатых муфт.

Радиус кривизны зуба втулки в продольном направлении R может быть определен из условия уменьшения скорости относительного проскальзывания зубьев под нагрузкой [218].

Классификация видов продольной модификации зубьев в зависимости от конструктивных признаков представлена на рисунок 1.14.

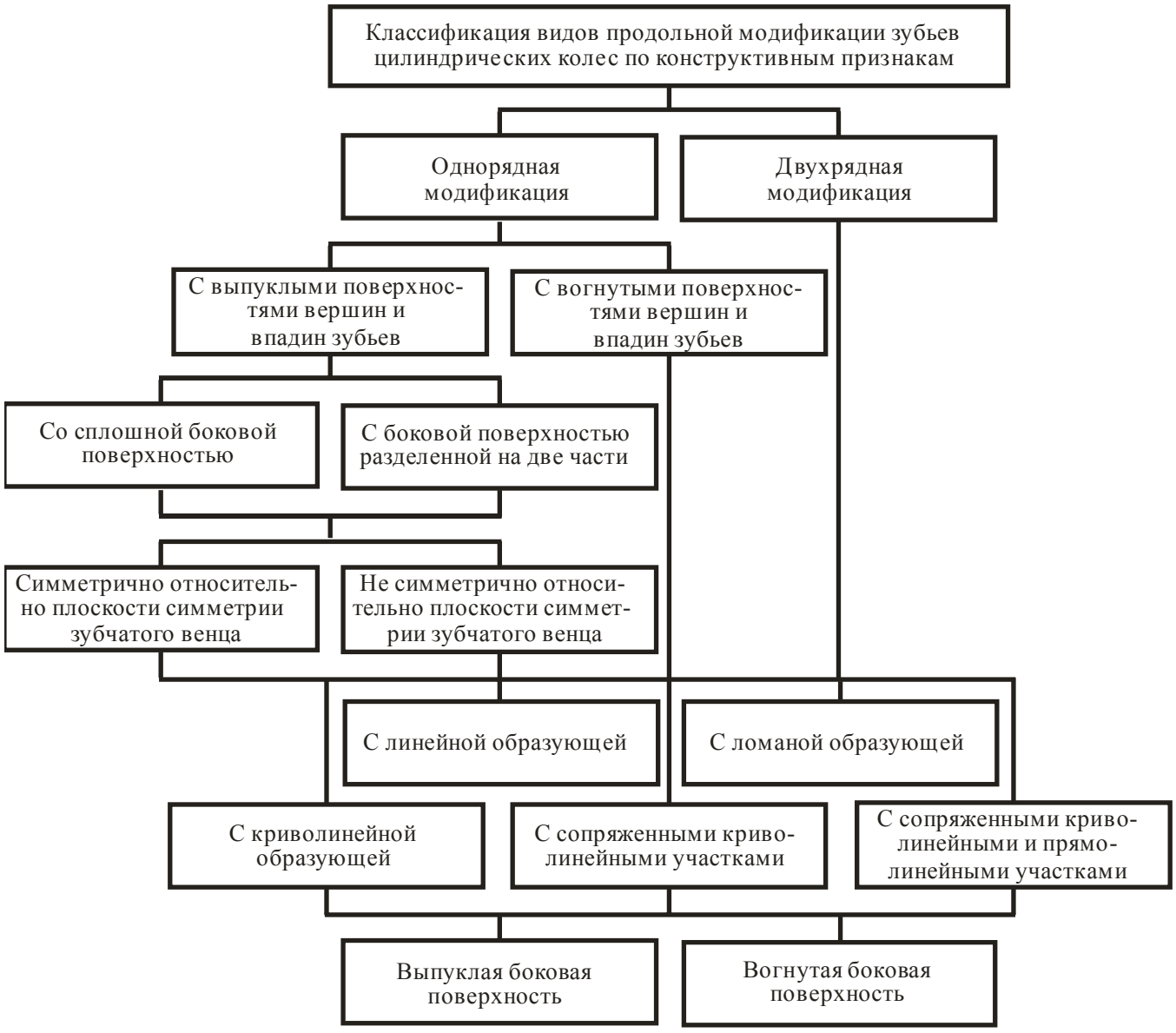


Рисунок 1.14. Классификация видов продольной модификации зубьев в зависимости от конструктивных признаков

Зубчатые венцы цилиндрических зубчатых колес могут выполняться с однорядной и двухрядной продольной модификацией. Однорядная модификация нашла наиболее широкое применение. Двухрядная продольная модификация применяется для передачи вращательного движения от одного привода на не-

сколько ведомых колес при наличии погрешностей их изготовления и монтажа [219].

Цилиндрические зубчатые колеса с однорядной продольной модификацией выполняются в основном с выпуклыми поверхностями вершин зубьев, но также могут быть выполнены и с вогнутыми поверхностями вершин зубьев [216].

Боковая поверхность зубьев может быть сплошной или разделенной на две части [220]. Выполнение зубьев, как втулки, так и обоймы ромбическими, позволяет компенсировать переменные углы перекоса зубьев, при обеспечении возможности смещения зубьев втулки относительно зубьев обоймы в осевом направлении [221].

Модифицированные участки могут располагаться симметрично [204] и не симметрично относительно плоскости симметрии зубчатого венца рисунок 1.15.

По форме образующей зубья с продольной модификацией делятся на зубья с линейной образующей [222, 223] рисунок 1.15, б, с ломаной образующей рисунок 1.15, д, с криволинейной образующей, образующая с сопряженными криволинейными участками [211, 212,213, 224, 225, 226] и образующая с сопряженными криволинейными и прямолинейными участками [206, 215].

Модифицированная поверхность зубьев может быть выпуклой и вогнутой рисунок 1.15.

Зубья сужающиеся к одному из торцов зубчатого венца используются при передаче значительных усилий и для того чтобы избежать осевого перемещения одного зубчатого венца относительно другого [222, 223]. Для исключения осевого перемещения венцов используют пары зубчатых колес, зубья которых сужаются к противоположным друг другу торцам.

Криволинейная образующая боковой поверхности продольно модифицированных зубьев может быть круговой, эллиптической, участком эвольвенты [205], участком синусоиды [214] и т. д. Форма образующей боковой поверхности зубьев определяется предъявляемыми к зубчатым колесам требованиями: обеспечение компенсации максимального угла перекоса при минимальном гарантированном боковом зазоре; получение нужного характера контакта поверхностей зубьев;

уменьшение контактных напряжений и прочее [227, 228, 229, 230, 231]. Каждый из перечисленных способов аппроксимации линии смещения исходного контура имеет свои достоинства и недостатки. При этом отклонение кривых друг от друга в пределах ширины зубчатого венца незначительно. Поэтому наиболее технологичной в изготовлении является аппроксимация линии смещения исходного контура по окружности [232].

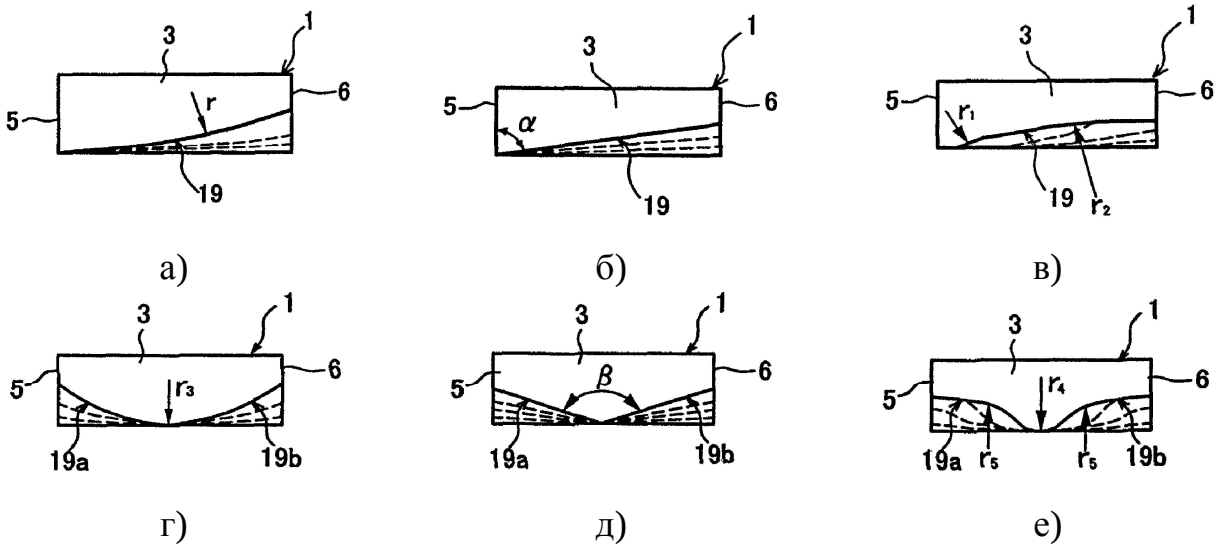


Рисунок 1.15. Варианты продольной модификации зубьев: а – выпуклая поверхность; б – линейчатая поверхность; в – вогнутая поверхность, г – симметричный зуб, д – ромбический зуб; е – переменной кривизны

Теоретическими и экспериментальными исследованиями было установлено, что применение криволинейной образующей боковой поверхности зубьев втулки позволяет значительно снизить величину гарантированного минимального бокового зазора необходимого для компенсации перекоса осей валов, и обеспечивает более равномерное распределение нагрузки между зубьями. А также продольная модификация зубьев уменьшает концентрацию контактных давлений по линии зуба.

Применение зубчатых втулок зубчатых муфт с продольной модификацией позволяет компенсировать не значительный угол перекоса валов до 45′. Недостатками такого зацепления являются: контакт зубьев в ряде случаев является точечным, а это отрицательно влияет на долговечность зубчатых колес; пятно контакта смещается на вершину зуба из-за возникновения угла контактирования между

эвольвентными профилями; вследствие тангенциальных смещений рабочих поверхностей зубьев нагрузка по периметру зацепления муфты распределяется неравномерно.

1.3.3. Профильная и продольная модификация боковой поверхности зубьев

Одновременная модификация зубьев по профилю и образующей описана в работах [161, 186, 233, 234, 235]. Профильная и продольная модификации совместно применяются для снижения шума в передаче и компенсации погрешностей монтажа валов [236], повышения контактной прочности и плавности работы [237].

Как видно из рисунка 1.16, толщина зубьев вблизи торца меньше номинального значения и по линейному, или любому другому, закону приближается к нему в районе ножки зуба и при удалении от торцов. Модифицированные таким образом зубья, являются более податливыми и постепенно вступают в контакт с зубьями сопряженного колеса, начиная с точечного контакта у головки зуба. По мере смещения точки контакта вдоль высоты зуба пятно контакта постепенно увеличивается. Таким образом, постепенное вхождение зубьев в работу и плавное увеличение пятна контакта приводит к уменьшению шума работы передачи [236].

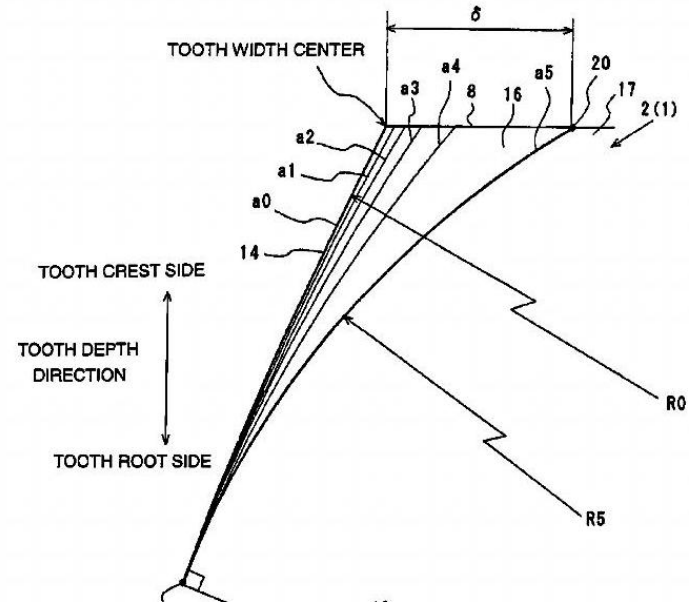


Рисунок 1.16. Малошумная передача с одновременной профильной и продольной модификация

Одновременная продольная и профильная модификация фактически приводит к получению пространственной боковой поверхности зуба, когда толщина зуба непрерывно изменяется не только по его высоте, но и по его длине.

1.3.4. Пространственная модификация боковой поверхности зубьев

В результате проведенных исследований по определению нагрузочной способности цилиндрических зубчатых колес и процессов изнашивания и разрушения боковых поверхностей зубьев была выдвинута гипотеза о том, что оптимальным для работы цилиндрических зубчатых колес и втулок зубчатых муфт является реализация пространственного зацепления [238, 239, 240, 241, 242, 243, 244]. То есть получение такой геометрии зубьев, которая соответствует естественному их износу в процессе работы.

Таким образом, наиболее современные мероприятия по повышению несущей и компенсирующей способности зубчатых колес, в том числе и зубчатых муфт — это изготовление зубьев с различного вида пространственными геометриями боковой поверхности. Применение зубчатых колес с пространственной геометрией боковой поверхности зубьев обеспечивает увеличение пятна контакта при эксплуатации, ведёт к одновременному повышению несущей и компенсирующей способности зубчатых колес и муфт.

Необходимым условием для повышения несущей и компенсирующей способности зубчатых колес является стремление компенсировать неблагоприятное воздействие неизбежно возникающих монтажных погрешностей путём реализации в процессе нарезания зубчатых венцов реальных условий их эксплуатации. Т. е. реализуется применение второго способа Оливье, основными принципами которого являются:

— реализация при обработке изделия условий, при которых оно будет эксплуатироваться;

— использование инструмента (по крайней мере, на последней стадии обработки), идентичного детали сопрягаемой с обрабатываемым изделием.

Получение пространственно-модифицированных зубьев, необходимых для компенсации всех погрешностей монтажа и изготовления зубьев, затруднительно из-за отсутствия оборудования, способного воссоздать в полной мере необходимые движения заготовки и инструмента. Вследствие чего были разработаны раз-

личные варианты пространственной модификации зубьев, приближенные к заданным пространственным [245, 246, 247, 248].

Зубья с пространственной модификацией, представленные в работе [248], получаются как огибающие семейства боковых поверхностей зуба производящей рейки, при задании втулке всех положений относительно обоймы, имеющих место в реальном зацеплении муфты. При этом семейство боковых поверхностей зуба производящей рейки является двухпараметрическим, где первый параметр φ — угол поворота втулки относительно рейки, а второй параметр ψ — угол поворота муфты относительно условного начального положения. Основным достоинством данной пространственной модификации является обеспечение равномерного распределения нагрузки между зубьями в муфте за счёт теоретического беззазорного зацепления.

В работах [238, 249, 250] описана зубчатая муфта, состоящая из обоймы с внутренними зубьями с прямолинейной образующей и втулки с пространственно-модифицированными зубьями, полученными кинематическим методом.

Разработанная и изготовленная в соответствии с рекомендациями работ [249, 250] зубчатая муфта может быть использована для соединения несоосных валов тяжелонагруженных механизмов при углах перекоса больших, чем 45'. При этом повышается нагрузочная способность муфты за счет увеличения коэффициента перекрытия и увеличения пятна контакта зубьев. Однако при изменении условий эксплуатации, на которые зацепление зубьев втулки и обоймы рассчитывалось, то есть при изменении реального угла перекоса, возможно возникновение точечно-кромочного контакта двух диаметрально расположенных пар зубьев, что приведет к снижению нагрузочной способности зубьев.

Теоретические исследования, проведенные ранее, показали, что зубчатые венцы с оптимальной пространственной модификацией зубьев [251, 252, 253], обеспечивающей линейный контакт и равномерное распределение нагрузки, хорошо работают в условиях, для которых они проектировались и изготавливались. То есть для одного конечного (номинального) угла перекоса. А при незначительном отклонении от него между зубьями возникает точечный краевой контакт. При

контактировании всего двух пар зубьев в диаметрально противоположных контактных зонах.

Этих недостатков лишена групповая пространственная модификация зубьев [244, 254, 255, 256]. Сущность групповой пространственная модификации зубьев заключается в том, что боковая поверхность зубьев втулки выполняется из участков, геометрия каждого из которых соответствует одному из углов перекоса зубьев втулки относительно зубьев обоймы, входящих в пределы интервала компенсации. При этом изначально единая поверхность зуба втулки делится на две части (рисунок 1.17), что связано с особенностями относительных движений зубьев при работе зубчатого зацепления. Геометрия боковой поверхности зубьев задается контактными линиями, координаты точек которых определяются решением системы уравнений:

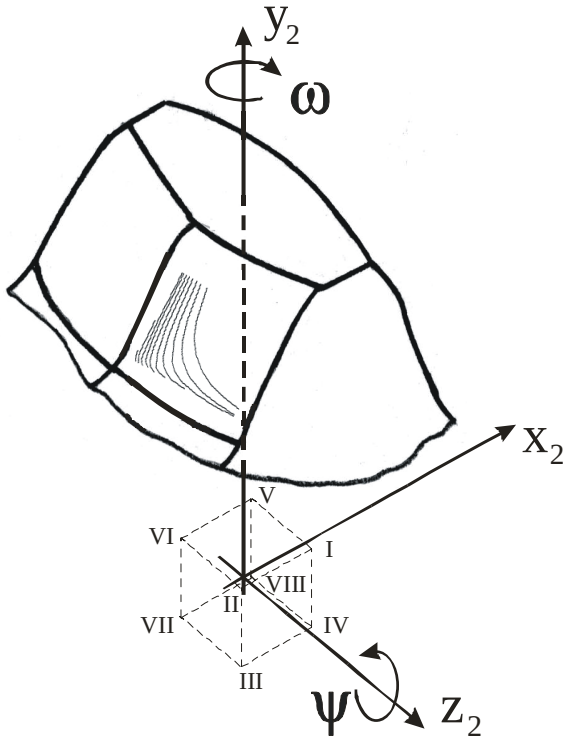


Рисунок 1.17. Структура зуба втулки с групповой пространственной модификацией

$$\left.\begin{aligned}
x_{2ij} &= x_{1j} + 2A_{1ij} r_b \cos\psi_i \sin^2\frac{\omega_i}{2};\\
y_{2ij} &= y_{1j} + 2A_{1ij} r_b \sin\psi_i \sin^2\frac{\omega_i}{2};\\
z_{2ij} &= A_{2ij} - \left(x_{1j}\cos\psi_i + y_{1j}\sin\psi_i\right)\sin\omega_i;\\
A_{1ij} &= \cos\left(\psi_i + \varphi_j - \varphi_c\right)\left[ctg\left(\psi_i + \varphi_j - \varphi_c\right) + \varphi_j\right];\\
A_{2ij} &= \frac{r_b \cos\omega_i tg\,\omega_i/2}{\sin\left(\psi_i + \varphi_j - \varphi_c\right)};\\
i &= 0,n;\ j = 0,m,
\end{aligned}\right\}$$

где x_{2ij},y_{2ij},z_{2ij} - координаты точки на боковой поверхности зуба втулки;

x_{1j},y_{1j},z_{1j} - координаты точки на боковой поверхности зуба обоймы;

ψ_i - текущее значение угла поворота контактирующей пары зубьев;

φ_j - угол развернутости эвольвенты;

φ_c - угол смещения начала эвольвенты;

ω_i - текущее значение угла перекоса зубьев, соответствующее углу поворота, входящее в интервал значений $\omega \in [\omega_н; \omega_к]$;

n - количество конечных углов, на которые разбивается интервал, применяется для расчета, а в общем случае характер изменения угла перекоса носит непрерывный характер;

m – количество углов развернутости эвольвенты, для расчетов принимаются значения углов в интервале от $10°$ до $50°$ через каждые $2\text{-}4°$, в зависимости от требуемой точности.

Реализация данного зубчатого зацепления позволяет за счет применения групповой пространственной модификации зубьев компенсировать угол перекоса входящий в интервал значений $[\omega_н; \omega_к]$. Это приводит к получению линейного контакта зубьев и выравниванию зазоров и нагрузки между ними вне зависимости от значения угла перекоса, входящего в определенный интервал значений. Все это позволяет увеличить возможность применения пространственной модификации зубьев и снизить количество нарезаемых втулок зубчатых муфт [257].

Из выше изложенного видно, что существует большое разнообразие конструктивных подходов к решению вопросов повышения нагрузочной и компенсирующей способности цилиндрических зубчатых колес. Основным недостатком изложенных конструктивных мероприятий по повышению несущей и компенсирующей способности зубчатых колес является их не универсальность. Они либо компенсируют один из видов погрешностей изготовления и монтажа, или перемещения, вызванные деформациями элементов зубчатых передач. Или изначально разрабатывались для компенсации одного какого-то конечного значения одного из видов погрешностей монтажа (например, угла перекоса), при этом даже незначительное отклонение от этого значения может привести к резкому ухудшению их эксплуатационных характеристик.

В результате всего выше изложенного можно сделать следующий вывод, что для улучшения эксплуатационных характеристик зубчатых колес необходимо на основе существующих их конструктивных разработок и проведённых исследований разрабатывать новые более универсальные конструкции, способные ком-

пенсировать все виды возникающих в процессе эксплуатации погрешностей. При этом, исходя из наличия в любых механизмах погрешностей изготовления и монтажа, а также деформаций в процессе эксплуатации, проектировать цилиндрические зубчатые колеса изначально с пространственной модификацией зубьев.

1.4. Анализ технологических способов формообразования зубьев цилиндрических зубчатых колес с модификациями боковой поверхности

1.4.1. Технологические способы формообразования зубьев с продольной модификацией

Основы технологии изготовления деталей машин изложены в работах [258, 259, 260, 261, 262, 263]. При этом технологические процессы изготовления зубчатых колес в общей массе деталей занимают порядка 30%. Технология изготовления цилиндрических зубчатых колес представлена в работах [200, 264, 265, 266, 267, 268, 269, 270]. Зубчатые венцы цилиндрических зубчатых колес получают двумя методами: методом копирования и методом обкатки.

Технология изготовления зубчатых венцов продолжает непрерывно совершенствоваться, чему посвящены работы [326, 327, 328, 329, 330, 331, 332, 333]. При этом одним из направлений развития является получение зубьев с различного рода геометриями боковой поверхности и в частности нарезание зубьев с продольной модификацией. Применение зубчатых венцов с продольной модификацией зубьев позволяет компенсировать погрешности монтажа зубчатых передач и повысить их эксплуатационные характеристики.

Зубья с продольной модификацией получают различными технологическими способами [200, 269, 270]: на черновых операциях — зубофрезерованием или зубодолблением, на чистовых — операциях используют шевингование зубьев, зубохонингование или зубошлифование. При этом известные способы формообразования зубьев цилиндрических колес с продольной модификацией могут быть

классифицированы в зависимости от вида относительных движений инструмента и заготовки (рисунок 1.18).

В соответствии с предложенной классификацией обработка зубьев с продольной модификацией может осуществляться методами копирования и обкатки. Продольную модификацию зубьев получают как на черновых, так и на чистовых операциях. Обработка может вестись, как стандартным, так и не стандартным режущим инструментом. Получение заданной формы боковой поверхности зубьев может осуществляться с введением дополнительных относительных движений режущего инструмента и заготовки, или без введения дополнительных движений. Дополнительные движения могут придаваться, как режущему инструменту, так и заготовке. В качестве дополнительных движений заготовке или режущему инструменту сообщают смещения в радиальном или тангенциальном направлениях. Режущий инструмент может иметь дополнительное вращательное движение относительно своей геометрической оси или оси ей параллельной. В последнем случае положение оси в пространстве может быть постоянно или изменяться в зависимости от требуемой формы боковой поверхности зуба. Заготовке также могут сообщаться дополнительные вращательное, колебательное, качательное или возвратно-качательное движение.

По методу копирования работают пальцевые и дисковые модульные фрезы [271, 272]. При фрезеровании пальцевой модульной фрезой инструменту сообщают вращение вокруг своей геометрической оси со скоростью резания и подачу вдоль оси нарезаемого колеса, а так же дополнительное вращение со скоростью круговой подачи вокруг оси параллельной геометрической оси фрезы [271]. Расстояние между осями непрерывно изменяют в соответствии с заданной формой бочкообразности зубьев.

В процессе фрезерования зубьев с продольной модификацией дисковой модульной фрезе [272] сообщают вращение вокруг ее геометрической оси, поступательное перемещение вдоль образующей зуба и дополнительное вращение вокруг оси, параллельной геометрической оси инструмента. За счет дополнительного вращения инструмента происходит изменение межосевого расстояния в паре ин-

струмент — обрабатываемое колесо и обеспечивается получение криволинейной линии зуба.

Рисунок 1.18. Способы формообразования зубьев цилиндрических колес с продольной модификацией в зависимости от вида относительных движений инструмента и заготовки

Методом обкатки продольную модификацию зубьев можно получать зубофрезерованием червячной фрезой. При этом применяют следующие схемы обработки: обработка по копиру [200, 269, 270, 273, 274], формирование бочкообразных зубьев при использовании колебательного движения заготовки [275, 276, 277], формирование бочкообразных зубьев при использовании неравномерности вращения фрезы [277, 278], диагональное зубофрезерование бочкообразных зубьев [277, 279, 280]. Обработка бочкообразных зубьев по копиру выполняют стандартным червячным инструментом при смещении его в радиальном направлении. Этот способ основан на непрерывном изменении специальным механизмом расстояния между осями инструмента и заготовки в процессе относительного движения обката [200, 269, 270, 273, 274]. Формирование бочкообразных зубьев при придании колебательного движения заготовке происходит в результате совмещения движения вращения заготовки и движения подачи

[275, 276, 277]. Обработка производится при равномерном вращении заготовки, связанном с равномерным вращением червячного инструмента (фреза, шлифовальный круг). На эти движения накладывается колебательное движение, которое осуществляется вокруг оси вращения заготовки и связано с движением подачи инструмента вдоль этой же оси. При фрезеровании бочкообразных зубьев с применением неравномерно вращающейся заготовки формообразование боковой поверхности осуществляется сочетанием равномерного вращения инструмента с частотой неравномерного вращения заготовки и движения подачи вдоль оси заготовки [277, 278]. Неравномерное вращение заготовки обеспечивается сообщением заготовке дополнительного вращательного движения. При обработке зубьев по методу диагонального зубофрезерования заготовке и червячной фрезе, при постоянном расстоянии между осями сообщается равномерное движение вращения и относительное поступательное перемещение вдоль осей их вращения [277, 279, 280]. Обработка бочкообразных зубьев осуществляется за счет использования специальной фрезы с переменной толщиной витков. Применение стандартных червячных фрез для нарезания бочкообразных зубьев по данному способу, возможно при введении в кинематику формообразования дополнительного неравномерного движения в тангенциальном направлении, взаимосвязанного с осевой подачей фрезы.

Долблением продольную модификацию зубьев обеспечивают при относительном движении заготовки зубчатого колеса по круговой траектории [281], с заготовкой качающейся в плоскости, перпендикулярной плоскости расположения осей долбяка и колеса [282] и когда при обработке долбяку сообщается дополнительное возвратно-качательное движение относительно оси, параллельной оси вращения колеса [283].

Чистовую обработку незакалённых зубчатых колёс с бочкообразным зубом осуществляют зубошевингованием [200, 269, 270, 284, 285, 286, 287, 288]. Самым распространённым способом шевингования бочкообразных зубьев является способ, при котором шеверу сообщается продольная подача вдоль оси заготовки [200, 269, 270, 284], и в процессе шевингования производится изменение межцен-

трового расстояния за счёт применения различного рода копирных устройств. Копирные устройства обеспечивают качание шевера в плоскости параллельной линии центров шевера и заготовки. Для расширения технологических возможностей процессов обработки зубьев разработаны: способ шевингования бочкообразных зубьев с тангенциальной подачей [285] и различного вида устройства, построенные на принципе качания заготовки относительно инструмента. Способ [285] основан на изменении межцентрового расстояния в процессе шевингования посредством сообщения шеверу дополнительной тангенциальной подачи, перпендикулярной к линии центров шевера и заготовки.

В Тульском государственном университете предложена схема чистового зубонарезания цилиндрических колес гребенчатыми фрезами [289]. Продольная модификация зубьев (бочкообразность) при обработке зубчатого венца в соответствии с данным способом образуется за счет быстрых качательных движений вращающегося инструмента относительно плоскости симметрии зубчатого венца заготовки.

Высокой производительностью характеризуются технологические процессы получения зубьев протягиванием. Способом кругового протягивания [290] нарезаются колеса с бочкообразными зубьями с использованием копиров определенного профиля, за счет которых траектория чистовых зубьев, расположенных на подвижных элементах, представляет собой дугу окружности большого радиуса.

Чистовая зубообработка резцовыми головками позволяет получать цилиндрические колеса с модифицированными зубьями. Например, зубонарезание двухрядными резцовыми головками с нулевым углом профиля осуществляется в плоскости симметрии зубчатого венца заготовки [291], чистовое зубонарезание - коническими одновитковыми резцовыми головками [292, 293].

Схема зубонарезания спаренными дельтовидными резцовыми головками [294, 331] предполагает формообразование зубчатых поверхностей двумя наклонно расположенными головками в соответствии со схемой метода z-кратного обката.

Чистовую обработку закалённых зубчатых колёс с бочкообразным зубом осуществляют зубошлифованием [200, 269, 270, 295, 296]. Шлифование зубьев с продольной модификацией может осуществляться следующими способами: шлифование профильным или червячным кругом с использованием копировальной системы (схема аналогична обработке бочкообразных зубьев червячной фрезой по копиру); шлифование коническим кругом; шлифование плоским кругом; шлифование двумя тарельчатыми кругами. При зубошлифовании коническим кругом продольная модификация зуба обеспечивается благодаря согласованности перемещений круга по шаблону радиально к заготовке и вдоль зуба заготовки. Продольная модификация зубьев при шлифовании плоским кругом обеспечивается специальной правкой рабочей стороны шлифовального круга, на которой образуется конусная вогнутая поверхность. Шлифование продольно-модифицированных зубьев двумя тарельчатыми кругами осуществляется путем согласования движения обката и подачи заготовки, круги при этом совершают только вращательное движение.

Рассмотренные технологические способы обеспечения продольной модификации зубьев цилиндрических зубчатых передач в основном базируются на традиционных методах изготовления зубьев, а соответственно обладают ограничениями, в плане гибкости получения требуемых видов модификации боковой поверхности зубьев.

1.4.2. Технологические способы формообразования зубьев с пространственной модификацией

Вопросам технологии изготовления пространственно-модифицированных зубчатых венцов цилиндрических колес, посвящены работы [246, 247, 249, 297, 298, 299, 300]. Выполнив анализ известных технологических способов изготовления зубчатых венцов цилиндрических колес с пространственной модификацией зубьев, разработаем классификацию способов формообразования зубьев цилиндрических колес с пространственной модификацией в зависимости от вида относи-

тельных движений инструмента и заготовки (рисунок 1.19.). Все известные способы по степени соответствия геометрии зубьев расчетной можно разделить на: способы нарезания зубьев с теоретически точной пространственной геометрией и способы нарезания зубьев с приближенной к заданной пространственной геометрией. Зубья с теоретически точной пространственной геометрией получают при соблюдении двух условий второго способа Оливье [62, 63, 301, 302], в остальных же случаях можно говорить о нарезании зубьев с приближенной пространственной геометрией.

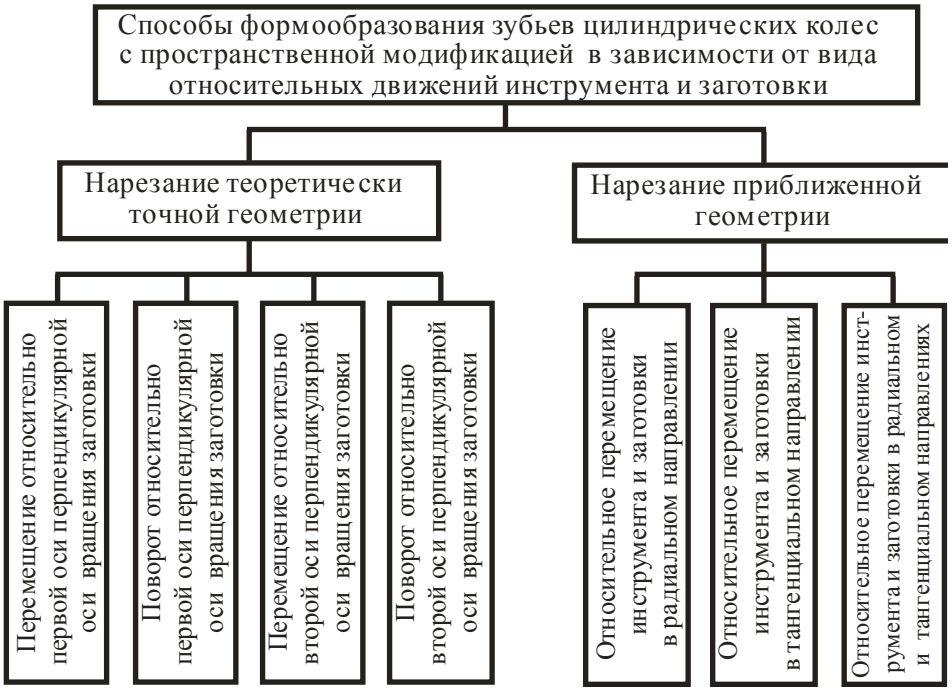


Рисунок 1.19. Способы формообразования зубьев цилиндрических колес с пространственной модификацией в зависимости от вида относительных движений инструмента и заготовки

Для реализации второго способа Оливье, при обработке зубьев с теоретически точной пространственной геометрией, необходимо заготовке и инструменту придать дополнительные движения, позволяющие воссоздать в процессе формообразования зубьев условия, в которых зубчатое изделие будет эксплуатироваться. А так как в результате наличия погрешностей изготовления и монтажа зубчатый венец в реальном зацеплении может быть смещен относительно номинального положения, то и в процессе его нарезания задаются два перемещения и два поворота относительно двух взаимно перпендикулярных осей, которые лежат в плоскости перпендикулярной оси вращения заготовки. При этом для нарезания зубьев с заданной пространственной модификацией возможно как смещение или

поворот в одном из направлений [303], так и сочетание или комплекс всех перемещений и поворотов [304]. А так же возможно сведение всех погрешностей к одному какому-то комплексному показателю, например суммарному углу перекоса для зубчатых муфт.

Одним из способов нарезания зубьев втулок с пространственной модификацией является пространственное зубохонингование [238, 249, 305, 306, 307, 308, 309]. Инструментом является дисковый хон с внутренними зубьями, боковая поверхность которых полностью совпадает с боковой поверхностью зубьев обоймы. Формообразование зубьев с заданной пространственной модификацией осуществляется за счёт относительного пространственного движения зубьев, обусловленного вращением инструмента и изделия вокруг своих продольных осей, расположенных под углом друг к другу. В процессе обработки применяются специальные устройства [305, 306, 310], в основу которых положен принцип создания в процессе обработки зубчатой втулки в реальных эксплуатационных условиях.

Повышение несущей и компенсирующей способности цилиндрических зубчатых колес за счет реализации между зубьями пространственного зацепления приводит к необходимости разработки новых технологических способов и технологического оборудования. Однако зачастую получение пространственно-модифицированных зубьев затруднено и тогда разрабатываются технологические способы нарезания приближенных к заданным зубчатых венцов.

В работах [246, 247, 298] отмечено невозможность получения зубьев с теоретически точной пространственной модификацией на существующем серийном оборудовании, поэтому в дальнейшем рассчитываются геометрические параметры боковой поверхности зуба максимально приближенные к заданной пространственной модификации. Полученный зубчатый венец с пространственно-модифицированными зубьями разработан из условия обеспечения минимального бокового зазора, повышения контактной прочности зубьев, улучшения условий их взаимодействия, обеспечения возможности обработки традиционными технологическими методами. Зубья в данном случае получаются эвольвентными в сред-

нем торцовом сечении венца и бочкообразными в сечении плоскостью, касательной к делительному цилиндру.

Вопросам повышения качества и эффективности изготовления пространственно-модифицированных зубьев муфт посвящены работы [311, 312, 313]. При этом, одновременное повышение качества и эффективности предлагается достигать получением зубьев с модификацией приближенной к заданной пространственной высокопроизводительными методами на этапах предварительной обработки зубчатого венца, а на этапе окончательной обработки — получать зубья с теоретически точной пространственной модификацией при выполнении двух условий второго способа Оливье.

Способ получения зубьев с теоретически точной групповой пространственной модификацией описан в работах [244, 314, 315, 316]. Способ основывается на выполнении двух условий второго способа Оливье и заключается в том, что при формообразовании осуществляются следующие движения (рисунок 1.20): - D_r- главное движение – движение резания, прямолинейное поступательное перемещение инструмента вдоль продольной оси заготовки; - $D_{пр.м}$- пространственное движение – движение продольной оси заготовки при котором она описывает в пространстве коническую поверхность, с переменным углом наклона образующей конуса (рисунок 1.21). Для осуществления обработки всех впадин между зубьями выполняются два вспомогательных движения: - $D_д$- движение деления – периодический поворот заготовки на один угловой шаг, для обработки следующей впадины зубьев; - $D_{от.под}$- движение отвода-подвода инструмента, необходимое для осуществления движения деления.

Зубья с групповой пространственной модификацией [244, 255, 317] по своей структуре отличаются от других известных зубьев и для их получения необходимо проектирование и изготовление специального технологического оборудования и режущего инструмента, что не всегда является рациональным в условиях того или иного производства. Вместе с тем возможно получение зубьев с приближенной к групповой пространственной модификацией с использованием существую-

щего серийного оборудования и с применением по возможности стандартного режущего инструмента [318, 319, 320, 321, 322, 323, 324, 325].

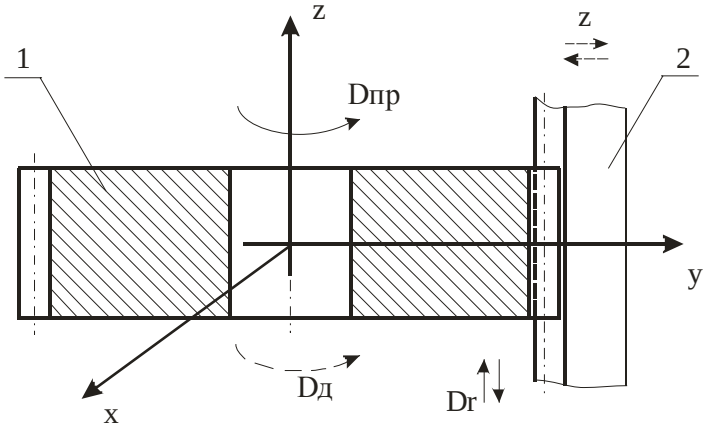


Рисунок 1.20. Способ нарезания зубьев с групповой пространственной модификацией методом копирования

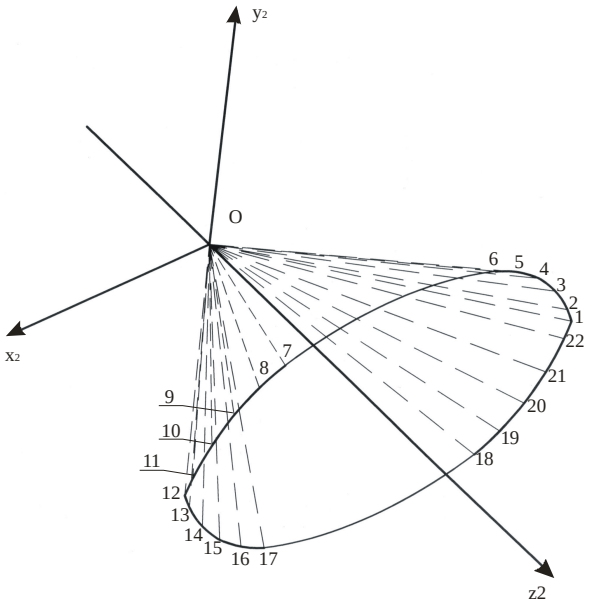
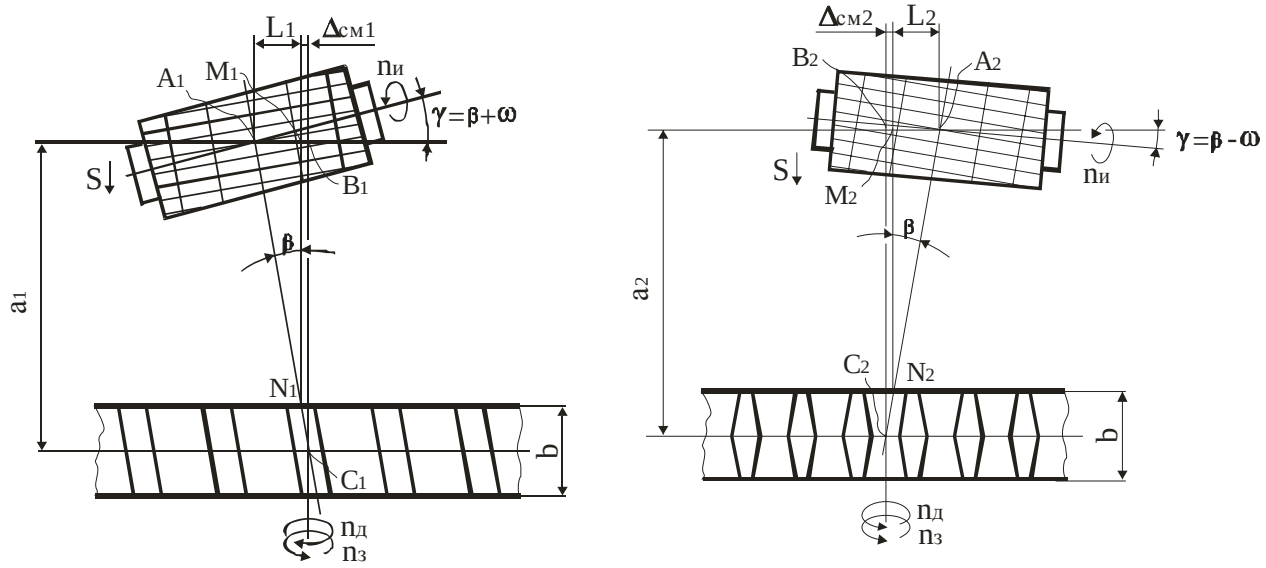


Рисунок 1.21. Положения продольной оси заготовки

Из классификации способов обработки зубьев с продольной модификацией (рисунок 1.18) видно, что данные технологические способы основаны на смещении инструмента либо в радиальном, либо в тангенциальном направлении, что позволяет получить зубья с требуемой геометрией боковой поверхности. Для более полного приближения геометрии боковой поверхности к теоретически точной геометрии в работе [244] предложено найти такое положение эвольвенты в пространстве, чтобы минимизировать отклонения от нее профиля боковой поверхности зубьев втулки с рассматриваемой геометрией во всех сечениях по их длине. Достичь требуемого результата можно: радиальным смещением заготовки относительно инструмента; тангенциальным смещением инструмента относительно заготовки; одновременным радиальным смещением заготовки и тангенциальным смещением инструмента [244].

Способ нарезания зубьев с приближенной к групповой пространственной модификацией на существующем серийном оборудовании стандартным режущим инструментом представлен на рисунке 1.22. [244, 326]. В процессе обработки из-

меняется взаимное расположение заготовки и инструмента, а так же направление дополнительного вращения стола. Обработка зубьев ведется за два прохода. Для получения зубьев с требуемой геометрией боковой поверхности в процессе обработки обеспечивается пересечение траекторий относительного перемещения инструмента, как для первого, так и для второго проходов в точке принадлежащей плоскости симметрии зубчатого венца и оси его вращения путем смещения инструмента в осевом направлении на величину $\Delta_{см}$ (рисунок 1.22.).



а) б)

Рисунок 1.22. Обработка зубьев с приближенной к групповой пространственной модификацией: а) первый рабочий ход; б) второй рабочий ход.

Зубчатые колеса эксплуатируются в условиях наличия перемещений, вызванных разного рода погрешностями и деформациями, а контактирование их осуществляется по контактным линиям определенным образом, расположенным в пространстве. Поэтому основными недостатками описанных выше способов получения зубьев с пространственной модификацией, в том числе и приближенных к пространственным, является преимущественно плоская постановка технологических задач. При этом плоская постановка технологических задач не позволяет в ряде случаев обеспечить заданную точность нарезаемых зубчатых венцов. Поэтому для повышения эксплуатационных показателей цилиндрических зубчатых колес и передач на их основе необходимо разрабатывать новые технологические

способы изготовления их элементов и элементы технологического оснащения, которые основываются на пространственной постановке технологических задач.

1.4.3. Технологическое оборудование, применяемое для нарезания зубьев цилиндрических зубчатых колес с модификацией боковой поверхности

В настоящее время применяются следующие виды технологического оборудования и оснастки для получения цилиндрических зубчатых колес с модификацией боковой поверхности зубьев: серийные зубообрабатывающие станки, в том числе и со специальными устройствами; зубообрабатывающие станки с ЧПУ; специальное оборудование и устройства для получения пространственно-модифицированных зубьев.

Обработка цилиндрических зубчатых колес с продольной модификацией ведется в основном на серийном зубообрабатывающем оборудовании [270, 327, 328, 329, 330, 331, 332, 333], а также применяются различные устройства позволяющие расширить технологические возможности серийного технологического оборудования [334, 335, 336, 337, 338]. Зарубежные фирмы также выпускают высокопроизводительные зубофрезерные станки, предусматривающие возможность обработки колес с модифицированными зубьями по копиру [339, 340], и станки для шевингования бочкообразных зубчатых колес средних модулей [341, 342].

Использование серийного зуборезного оборудования для нарезания цилиндрических колес с модифицированной боковой поверхностью зубьев приводит к необходимости модернизации оборудования и значительному усложнению его конструкции, а наличие подвижных элементов, реализующих дополнительные движения, уменьшает суммарную жесткость оборудования и может отрицательно сказаться на точности зубонарезания. Кроме того, при фрезеровании и шевинговании бочкообразных колес увеличивается число проходов и соответственно толщина слоя металла, удаляемого дополнительно на торцах зубьев, что в итоге снижает производительность обработки.

С конца 80 - х годов прошлого столетия началось применение зубообрабатывающих станков с числовым программным управлением [343, 344, 345, 346, 347, 348, 349], которые позволяют повысить производительность зуборезных работ за счет сокращения времени на их настройку. В современных зубофрезерных станках уже заложен цикл обработки зубьев с различного рода продольными модификациями, что исключает необходимость применения копировальных устройств. Однако зубообрабатывающие станки с ЧПУ не получили широкого распространения при изготовлении цилиндрических колес с бочкообразными зубьями в основном из-за их высокой стоимости.

Основными тенденциями при проектировании современных зубофрезерных станков являются [270, 350]:

- высокие технологические возможности на основе использования постоянных циклов и непосредственного программирования станка;

- высокая жесткость и теплостойкость станины;

- отдельные двигатели для движения резания, рабочих подач и вспомогательных ходов;

- фрезерные суппорты должны позволять размещение фрез большой длины (200 мм и более) с целью обеспечения увеличенного количество передвижек;

- радиальная подача передней подвижной стойки с фрезерным суппортом осуществляется на неподвижную контрстойку с вращающимся столом;

- автоматическая загрузка-разгрузка деталей со стороны неподвижной контрстойки и быстрые отводы-подводы инструмента (до 5 секунд, в то время как для станков с механической системой управления - 20 секунд и более).

Анализ компоновок известных зубофрезерных станков показал, что они имеют, как правило, 3 – 6 управляемых координат, причем от двух до пяти одновременно. Наиболее универсальны станки с шестью управляемыми координатами. Они позволяют осуществлять в цикле обработки: вращение инструмента с заданной скоростью резания и согласованное с ним непрерывное или дискретное вращение стола станка с заготовкой; движение инструментального суппорта с продольной подачей и осевой подачей; радиальное перемещение инструменталь-

ной бабки по направляющим станины; поворот инструментального суппорта для обеспечения заданного угла подъема винтовой линии обрабатываемых зубьев.

Применение специального технологического оборудования [244, 315, 351, 352, 353, 354] позволяет получать зубчатые венцы с заданными пространственными модификациями боковой поверхности зубьев цилиндрических зубчатых колес. Устройство для получения зубьев втулки с групповой пространственной модификацией представлено на рисунке 1.23 [244, 315, 354].

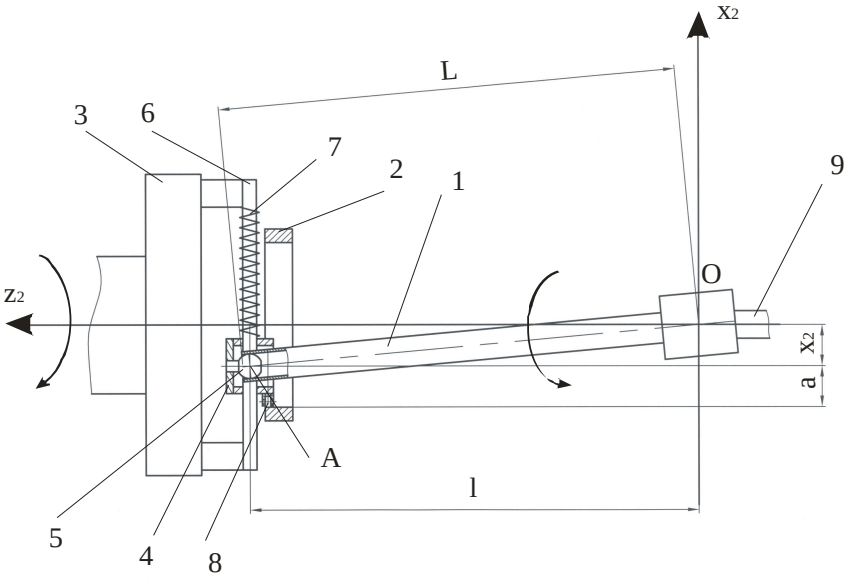


Рисунок 1.23. Схема устройства для получения зубьев втулки с групповой пространственной модификацией

Недостатком специального оборудования является его не универсальность. В основном подобное оборудование разрабатывается для получения изделия с пространственно-модифицированными зубьями одного какого-либо вида и даже не всегда предполагает переналадку при изменении количества зубьев и габаритных и присоединительных размеров обрабатываемых зубчатых колес. А технологические возможности станков с ЧПУ задействованы не в полной мере для получения зубьев с модификациями приближенными к пространственным, особенно на операциях предварительного формообразования зубчатого венца.

1.5. Погрешности изготовления зубчатых венцов цилиндрических зубчатых колес и способы контроля их точности

Точность изготовления зубчатых колес оказывает влияние на их эксплуатационные показатели: кинематическую неточность, боковые зазоры, шум, к.п.д.,

динамические нагрузки, концентрацию напряжений и т. д. [270, 355, 356, 357, 358, 359]. Исходя из необходимости иметь передачи с требуемыми эксплуатационными свойствами, в ГОСТ 1643-81 установлены три вида норм точности: кинематическая точность, плавность работы и контакт зубьев [270, 355, 360]. А так же в зависимости от условий работы передачи назначаются боковые зазоры. При этом точность зубчатых колес зависит от технологии их изготовления [270, 355, 361, 362, 363, 364, 365], применяемого технологического оборудования и точности его настройки [366, 367, 368, 369]. Для контроля точности зубчатых колес и передач в разных условиях производства стандартом предусмотрен ряд комплексов контроля, содержащих комплексные и поэлементные показатели для каждой из трех норм точности и вида сопряжения [355]. Практически для всех колес контрольный комплекс включает контроль параметров полноты контакта зубьев по величине суммарного пятна контакта. Размеры суммарного пятна контакта является наиболее комплексным показателем, позволяющим оценить точность и качество передачи. Суммарное пятно контакта в передаче оказывает влияние на коэффициент полезного действия, несущую способность и плавность работы передачи [270]. Кроме этого размеры и положение пятна контакта определяет ряд эксплуатационных характеристик передачи, таких как шум, вибрации, легкость переключения и др.

Наиболее жесткие требования предъявляются к пятну контакта высокоскоростных и тяжелонагруженных зубчатых передач [370]. Поломки зубьев, контактные разрушения, усиленный износ рабочих поверхностей и значительный шум передачи в большинстве случаев возникают вследствие концентрации нагрузки на ограниченной площади контакта. Основной причиной концентрации нагрузки является неправильно выбранный исходный контакт зубьев при изготовлении колес и монтаже передачи. В результате не правильно учтенных перекосов сопрягаемых колес, вызванных погрешностями сборки, а также деформации элементов под воздействием нагрузки возникает неблагоприятный контакт зубьев, ухудшающий эксплуатационные характеристики зацепления.

Наиболее точную оценку точности передачи можно получить при контроле ее кинематической погрешности с гармоническим анализом и определении суммарного пятна контакта [270]. В ряде случаев целесообразно контролировать спектр вибраций или спектр шума по специально установленным нормам.

В нормативно-технической документации кроме размеров суммарного пятна контакта устанавливают допустимую форму и расположение площадки контакта зубьев цилиндрических зубчатых колес в передаче. При этом неблагоприятными являются смещения площадки контакта к одному из торцов зубчатого венца, при которых в передаче будет возникать кромочный контакт, и значительные разрывы пятна контакта по высоте зуба [371].

В работе [372] показано, что амплитуда реальных погрешностей под действием рабочей нагрузки значительно увеличивается по сравнению с величиной амплитуды без нагрузки из-за переменной жесткости зацепления и ударных нагрузок. А также в тяжелонагруженных передачах деформации зубьев достигают значительных величин, сопоставимых с погрешностями основного шага, либо значительно превышают его. Вследствие чего в работе [372] делается вывод о нецелесообразности дальнейшего повышения точности и предлагается использование различного вида модификаций профиля зуба для повышения несущей способности зубчатых колес.

Обеспечением благоприятных форм контакта в зубчатых передачах конструкторско-технологическими методами является профильная и продольная модификация зубьев колес [373]. При этом стремятся добиться пятна контакта, имеющего эллиптическую форму. Глубина продольной модификации зависит от погрешностей изготовления и монтажа элементов зубчатых передач [374].

Продольная модификация зубьев цилиндрических колес благоприятно влияет на эксплуатационные характеристики передач. В работе [375] отмечается, что правильно выбранная модификация зубьев колес, работающих с окружными скоростями до 25 м/с, обеспечивает суммарный уровень шума, контактную и изгибную прочность в тех же пределах, как и колеса, точность которых на 1...2 степени выше. При этом допускается увеличение нагрузки по условиям заедания в

1,5 раза. По данным [270] бочкообразная модификация зубьев колес позволяет снизить уровень шума коробок скоростей металлорежущих станков в среднем на 5 дБ.

Исследования вибрационных характеристик зубчатых передач, работающих в условиях перекоса, вызванного погрешностями изготовления, монтажа и упругими деформациями элементов передачи [376], подтвердили благоприятное влияние продольной модификации зубьев на работу передачи. Опыт эксплуатации зубчатых муфт с бочкообразными зубьями, работающих в условиях перекоса и смещения осей соединяемых узлов, показал, что поломки их практически отсутствовали. Испытания модифицированных зубчатых муфт выявили повышение нагрузочной способности и долговечности изделий в 1,5...2 раза по сравнению с не модифицированными.

В работах [377, 378] рассмотрено влияние на точность профиля зуба нарезаемого колеса погрешностей инструмента, в том числе и его заточки, а также точности установки фрез на инструментальную оправку, которая определяется смещением и перекосом оси фрезы [379]. Исследованию геометрической точности зубофрезерных станков посвящены работы [380, 381], а кинематической точности - работы [382, 383, 384].

Фактическая точность нарезанных зубчатых колес может значительно отличаться от расчетной точности [385], а наиболее слабым звеном является кинематическая цепь привода инструмента. Значительное изменение нагружения системы наблюдается и в результате биения инструмента, и неравномерности срезаемого припуска, и наличия зазоров в механических частях станочной системы и при врезании и выходе фрезы у торцов заготовки. В результате появляются дополнительные динамические колебания, приводящие к образованию погрешностей профиля и линии зуба нарезаемого колеса. Динамическое влияние возрастает с увеличением глубины резания и подачи [386].

В работах [355, 385] решаются вопросы комплексного управления точностью изготовления цилиндрических зубчатых колес. Данный метод заключается в выявлении действующих в технологической системе факторов, в оценке индиви-

дуального влияния каждого из них на точностные характеристики процесса и разработке комплекса мероприятий, позволяющих с доступной для данного случая полнотой и эффективностью ослабить отрицательное или усилить положительное влияние этих факторов. Исследованы технологические вопросы изготовления зубчатых колес, касающиеся выбора режимов резания, оснастки, оборудования, влияния жесткости технологической системы, намечены пути и способы повышения точности зубообработки [200, 270, 291, 387].

Требования, предъявляемые к точности изготовления зубчатых венцов, для деталей входящих в те или иные изделия приведены также в государственных стандартах на эти изделия. Так требования к точности изготовления венцов втулок зубчатых муфт представлены в ГОСТ 5006—94. В частности, предусмотрено изготовление зубчатых венцов втулок трех степеней точности в зависимости от значения окружной скорости на делительной окружности, а так же допускается изготовление зубчатых венцов втулок с любой степенью точности, по согласованию между изготовителем и потребителем. При этом в процессе изготовления зубчатых венцов в соответствии с ГОСТ 5006—94 должны контролироваться длина общей нормали и накопленная погрешность шага. Контроль данных параметров зубчатых венцов согласно ГОСТ 5006—94 должен осуществляться с применением универсальных средств измерения [270, 355, 356, 388, 389, 390, 391].

Качество передачи связано с ошибками изготовления зубчатых колес и деталей, определяющих их взаимное расположение в передаче (корпусов, подшипников и валов). Деформация деталей под нагрузкой также влияет на качество передачи [392].

Улучшить качество зубчатых передач, в частности, повысить их надежность и износостойкость, снизить уровень шума и вибраций, уменьшить влияние погрешностей изготовления и монтажа, также перемещений вызванных деформациями в процессе эксплуатации, возможно за счет локализации площадки контакта по середине зуба путем перехода к зацеплению цилиндрических колес с различной продольной (вогнутой н выпуклой) пространственной модификацией зубьев.

При этом возникает вопрос об эффективных методах и средствах контроля сложных пространственных, периодически повторяющихся поверхностей боковых сторон пространственно-модифицированных зубьев. Так как универсальные средства измерения параметров зубчатых венцов цилиндрических зубчатых колес не учитывают особенностей структуры зубьев ни с одной из известных пространственных модификаций, таких как: изменение значения толщины зуба как по высоте зуба, так и по длине зубчатого венца. Данное обстоятельство не позволяет применять их для контроля зубчатых венцов с пространственно-модифицированной боковой поверхностью зубьев.

В настоящее время для измерения и контроля сложных пространственных поверхностей применяется техника, отличающаяся высокими скоростями и производительностью обработки данных, например, координатно-измерительные машины [391, 393, 394, 395] и 3-D сканеры.

Координатно-измерительные машины позволяют выполнять измерения значений трех координат X, У, Z в цифровой форме. Измерительная часть машины представляет собой преобразователь перемещения измерительной головки, несущей измерительный наконечник, в цифровой код. Число, зафиксированное счетчиком на цифровом табло, соответствует расстоянию, на которое перемещается шкала между двумя последовательными измерениями. Машины снабжают специально разработанными ЭВМ, с помощью которых сравнивают действительные размеры измеряемых деталей и взаимное расположение поверхностей с теоретическим значениями размеров. Координатно-измерительные машины применяются и для контроля параметров точности зубчатых венцов [396, 397, 398].

3-D сканеры позволяют получать трехмерные цифровые модели сложных пространственных изделий с достаточно высокой точностью. Сканер определяет расстояние до объекта, для чего используется одна или несколько камер и лазерный луч или различного вида излучения. Полученные результаты измерения записываются, после чего проводится анализ и на экран выводится готовая цифровая модель. Точность сканирования современных 3-D сканеров составляет от 0,015 до 0,05мм при разрешении порядка 0,05мм [399, 400, 401].

Координатно-измерительные машины и 3-D сканеры успешно применяются для измерения и контроля изделий сложной формы. Это обусловлено их высокой производительность, высокой точностью и высокой степенью автоматизации процесса как самих измерений, так и последующей обработки данных. Данные измерительные устройства позволяют определять геометрию изделий целиком и, в частности, геометрию боковой поверхности зубьев и являются единственным возможным способом контроля зубчатых венцов с пространственными геометриями зубьев. При этом в зависимости от геометрии контролируемых объектов необходимо иметь соответствующий математический аппарат, который позволит выполнить как непосредственно сами измерения, так и сравнить результаты измерений с соответствующими теоретическими значениями и определить параметры точности исследуемых зубчатых венцов.

1.6. Выводы

1. В результате анализа систем синтеза и оптимизации цилиндрических зубчатых колес и передач установлено, что при проектировании зубчатых венцов не учитывают комплексное действие погрешностей изготовления, погрешностей монтажа и деформаций элементов зубчатых передач во время эксплуатации под действием рабочих нагрузок. Взаимодействия зубьев зубчатых колес идеализированы и не учитывают реальные процессы, происходящие в передаче под действием факторов, возникающих во время эксплуатации. Вследствие чего не удается обеспечить заданный характер контактирования зубьев, что приводит к снижению эксплуатационных характеристик, а также влечет за собой снижение нагрузочной способности передачи и снижение ее долговечности.

2. Известные подходы к решению конструкторских или технологических задач направлены на решение одной частной задачи, или нескольких частных задач создания зубчатого зацепления, или оптимизации по одному или нескольким критериям. Они носят односторонний характер с упором либо в конструирование либо в формообразование, что не всегда позволяет получать зубчатые венцы с

максимальными эксплуатационными показателями экономически обоснованными способами.

3. Дальнейшее совершенствование зубчатых зацеплений цилиндрических зубчатых колес возможно при переходе к пространственному рассмотрению процессов, происходящих в реальном соединении, с учетом действующих технологических и эксплуатационных факторов, и реализации комплексного конструкторско-технологического подхода в решении задач создания зубчатых зацеплений, оптимизации геометрии зубьев и совершенствования процессов формообразования зубчатых венцов с пространственной модификацией зубьев.

4. Наличие перемещений зубчатых венцов, вызванных погрешностями изготовления, погрешностями монтажа и перемещениями вследствие деформаций элементов зубчатых передач под рабочей нагрузкой, приводит к ухудшению условий взаимодействия зубьев и к изменению теоретических характеристик зубчатых передач. Как следствие, зубчатые колеса перемещаются неравномерно, возникают динамические явления и перегрузка элементов передачи. Данные обстоятельства негативно сказываются на надежности и долговечности изделий с зубчатыми передачами.

5. Известные конструктивные подходы к решению вопросов повышения нагрузочной и компенсирующей способности цилиндрических зубчатых колес не позволяют создавать универсальные конструкции зубчатых передач, способных компенсировать все негативные эксплуатационные факторы. С учетом наличия в любых механизмах погрешностей изготовления и монтажа, а также деформаций в процессе эксплуатации улучшение эксплуатационных характеристик зубчатых передач возможно путем создания изначально пространственных зацеплений цилиндрических зубчатых колес.

6. Известные технологические способы повышения надежности и долговечности зубчатых колес и передач, применяемое технологическое оборудование и РИ, в основном базируются на традиционных методах изготовления зубьев цилиндрических зубчатых колес. Специальное оборудование и РИ, применяемые для обработки зубчатых венцов с пространственной модификацией имеют суще-

ственные ограничения, как по конструкции зубчатых колес, так и по геометрии нарезаемых зубьев.

7. Применение существующего серийного оборудования, учет пространственного характера контактирования зубьев в зубчатом зацеплении во время эксплуатации и пространственная постановка технологической задачи формообразования зубчатых венцов, позволит максимально приблизить параметры нарезаемых зубьев к параметрам зубьев с соответствующей теоретической пространственной модификацией. Решение технологических задач формообразования зубчатых венцов с пространственными модификациями в пространственной постановке расширит технологические возможности существующего серийного оборудования и позволит полностью раскрыть потенциал зубообрабатывающего оборудования с ЧПУ.

8. В результате анализа погрешностей изготовления зубчатых венцов цилиндрических колес и способов контроля их точности было установлено, что универсальные средства измерения не позволяют осуществлять контроль параметров точности пространственно-модифицированных зубьев. Для измерения параметров зубчатых венцов с пространственными модификациями зубьев необходимо использовать комплексные измерительные устройства, такие как координатно-измерительные машины и 3-D сканеры. Применение таких устройств обусловлено сложностью геометрии контролируемых поверхностей, высокой производительностью, точностью и степенью автоматизации процесса, как самих измерений, так и последующей обработки данных. При этом для осуществления контрольных операций необходимо иметь соответствующий математический аппарат, который позволит выполнить непосредственно сами измерения, сравнить результаты измерений с соответствующими теоретическими значениями и определить параметры точности исследуемых зубчатых венцов.

РАЗДЕЛ 2.
ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФУНКЦИОНАЛЬНО-ОРИЕНТИРОВАННОГО КОНСТРУКТОРСКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПОДХОДА ПОВЫШЕНИЯ НАДЕЖНОСТИ, ДОЛГОВЕЧНОСТИ И НАГРУЗОЧНОЙ СПОСОБНОСТИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ

2.1. Функционально-ориентированный конструкторско-технологический подход повышения надежности, долговечности и нагрузочной способности цилиндрических зубчатых передач

В разделе 1.1 было показано, что наряду с различными способами проектирования плоских и пространственных зацеплений сложилось три подхода к проектированию зубчатых передач: технологический, конструктивный и конструктивно-технологический [74]. Применение того или иного подхода на практике в условиях конкретного производства зависит от множества факторов. Использование ИПК, свойственное технологическому подходу, приводит к ограничению функциональных возможностей зубчатых передач при возможности нарезания зубчатых венцов стандартным режущим инструментом. Отказ от использования ИПК, при конструктивном подходе, способствует расширению функциональных возможностей зубчатых передач, но приводит к снижению их технологичности и ограничению по применению в крупносерийном и массовом производствах.

Развитие конструктивно-технологического подхода для проектирования и производства цилиндрических зубчатых передач с учетом погрешностей изготов-

ления и монтажа зубчатых венцов, а также перемещений элементов зубчатых передач, вызванных деформациями, возникающими в процессе эксплуатации, наряду с использованием стандартного или нестандартного ИПК для формообразования зубчатых венцов должно привести к повышению их надежности, долговечности и нагрузочной способности. Учет всех составляющих погрешностей и деформаций при проектировании зубчатых венцов позволяет обеспечить требуемые функциональные свойства зубчатых колес и передач, а гибкий выбор вида ИПК позволит расширить технологические возможности существующих или проектируемых производств.

Рассмотрим комплексный функционально-ориентированный конструкторско-технологический подход повышения надежности, долговечности и нагрузочной способности цилиндрических зубчатых передач (рисунок 2.1.). Данный подход предполагает выполнение нескольких этапов в рамках жизненного цикла изделий с цилиндрическими зубчатыми колесами и передачами.

На первом этапе выполняется изучение и уточнение технических и эксплуатационных требований, предъявляемых к узлам с цилиндрическим зубчатыми колесами и зубчатыми передачами. К техническим требованиям относятся: передаваемая мощность, окружная скорость, режим работы и т.д. К эксплуатационным требованиям можно отнести: назначение передачи, предельные габаритные размеры, требования по долговечности и надежности передачи. На основании технических и эксплуатационных требований к зубчатым колесам и передачам определяются их геометрические параметры: число зубьев, ширина зубчатых венцов, модуль, межосевое расстояние, вид и глубина модификации боковой поверхности зубьев и т.д.

На втором этапе определяется точность изготовления и сборки элементов зубчатых колес и передач (степени точности колес, посадки для всех соединений, точность выполнения основных отверстий и т.д.), устанавливаются требования к состоянию поверхностного слоя рабочих поверхностей деталей, в том числе и боковой поверхности зубьев.

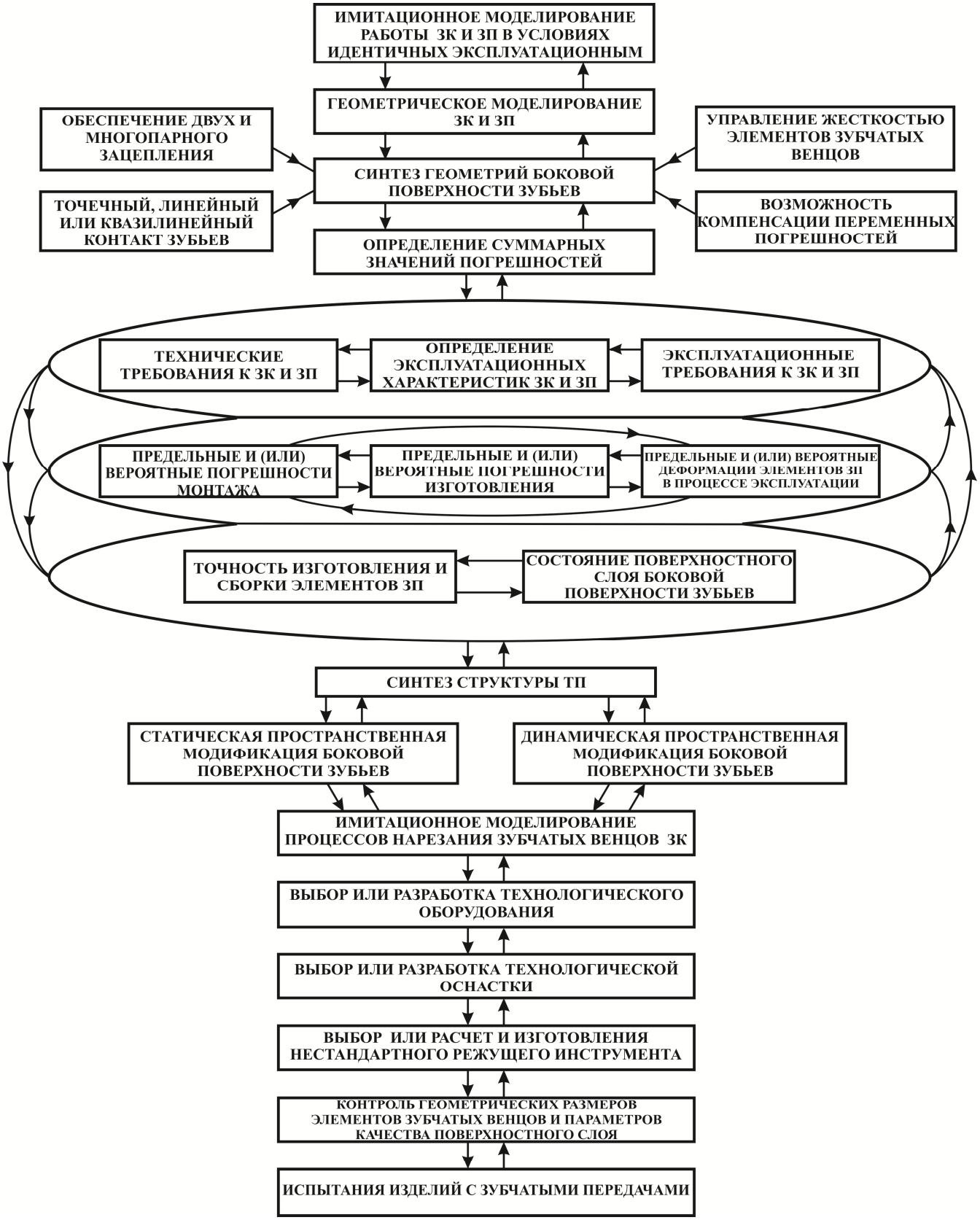


Рисунок 2.1. Структура функционально-ориентированного конструкторско-технологического подхода повышения надежности, долговечности и нагрузочной способности цилиндрических зубчатых передач

Третий этап заключается в определении предельных или вероятных погрешностей изготовления и монтажа, а также перемещений, вызванных деформациями элементов изделий с цилиндрическими зубчатыми колесами (зубьев, ободов зубчатых венцов, валов, элементов подшипников, корпусов и т.д.).

Данные, полученные на первых трех этапах, являются исходными данными для разработки конструкции зубчатых колес и передач, а также для проектирования технологических процессов изготовления зубчатых колес и сборки передач.

После определения всех составляющих элементарных погрешностей и деформаций элементов деталей на четвертом этапе определяют суммарные величины погрешностей: три суммарных перемещения и два суммарных поворота относительно координатных осей абсолютной системы координат.

На пятом этапе выполняют проектирование зубчатых венцов с учетом рассчитанных суммарных погрешностей изготовления и монтажа элементов зубчатых передач и величин их деформации под действием рабочей нагрузки. Проектирование выполняется с учетом обеспечения заданного характера контактирования зубьев (точечный, линейный или квазилинейный контакт зубьев), при обеспечении двух и многопарного зацепления, с управлением жесткостью элементов зубчатых венцов и возможностью компенсации переменных монтажный погрешностей или погрешностей, вызванных деформацией элементов зубчатых передач во время эксплуатации. Управление жесткостью элементов зубчатого венца способствует обеспечению заданной полноты контакта в зубчатом зацеплении.

Проектирование зубчатых венцов также может осуществляться с учетом достижений предельных или оптимальных значений эксплуатационных характеристик зубчатых колес и зубчатых передач (контактная прочность рабочих поверхностей зубьев, изгибная прочность зубьев, износ рабочих поверхностей, толщина масляного слоя, потери в зацеплении и т.д.).

На следующем шестом этапе выполняется расчет и уточнение эксплуатационных характеристик зубчатых колес и передач с учетом влияния погрешностей изготовления, погрешностей монтажа и перемещений, вызванных деформациями элементов изделий с цилиндрическими зубчатыми колесами.

При достижении значений эксплуатационных характеристик, удовлетворяющих техническим и эксплуатационным требованиям, предъявляемым к зубчатым колесам и зубчатым передачам, выполняется седьмой этап, который предполагает геометрическое моделирование зубчатых колес и зубчатых передач средствами CAD (Computer Aided Design) программ. Для выполнения этого этапа необходимо представить полученные при проектировании зубчатых венцов зависимости в виде, позволяющем выполнять автоматизированное создание боковой поверхности зубьев средствами CAD. Например, задав геометрию боковой поверхности зубьев в табличном виде или аппроксимировав линии пересечения боковой поверхности зубьев плоскостями ортогональными оси вращения зубчатых колес и плоскостями, касательными к концентричным цилиндрическим поверхностям сплайнами или другими зависимостями. Собственно, после чего и осуществляется построение 3D-модели цилиндрических зубчатых колес, передач и узлов с ними в полуавтоматическом или автоматическом режимах.

Полученные на седьмом этапе 3D-модели цилиндрических зубчатых колес, передач и узлов позволяют перейти к выполнению восьмого этапа – имитационному моделированию работы зубчатых колес и зубчатых передач в условиях идентичных к эксплуатационным средствами CAE (Computer Aided Engineering) программ. Имитационное моделирование работы зубчатых колес и зубчатых передач средствами CAE программ позволяет выполнить проверку работоспособности деталей и узлов под действием эксплуатационных нагрузок, определить характеристики передачи, а при необходимости выполнить одно или многокритериальную оптимизацию их конструкции.

При несоответствии эксплуатационных характеристик, определенных в ходе выполнения шестого этапа, требованиям, предъявляемым к зубчатым колесам и зубчатым передачам, повторяют этапы со второго по пятый. И путем изменения точности изготовления и сборки элементов зубчатых колес и передач, выполняют изменение предельных или вероятных погрешностей изготовления и монтажа, а также деформации элементов изделий с цилиндрическими зубчатыми колесами. После чего уточняются суммарные величины погрешностей зубчатых колес и

зубчатых передач, и проводится синтез зубьев. Для спрофилированных зубьев рассчитываются эксплуатационные характеристики, проводится геометрическое моделирование и выполняется проверочное имитационное моделирование работы зубчатых колес и зубчатых передач средствами CAE программ. Добившись, таким образом, требуемых эксплуатационных характеристик и проверив работоспособность и нагрузочную способность передач средствами CAE программ, выполняются сборочные и рабочие чертежи деталей, узлов и изделия в целом. На этом завершается этап конструкторской подготовки производства жизненного цикла изделий с цилиндрическими зубчатыми колесами.

На девятом этапе выполняется синтез структуры технологических процессов изготовления элементов зубчатых передач и сборки узлов и агрегатов с зубчатыми колесами. Исходными данными для выполнения этого этапа являются требования по точности, предъявляемые к элементам зубчатых колес и зубчатых передач в процессе их изготовления и сборки, требования по качеству поверхностного слоя взаимодействующих поверхностей, структура геометрии боковой поверхности зубьев, полученная в результате синтеза зубьев и результаты аппроксимации кривых в сечениях боковой поверхности зубьев зависимостями различного вида. Структура технологических процессов может быть различна в зависимости от конкретных производственных условий и должна разрабатываться на основе традиционных, комбинированных и новых технологий и схем формообразования элементов зубчатых колес и зубчатых передач. Комплексный функционально-ориентированный конструкторско-технологический подход повышения надежности, долговечности и нагрузочной способности цилиндрических зубчатых передач предполагает на этапах конструирования и изготовления изделий с цилиндрическими зубчатыми колесами постановку в соответствие геометрических параметров, эксплуатационных функций и характеристик цилиндрических зубчатых колес и зубчатых передач на их основе, технологическим воздействиям, которые необходимо осуществить для получения зубьев с заданной геометрией боковой поверхности и обеспечения искомых точности и качества рабочих поверхностей, функций и характеристик зубчатых колес и передач (рисунок 2.2). В

результате выполнения данного этапа могут быть разработаны единичные, групповые, типовые и др. ТП. А для реальных производственных условий разрабатываются МТП и (или) ОТП и выполняется формирование комплекта технологической документации. Разработка ТП должна вестись с применением имеющихся на производстве САПР ТП.

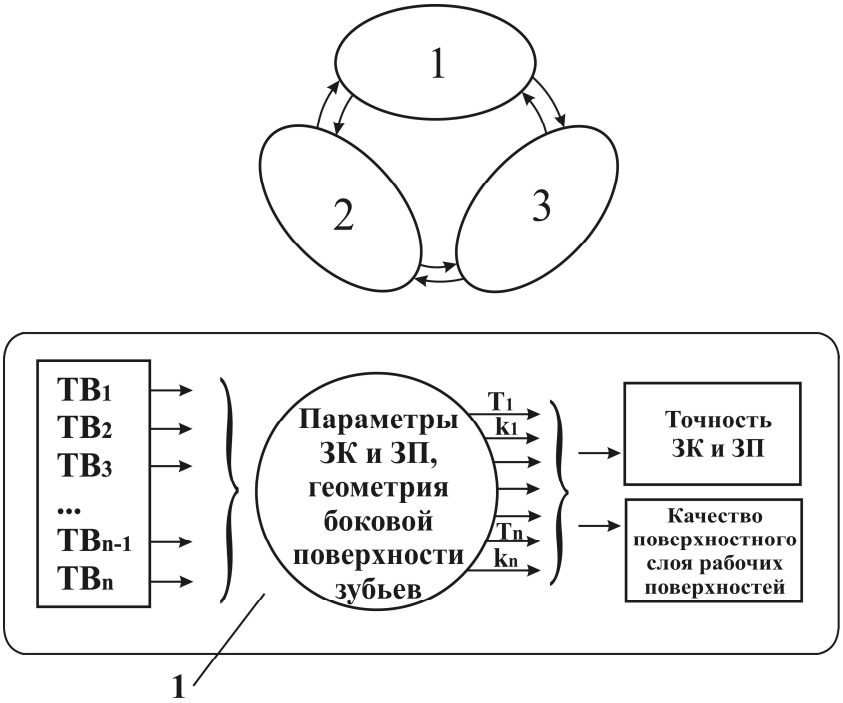


Рисунок 2.2. Структурная схема соответствия геометрических параметров, эксплуатационных функций и характеристик цилиндрических зубчатых колес и зубчатых передач на их основе, технологическим воздействиям

Обработка зубчатых венцов может вестись с постоянными режимными параметрами и с переменными во времени. Таким образом, различается статическая и динамическая модификация боковой поверхности зубьев. Статическая модификация боковой поверхности зубьев выполняется для неизменных во времени эксплуатационных условий. Динамическая модификация боковой поверхности зубьев выполняется для переменных во времени эксплуатационных условиях или для компенсации погрешностей различного вида входящих в некоторый интервал значений.

Применяя стандартный режущий инструмент и существующее серийное оборудование могут быть получены зубчатые венцы с геометрией боковой поверхности зубьев приближенной к заданной статической или динамической пространственной. Таким образом, на десятом этапе рассчитываются траектории относительных движений инструмента и заготовки для всех операций, разработан-

ного на девятом этапе технологического процесса изготовления венцов цилиндрических колес с пространственно-модифицированными зубьями.

На одиннадцатом этапе производится выбор технологического оборудования для осуществления операций разработанного технологического процесса. Для вновь спроектированных операций осуществляется проектирование нестандартного технологического оборудования или элементов подналадки или переналадки станков (кулачков и т.д.).

На двенадцатом этапе производится выбор или разработка технологической оснастки.

На тринадцатом этапе производится выбор стандартного или расчет и изготовление нестандартного режущего инструмента для осуществления разработанных операций ТП. Также на этом этапе назначаются режимы резания.

Четырнадцатый этап заключается в имитационном моделировании технологических процессов нарезания зубчатых венцов зубчатых колес средствами CAE программ. Имитационное моделирование может быть особенно актуально при разработке новых ТП, режущего инструмента и технологической оснастки. Имитационное моделирование позволяет получить комплекс данных для проведения качественной и количественной оценки эффективности применения конструкторских и технологических решений. Таким образом, завершается этап технологической подготовки производства изделий с цилиндрическими зубчатыми колесами.

На пятнадцатом этапе собственно осуществляется производство изделий с цилиндрическими зубчатыми колесами.

На шестнадцатом этапе выполняется контроль геометрических размеров элементов зубчатых венцов и параметров качества поверхностного слоя их рабочих поверхностей. По результатом контроля могут быть внесены коррективы в разработанный ТП, после чего может возникнуть необходимость полностью или частично повторять этапы с девятого по пятнадцатый.

Семнадцатый этап подразумевает выполнение испытаний изделий с зубчатыми передачами. На этом завершается этап производства, и продукция передается заказчику.

Следующие этапы жизненного цикла (на рисунке 2.1. не показан) предполагают эксплуатацию изделий с ЗП, а также весь комплекс мероприятий, позволяющих поддерживать их в работоспособном состоянии (техническое обслуживание, система планово-предупредительных и капитальных ремонтов). Планирование операций по восстановлению и ремонту изделий с зубчатыми колесами может осуществляться в соответствии с описанным ранее алгоритмом, минуя этапы синтеза зубьев. Данные о процессах, происходящих с зубчатыми колесами и передачами в процессе эксплуатации, могут быть использованы на всех этапах их конструкторского и технологического проектирования и производства для совершенствования, как самих расчетных алгоритмов, так и изделий в целом.

Таким образом, разработан функционально-ориентированный конструкторско-технологический подход повышения надежности, долговечности и нагрузочной способности цилиндрических зубчатых передач, который позволяет осуществлять как сквозное, так и итерационное проектирование цилиндрических зубчатых колес с пространственно-модифицированными зубьями, способных компенсировать все погрешности изготовления и монтажа элементов зубчатых передач, а также перемещения, вызванные деформациями элементов передач, возникающими в процессе эксплуатации под действием рабочей нагрузки. Реализация подхода позволит поддерживать заданный уровень качества зубчатых передач в течение всего времени их производства, совершенствовать зубчатые передачи с учетом данных, полученных в процессе их производства и эксплуатации.

2.2. Обобщенное описание пространственного зацепления цилиндрических зубчатых колес при наличии погрешностей и деформаций элементов зубчатой передачи

В работе рассматриваются внешние и внутренние зацепления цилиндрических зубчатых колес, в том числе внутренние зацепления с передаточным отношением равным единице, применяемые в зубчатых муфтах. Профиль зубьев колес и обойм зубчатых муфт принимается эвольвентным с прямолинейной образую-

щей. Зубья шестерни и зубчатой втулки выполняются пространственно-модифицированными и способны компенсировать погрешности изготовления и монтажа, а также перемещения, вызванные деформациями, которые возникают в процессе эксплуатации элементов зубчатых зацеплений. На рисунках 2.3 и 2.4 представлены системы координат цилиндрических зубчатых колес внешнего зацепления, внутреннего зацепления и внутреннего зацепления с передаточным отношением равным 1. Как видно из рисунков 2.3 и 2.4, с каждым из элементов зубчатого зацепления связана одна правосторонняя подвижная система координат: $S_1(x_1, y_1, z_1)$ - подвижная система координат, связанная с шестерней или с зубчатой втулкой, $S_2(x_2, y_2, z_2)$ - подвижная система координат, связанная с зубчатым колесом или зубчатой обоймой. А также выбрано расположение неподвижной, абсолютной системы координат $S\ (x, y, z)$ – начало координат, которой совпадает с полюсом зацепления Р.

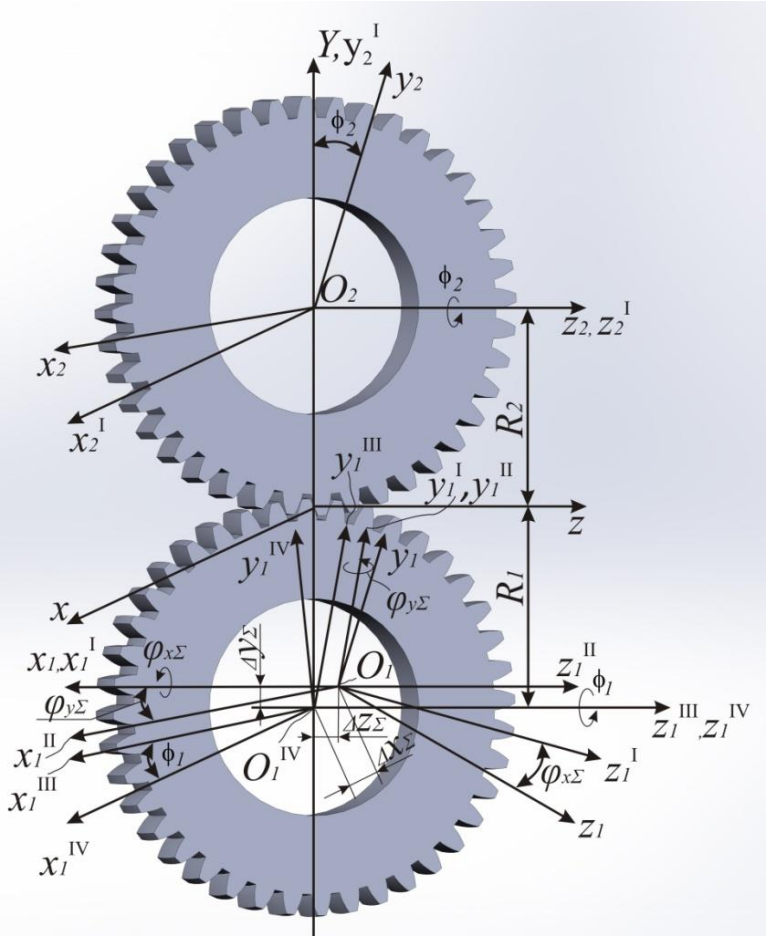


Рисунок 2.3. Системы координат цилиндрических зубчатых колес внешнего зацепления

Зубья колес во время эксплуатации взаимодействуют при наличии погрешностей изготовления, монтажа и перемещений, вызванных деформациями, которые возникают под действием рабочей нагрузки. Примем, что оси системы координат зубчатого колеса (зубчатой обоймы) параллельны осям абсолютной системы координат, а начало координат лежит на оси *OY*. А все возможные погрешности, деформации и перемещения сведем к суммарным значениям перемещений и поворотов и придадим их подвижной системе координат

$S_1(x_1, y_1, z_1)$, связанной с шестерней (зубчатой втулкой). Таким образом, системе координат $S_1(x_1, y_1, z_1)$, связанной с шестерней (зубчатой втулкой) сообщается (рисунок 2.3):

- поворот относительно оси x_1 на угол $\varphi_{x\Sigma}$;

- поворот относительно оси y_1^1 на угол $\varphi_{y\Sigma}$;

- три перемещения относительно трех координатных осей абсолютной системы координат Δx_Σ, Δy_Σ, Δz_Σ;

- во время работы шестерня (зубчатая втулка) вращается вокруг оси z_1^{III}, вращение задается углом поворота φ_1;

- для рассмотрения элементов шестерни (зубчатой втулки) в абсолютной системе координат начало координат системы переносится в полюс зацепления P.

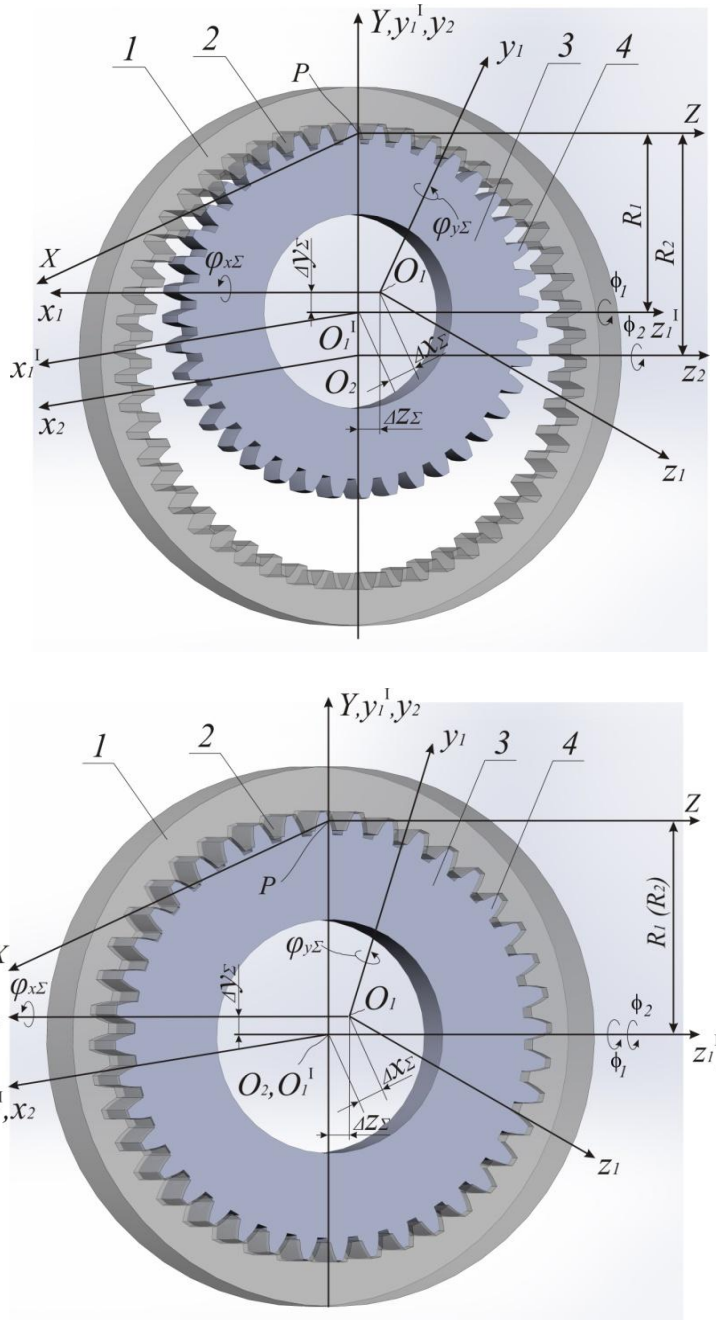


Рисунок 2.4.Системы координат цилиндрических зубчатых колес внутреннего зацепления: а - передаточное отношение больше единицы; б - передаточное отношение равно единице

Составим матрицы перехода от системы координат $S_1(x_1, y_1, z_1)$, связанной с шестерней (зубчатой втулкой) к абсолютной системе коор-

динат $S(X, Y, Z)$: $M_{\phi x\Sigma}$ - для поворота относительно оси x_1на угол $\varphi_{x\Sigma}$; $M_{\phi y\Sigma}$ - для поворота относительно оси y_1^1на угол $\varphi_{y\Sigma}$; $M_{см}$ - для перемещений относительно трех координатных осей абсолютной системы координат Δx_Σ, Δy_Σ, Δz_Σ ; M_{ϕ_1} - для вращения вокруг оси z_1^{III} на угол φ_1 ; M_{P_1} - для переноса системы координат в полюс зацепления P. Найдя произведение матриц $M\phi_{x\Sigma}$, $M\phi_{y\Sigma}$, $M_{см}$, $M\phi_1$ и M_{P1} получим матрицу перехода от системы координат $S_1(x_1, y_1, z_1)$, связанной с шестерней (зубчатой втулкой) к абсолютной системе координат $S(X, Y, Z)$. Результаты преобразований матриц сведем в Приложение А. В результате преобразования матриц получим систему уравнений для перехода от системы координат $S_1(x_1, y_1, z_1)$, связанной с шестерней (зубчатой втулкой), к абсолютной системе координат $S(X, Y, Z)$:

$$\left.\begin{aligned} X &= m_{11}x_1 + m_{12}y_1 + m_{13}z_1 + m_{14};\\ Y &= m_{21}x_1 + m_{22}y_1 + m_{23}z_1 + m_{24};\\ Z &= m_{31}x_1 + m_{32}y_1 + m_{33}z_1 + m_{34}. \end{aligned}\right\} \qquad (2.1)$$

Составим матрицу перехода от абсолютной системы координат $S(X, Y, Z)$ к системе координат $S_1(x_1, y_1, z_1)$, связанной с шестерней (зубчатой втулкой) M_1' (Приложение А), и получим систему уравнений для перехода от абсолютной системы координат $S(X, Y, Z)$ к системе координат $S_1(x_1, y_1, z_1)$, связанной с шестерней (зубчатой втулкой):

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= m'_{11}X + m'_{12}Y + m'_{13}Z + m'_{14};\\ y_1 &= m'_{21}X + m'_{22}Y + m'_{23}Z + m'_{24};\\ z_1 &= m'_{31}X + m'_{32}Y + m'_{33}Z + m'_{34}. \end{aligned}\right\} \qquad (2.2)$$

Системе координат $S_2(x_2, y_2, z_2)$, связанной с зубчатым колесом (зубчатой обоймой), сообщается (рисунок 2.3.):

- поворот вокруг оси z_2, вращение задается углом поворота φ_2;

- для рассмотрения элементов зубчатого колеса (зубчатой обоймы) в абсолютной системе координат начало координат системы переносится в полюс зацепления P.

Матрицы перехода от системы координат $S_2(x_2, y_2, z_1)$, связанной с зубчатым колесом (зубчатой обоймой), к абсолютной системе координат $S(X, Y, Z)$: M_{ϕ_2} - для вращения вокруг оси z_2 на угол φ_2 ; M_{P_2} - для переноса системы координат в полюс зацепления Р. Найдя произведение матриц $M\phi_2$ и M_{P2}, получим матрицу перехода от системы координат $S_2(x_2, y_2, z_2)$, связанной с зубчатым колесом (зубчатой обоймой), к абсолютной системе координат $S(X, Y, Z)$. Результаты преобразований матриц сведем в Приложение А. В результате преобразования матриц получим систему уравнений для перехода от системы координат $S_2(x_2, y_2, z_2)$, связанной с зубчатым колесом (зубчатой обоймой), к абсолютной системе координат $S(X, Y, Z)$:

$$\left.\begin{aligned} X &= x_2 \cos\phi_2 + y_2 \sin\phi_2; \\ Y &= -x_2 \sin\phi_2 + y_2 \cos\phi_2 \pm R_2; \\ Z &= z_2. \end{aligned}\right\} \qquad (2.3)$$

Составим матрицу перехода от абсолютной системы координат $S(X, Y, Z)$ к системе координат $S_2(x_2, y_2, z_2)$, связанной с зубчатым колесом (зубчатой обоймой) M_2' (Приложение А), и получим систему уравнений для перехода от абсолютной системы координат $S(X, Y, Z)$ к системе координат $S_2(x_2, y_2, z_2)$, связанной с зубчатым колесом (зубчатой обоймой):

$$\left.\begin{aligned} x_2 &= X \cos\phi_2 - Y \sin\phi_2 \pm R_2 \sin\phi_2; \\ y_2 &= X \sin\phi_2 + Y \cos\phi_2 \mp R_2 \cos\phi_2; \\ z_2 &= Z. \end{aligned}\right\} \qquad (2.4)$$

Обобщенные уравнения геометрии боковой поверхности зуба шестерни (зубчатой втулки) получим при рассмотрении находящихся в зацеплении зубчатых колес в одной системе координат, например, в системе координат $S_1(x_1, y_1, z_1)$. Для чего в зависимости (2.2), которые описывают в общем виде геометрию боковой поверхности зуба шестерни (зубчатой втулки) подставим зависимости (2.3), которые описывают геометрию боковой поверхности зуба колеса (зубчатой обоймы) в абсолютной системе координат:

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= m'_{11}\left(x_2\cos\phi_2 + y_2\sin\phi_2\right) + m'_{12}\left(-x_2\sin\phi_2 + y_2\cos\phi_2 \pm R_2\right) + m'_{13}z_2 + m'_{14};\\ y_1 &= m'_{21}\left(x_2\cos\phi_2 + y_2\sin\phi_2\right) + m'_{22}\left(-x_2\sin\phi_2 + y_2\cos\phi_2 \pm R_2\right) + m'_{23}z_2 + m'_{24};\\ z_1 &= m'_{31}\left(x_2\cos\phi_2 + y_2\sin\phi_2\right) + m'_{32}\left(-x_2\sin\phi_2 + y_2\cos\phi_2 \pm R_2\right) + m'_{33}z_2 + m'_{34}. \end{aligned}\right\} \quad (2.5)$$

Раскрыв скобки и приведя подобные слагаемые, получим обобщенные зависимости, определяющие геометрию боковой поверхности зубьев шестерни (зубчатой втулки):

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= \left(m'_{11}\cos\phi_2 - m'_{12}\sin\phi_2\right)x_2 + \left(m'_{11}\sin\phi_2 + m'_{12}\cos\phi_2\right)y_2 + m'_{13}z_2 \pm\\ &\pm R_2 m'_{12} + m'_{14};\\ y_1 &= \left(m'_{21}\cos\phi_2 - m'_{22}\sin\phi_2\right)x_2 + \left(m'_{21}\sin\phi_2 + m'_{22}\cos\phi_2\right)y_2 + m'_{23}z_2 \pm\\ &\pm R_2 m'_{22} + m'_{24};\\ z_1 &= \left(m'_{31}\cos\phi_2 - m'_{32}\sin\phi_2\right)x_2 + \left(m'_{31}\sin\phi_2 + m'_{32}\cos\phi_2\right)y_2 + m'_{33}z_2 \pm\\ &\pm R_2 m'_{32} + m'_{34}. \end{aligned}\right\} \quad (2.6)$$

Таким образом, получены обобщенные зависимости, позволяющие определить геометрию боковой поверхности зубьев шестерни (зубчатой втулки) в зависимости от геометрии боковой поверхности зубьев колеса (зубчатой обоймы) для передач с внешним и внутренним зацеплением, в том числе и с внутренним зацеплением с передаточным числом равным единице, присущим зубчатым муфтам. Представленные зависимости позволяют рассчитывать координаты точек, принадлежащих боковой поверхности зубьев цилиндрических зубчатых колес, с учетом наличия погрешностей изготовления и монтажа элементов зубчатых передач, а так же с учетом перемещений, вызванных деформациями элементов зубчатых передач, которые возникают в процессе эксплуатации изделий с зубчатыми колесами.

2.3. Развитие кинематического метода проектирования зубчатых венцов применительно к пространственному зацеплению цилиндрических зубчатых колес

В соответствии с теоремой Виллиса в точке контакта двух профилей общая нормаль должна проходить через полюс зацепления, а вектор относительной скорости точки контакта профиля зуба второго колеса относительно точки контакта профиля первого колеса должен быть направлен вдоль общей касательной в точке

контакта. Как показано в работе [402] значение относительной скорости в точке контакта профилей зубьев равняется произведению мгновенной угловой скорости на радиус вращения мгновенного вращательного движения. На основании чего в работе делается вывод о том, что мгновенный радиус поворота находится на общей нормали к профилям зубьев в мгновенной точке контакта. При этом с геометрической точки зрения радиус с центром в полюсе зацепления является наименьшим расстоянием среди множества расстояний от центра вращения до остальных точек профиля. И поэтому точка контакта может быть определена однозначно и точно.

В пространственном зацеплении, в отличие от плоского, контакт между зубьями осуществляется по линии, определенным образом расположенной в пространстве [244, 254, 255]. Положение контактной точки в сечении плоскостью параллельной базовому торцу колеса (или обоймы), не совпадающей с плоскостью симметрии зубчатого венца, изменяется как по высоте, так и по длине зуба. При этом положение полюса для зафиксированного второго зубчатого колеса не поменяется. Будет изменяться вместе с положением точки контакта по высоте и по длине зуба колеса, направление нормали к контактной точке и, соответственно, величина радиуса мгновенного поворота из полюса зацепления. Учитывая, что в точке контакта двух сопряженных профилей радиус мгновенного поворота принимает минимальное значение, можно определить координаты контактных точек рассматриваемой контактной линии, при фиксированном угле поворота зубчатых колес и при изменении координаты по длине зубчатого венца.

Последовательно просчитав положение контактных линий для разных углов поворота, можно определить геометрию боковой поверхности зуба шестерни, сопряженной с исходным зубчатым колесом при наличии погрешностей изготовления, монтажа и перемещений, вызванных деформациями элементов зубчатых передач, которые возникают в процессе эксплуатации.

Радиус мгновенного поворота из полюса зацепления к контактной точке для рассматриваемого положения двух сопряженных профилей определится из выражения (рисунок 2.5):

$$R_{PE}^2 = \left(x_2(\varphi_2)\cos\phi_2 + y_2(\varphi_2)\sin\phi_2\right)^2 + \left(-x_2(\varphi_2)\sin\phi_2 + y_2(\varphi_2)\cos\phi_2 \pm R_2\right)^2, \qquad (2.7)$$

где R_{PE} - мгновенный радиус поворота из полюса зацепления в точку контакта двух сопряженных профилей.

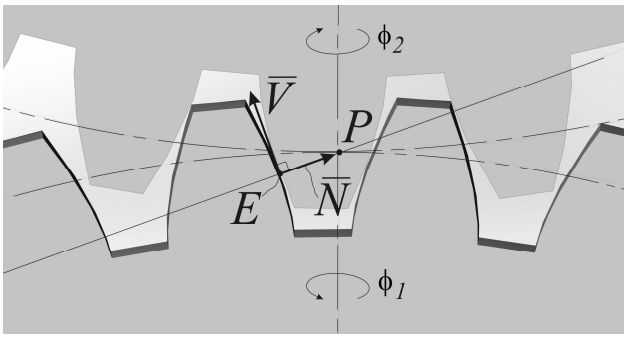


Рисунок 2.5. Схема определения мгновенного радиуса поворота

Если задаваться значением угла поворота зубчатого колеса ϕ_2, то функция радиуса является функцией угла развернутости эвольвенты φ_2.

Найдем наименьшее значение радиуса мгновенного поворота, продифференцировав и приравняв полученное выражение к нулю. Возьмем первую производную для выражения (2.7) по углу развернутости эвольвенты φ_2 выполнив преобразования и упростив выражение получим:

- для внешнего зацепления

$$\frac{dR_{PE}^2}{d\varphi_2} = \left[\frac{x_2(\varphi_2)\sin\phi_2}{R_2}\left(1+(\cos\phi_2)^2\right) + \frac{y_2(\varphi_2)\cos\phi_2}{R_2}(\sin\phi_2 - 1) - 1\right]\sin\phi_2\,\frac{dx_2(\varphi_2)}{d\varphi_2} + \\ + \left[\frac{y_2(\varphi_2)}{R_2} + \cos\phi_2 + \frac{x_2(\varphi_2)\cos\phi_2\sin\phi_2}{R_2}(\sin\phi_2 - 1)\right]\frac{dy_2(\varphi_2)}{d\varphi_2} = 0; \qquad (2.8)$$

- для внутреннего зацепления

$$\frac{dR_{PE}^2}{d\varphi_2} = \left[\frac{x_2(\varphi_2)\sin\phi_2}{R_2}\left(1+(\cos\phi_2)^2\right) + \frac{y_2(\varphi_2)\cos\phi_2}{R_2}(\sin\phi_2 - 1)\right]\sin\phi_2\,\frac{dx_2(\varphi_2)}{d\varphi_2} + \\ + \left[\frac{y_2(\varphi_2)}{R_2} - \cos\phi_2 + \frac{x_2(\varphi_2)\cos\phi_2\sin\phi_2}{R_2}(\sin\phi_2 - 1)\right]\frac{dy_2(\varphi_2)}{d\varphi_2} = 0. \qquad (2.9)$$

Используя обобщенные зависимости для пространственного зацепления цилиндрических зубчатых колес (2.6), учитывающие наличие погрешностей и деформаций элементов передач и задаваясь видом линии (для пространственных соединений поверхностью) зацепления, описываемой например линейной зависимостью вида $y_1 = R_1 + tg\alpha \cdot x_1$, получим обобщенную систему уравнений, которая позволяет определять параметры контактирования и координаты контактных точек на боковой поверхности зубьев:

- для внешнего зацепления

$$\left.\begin{aligned}
&x_1 = (m'_{11}\cos\phi_2 - m'_{12}\sin\phi_2)x_2 + (m'_{11}\sin\phi_2 + m'_{12}\cos\phi_2)y_2 + m'_{13}z_2 + \\
&+ R_2 m'_{12} + m'_{14};\\
&y_1 = (m'_{21}\cos\phi_2 - m'_{22}\sin\phi_2)x_2 + (m'_{21}\sin\phi_2 + m'_{22}\cos\phi_2)y_2 + m'_{23}z_2 + \\
&+ R_2 m'_{22} + m'_{24};\\
&z_1 = (m'_{31}\cos\phi_2 - m'_{32}\sin\phi_2)x_2 + (m'_{31}\sin\phi_2 + m'_{32}\cos\phi_2)y_2 + m'_{33}z_2 + \\
&+ R_2 m'_{32} + m'_{34};\\
&y_1 = R_1 + tg\alpha \cdot x_1;\\
&\left[x_2(\varphi_2)\sin\phi_2\left(1 + (\cos\phi_2)^2\right) + y_2(\varphi_2)\cos\phi(\sin\phi_2 - 1) - R_2\right]\sin\phi_2 \frac{dx_2(\varphi_2)}{d\varphi_2} + \\
&+ \left[y_2(\varphi_2) + \cos\phi_2 + x_2(\varphi_2)\cos\phi_2\sin\phi_2(\sin\phi_2 - 1)\right]\frac{dy_2(\varphi_2)}{d\varphi_2} = 0;
\end{aligned}\right\} \qquad (2.10)$$

- для внутреннего зацепления

$$\left.\begin{aligned}
&x_1 = (m'_{11}\cos\phi_2 - m'_{12}\sin\phi_2)x_2 + (m'_{11}\sin\phi_2 + m'_{12}\cos\phi_2)y_2 + m'_{13}z_2 - \\
&- R_2 m'_{12} + m'_{14};\\
&y_1 = (m'_{21}\cos\phi_2 - m'_{22}\sin\phi_2)x_2 + (m'_{21}\sin\phi_2 + m'_{22}\cos\phi_2)y_2 + m'_{23}z_2 - \\
&- R_2 m'_{22} + m'_{24};\\
&z_1 = (m'_{31}\cos\phi_2 - m'_{32}\sin\phi_2)x_2 + (m'_{31}\sin\phi_2 + m'_{32}\cos\phi_2)y_2 + m'_{33}z_2 - \\
&- R_2 m'_{32} + m'_{34};\\
&y_1 = R_1 + tg\alpha \cdot x_1;\\
&\left[x_2(\varphi_2)\sin\phi_2\left(1 + (\cos\phi_2)^2\right) + y_2(\varphi_2)\cos\phi_2(\sin\phi_2 - 1)\right]\sin\phi_2 \frac{dx_2(\varphi_2)}{d\varphi_2} + \\
&+ \left[y_2(\varphi_2) - R_2\cos\phi_2 + x_2(\varphi_2)\cos\phi_2\sin\phi_2(\sin\phi_2 - 1)\right]\frac{dy_2(\varphi_2)}{d\varphi_2} = 0,
\end{aligned}\right\} \qquad (2.11)$$

Описанный выше подход является расширением кинематического метода применительно к проектированию и исследованию пространственных зубчатых зацеплений на базе цилиндрических зубчатых колес. Подход позволяет существенно уменьшить трудоемкость процесса профилирования зубьев с пространственной модификацией. На базе данного подхода получены обобщенные зависимости, описывающие геометрию боковой поверхности зубьев цилиндрических зубчатых колес с пространственной модификацией. Рассматриваемые зубчатые колеса способны компенсировать погрешности изготовления, монтажа и переме-

щения, возникающие вследствие деформаций элементов зубчатых передач в процессе эксплуатации.

2.4. Суммарные значения погрешностей цилиндрических зубчатых передач

На работоспособность изделий с зубчатыми венцами, в том числе и содержащих цилиндрические зубчатые колеса, оказывают большое влияние вид и значение погрешностей. Погрешности можно разделить на три группы (рисунок 2.6):

- погрешности изготовления;

- погрешности монтажа зубчатых венцов;

- погрешности взаимного положения зубчатых венцов, возникающие в процессе эксплуатации вследствие деформации элементов зубчатых передач и деталей с зубчатыми венцами.

Погрешности изготовления в свою очередь разделяются на:

— радиальные ошибки, заключающиеся в изменении радиального расстояния между инструментом и заготовкой;

— тангенциальные ошибки, нарушение обкатки инструмента и заготовки или неточности деления;

— осевые ошибки, погрешности перемещения инструмента вдоль оси заготовки;

— ошибки производящей поверхности, отклонение производящей поверхности инструмента.

Погрешности монтажа можно разделить на две группы (рисунок 2.6): погрешности, связанные со смещением и погрешности, связанные с перекосом зубчатых венцов относительно координатных осей абсолютной системы координат.

Погрешности, возникающие в процессе эксплуатации, также можно разделить на две группы (рисунок 2.6): погрешности, приводящие к смещению зубчатых венцов и погрешности, приводящие к перекосам зубчатых венцов цилиндрических зубчатых колес относительно координатных осей абсолютной системы координат.

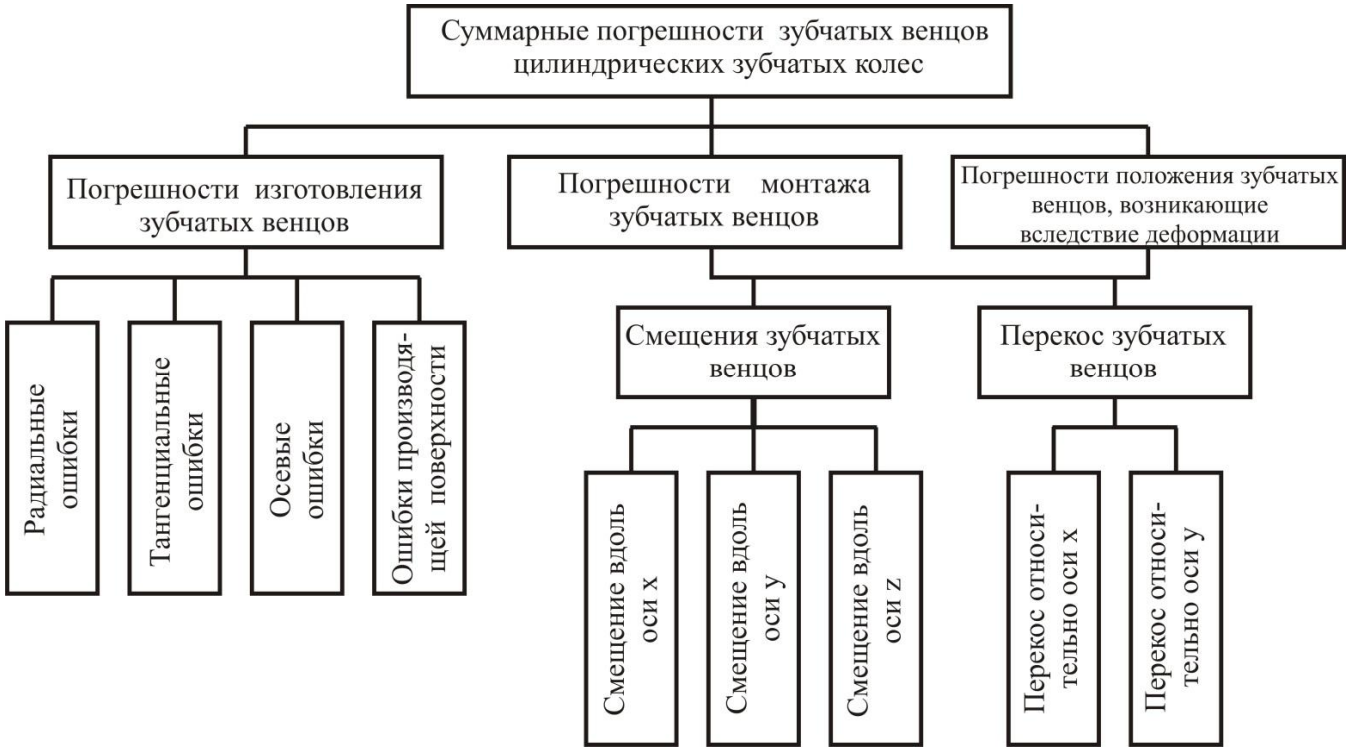


Рисунок 2.6. Классификация суммарных погрешностей цилиндрических зубчатых передач

Таким образом, зубчатые зацепления эксплуатируются в условиях наличия погрешностей изготовления, монтажа и деформаций, возникающих под действием рабочей нагрузки. Определим суммарные погрешности изготовления, монтажа и перемещения, вызванные деформациями элементов зубчатых передач внешнего и внутреннего зацепления, в том числе и с передаточным отношением равным 1.

2.4.1. Суммарные значения погрешностей зубчатых передач внешнего и внутреннего зацепления

Шестерня в результате наличия погрешностей изготовления и монтажа, а также деформаций смещается и поворачивается относительно номинального положения. Вместе с шестерней перемещается и поворачивается связанная с ней система координат (рисунок 2.7) осуществляя:

- поворот относительно оси x_1^1 на суммарный угол $\Sigma\phi_{x1}$;

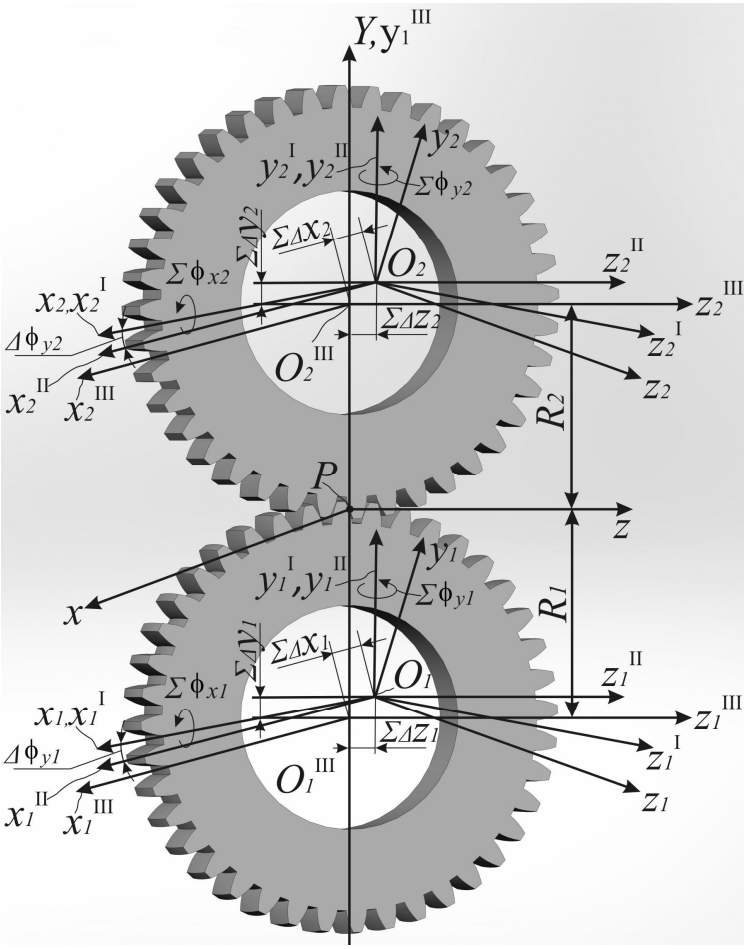


Рисунок 2.7. Системы координат для определения суммарных зубчатых передач внешнего зацепления

- поворот относительно оси y_1^{11} на суммарный угол $\Sigma\phi_{y1}$;

- перемещение относительно трех координатных осей абсолютной системы координат на величину суммарного перемещения соответственно $\Sigma\Delta x_1$, $\Sigma\Delta y_1$, $\Sigma\Delta z_1$;

Для рассмотрения элементов шестерни в абсолютной системе координат начало координат системы переносится в полюс зацепления *P*.

Составим матрицы перехода от системы координат $S_1(x_1, y_1, z_1)$, связанной с шестерней к абсолютной системе координат $S(X, Y, Z)$: $M_{\Sigma\phi x_1}$ - для поворота относительно оси x_1^{1} на суммарный угол $\Sigma\phi_{x1}$; $M_{\Sigma\phi y_1}$ - для поворота относительно оси y_1^{11} на суммарный угол $\Sigma\phi_{y1}$; $M_{см1}$ - для перемещения относительно трех координатных осей абсолютной системы координат на величину суммарного перемещения $\Sigma\Delta x_1$, $\Sigma\Delta y_1$, $\Sigma\Delta z_1$; M_{P_1} - для переноса системы координат в полюс зацепления *P*. Найдя произведение матриц $M_{\Sigma\phi x_1}$, $M_{\Sigma\phi y_1}$, $M_{см1}$, и M_{P1} получим матрицу перехода от системы координат $S_1(x_1, y_1, z_1)$, связанной с шестерней к абсолютной системе координат $S(X, Y, Z)$. Результаты преобразования матриц запишем в Приложение Б. В результате преобразования матриц получим систему уравнений для перехода от системы координат $S_1(x_1, y_1, z_1)$, связанной с шестерней, к абсолютной системе координат $S(X, Y, Z)$:

$$\left.\begin{aligned} X &= m1_{11}x_1 + m1_{12}y_1 + m1_{13}z_1 + m1_{14};\\ Y &= m1_{22}y_1 + m1_{23}z_1 + m1_{24};\\ Z &= m1_{31}x_1 + m1_{32}y_1 + m1_{33}z_1 + m1_{34}. \end{aligned}\right\} \quad (2.12)$$

Составим матрицу перехода от абсолютной системы координат *S(X, Y, Z)* к системе координат $S_1(x_1, y_1, z_1)$, связанной с шестерней (Приложение Б) $M_{\Sigma 1}'$, и получим систему уравнений при переходе от абсолютной системы координат *S(X, Y, Z)* к системе координат $S_1(x_1, y_1, z_1)$, связанной с шестерней:

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= m1'_{11}X + m1'_{13}Z + m1'_{14};\\ y_1 &= m1'_{21}X + m1'_{22}Y + m1'_{23}Z + m1'_{24};\\ z_1 &= m1'_{31}X + m1'_{32}Y + m1'_{33}Z + m1'_{34}. \end{aligned}\right\} \quad (2.13)$$

Зубчатому колесу присущи подобные шестерне погрешности изготовления и монтажа, а также перемещения, возникающие в процессе эксплуатации (рисунок 2.7.). Значит, для зубчатого колеса можно записать зависимости (2.12) и (2.13) с учетом суммарных перемещений и повторов $\Sigma\Delta x_2$, $\Sigma\Delta y_2$, $\Sigma\Delta z_2$, $\Sigma\phi_{x2}$, $\Sigma\phi_{y2}$.

Значения суммарных перемещений по соответствующим осям определяются по зависимостям:

- для оси *OX*

$$\Delta x_\Sigma = \Sigma\Delta x_2 - \Sigma\Delta x_1 \quad (2.14)$$

- для оси *OY*

$$\Delta y_\Sigma = \Sigma\Delta y_2 - \Sigma\Delta y_1 \quad (2.15)$$

- для оси *OZ*

$$\Delta z_\Sigma = \Sigma\Delta z_2 - \Sigma\Delta z_1 \quad (2.16)$$

где $\Sigma\Delta x_1$, $\Sigma\Delta x_2$ - суммарные перемещения вдоль оси *OX* абсолютной системы координат:

$$\Sigma\Delta x_1 = \Delta_{x_k11} + \Delta_{x_k12} + \Delta_{x_k13}, \quad (2.17)$$

$$\Sigma\Delta x_2 = \Delta_{x_k21} + \Delta_{x_k22} + \Delta_{x_k23}, \quad (2.18)$$

где $\Delta_{x_k11}, \Delta_{x_k12}, \Delta_{x_k13}$ - перемещения шестерни вдоль оси *OX*, вызванные наличием, соответственно, погрешностей изготовления, погрешностей монтажа и деформациями элементов передачи, которые возникают в процессе эксплуатации;

$\Delta_{x_k21}, \Delta_{x_k22}, \Delta_{x_k23}$ - перемещения зубчатого колеса вдоль оси *OX*, вызванные наличием соответственно погрешностей изготовления, погрешностей монтажа и деформациями элементов передачи, которые возникают в процессе эксплуатации;

$\Sigma\Delta y_1$, $\Sigma\Delta y_2$ - суммарные перемещения вдоль оси *OY* абсолютной системы координат:

$$\Sigma\Delta y_1 = \Delta_{y_k11} + \Delta_{y_k12} + \Delta_{y_k13}, \tag{2.19}$$

$$\Sigma\Delta y_2 = \Delta_{y_k21} + \Delta_{y_k22} + \Delta_{y_k23}, \tag{2.20}$$

где $\Delta_{y_k11}, \Delta_{y_k12}, \Delta_{y_k13}$ - перемещения шестерни вдоль оси *OY*, вызванные наличием, соответственно, погрешностей изготовления, погрешностей монтажа и деформациями элементов передачи, которые возникают в процессе эксплуатации;

$\Delta_{y_k21}, \Delta_{y_k22}, \Delta_{y_k23}$ - перемещения зубчатого колеса вдоль оси *OY*, вызванные наличием, соответственно, погрешностей изготовления, погрешностей монтажа и деформациями элементов передачи, которые возникают в процессе эксплуатации;

$\Sigma\Delta z_1$, $\Sigma\Delta z_2$ - суммарные перемещения вдоль оси *OZ* абсолютной системы координат:

$$\Sigma\Delta z_1 = \Delta_{z_k11} + \Delta_{z_k12} + \Delta_{z_k13}, \tag{2.21}$$

$$\Sigma\Delta z_2 = \Delta_{z_k21} + \Delta_{z_k22} + \Delta_{z_k23}, \tag{2.22}$$

где $\Delta_{z_k11}, \Delta_{z_k12}, \Delta_{z_k13}$ - перемещения шестерни вдоль оси *OZ*, вызванные наличием, соответственно, погрешностей изготовления, погрешностей монтажа и деформациями элементов передачи, которые возникают в процессе эксплуатации;

$\Delta_{z_k21}, \Delta_{z_k22}, \Delta_{z_k23}$ - перемещения зубчатого колеса вдоль оси *OZ*, вызванные наличием, соответственно, погрешностей изготовления, погрешностей монтажа и деформациями элементов передачи, которые возникают в процессе эксплуатации.

Угол между соответствующими осями шестерни и зубчатого колеса определяется в соответствии с зависимостью [403]:

$$\cos\phi = \frac{l_1 l_2 + m_1 m_2 + n_1 n_2}{\sqrt{\left(l_1^{\,2} + m_1^{\,2} + n_1^{\,2}\right)\left(l_2^{\,2} + m_2^{\,2} + n_2^{\,2}\right)}}, \tag{2.23}$$

где l_1, m_1, n_1 и l_2, m_2, n_2 - направляющие косинусы соответствующей оси системы координат, связанной с шестерней и зубчатым колесом.

Определив координаты точек O_1 и O_2 в абсолютной системе координат, а также координат точек, принадлежащих осям O_1x_1, O_1y_1, O_2x_2, O_2y_2 систем координат шестерни и зубчатого колеса, найдем значения направляющих косинусов. Подставив значения направляющих косинусов в зависимость (2.23), получим формулы для определения суммарных углов перекоса:

- относительно оси O_1x_1

$$\phi_{x\Sigma} = \Sigma\phi_{y1} - \Sigma\phi_{y2}; \tag{2.24}$$

- относительно оси O_1y_1

$$\begin{aligned}\phi_{y\Sigma} = \arccos\big(&\cos(\Sigma\phi_{x1})\cos(\Sigma\phi_{x2}) + \cos(\Sigma\phi_{y1})\cos(\Sigma\phi_{y2})\sin(\Sigma\phi_{x1})\sin(\Sigma\phi_{x2}) + \\ &+ \sin(\Sigma\phi_{x1})\sin(\Sigma\phi_{x2})\sin(\Sigma\phi_{y1})\sin(\Sigma\phi_{y2})\big).\end{aligned} \tag{2.25}$$

Второе и третье слагаемое в выражении (2.25) стремятся к нулю при малых значениях углов перекоса в зацеплении и в итоге получим зависимость:

$$\phi_{y\Sigma} = \arccos\big(\cos(\Sigma\phi_{x1})\cos(\Sigma\phi_{x2})\big). \tag{2.26}$$

Как видно по зависимостям (2.24) и (2.26), суммарные углы перекоса относительно осей и не зависят от вида зацепления. Таким образом, получены зависимости по определению суммарных погрешностей, вызванных наличием погрешностей изготовления, монтажа и перемещениями вследствие деформаций в процессе эксплуатации, как для внешнего, так и для внутреннего зацепления цилиндрических зубчатых колес.

2.4.2. Суммарные значения погрешностей зубчатых передач внутреннего зацепления с передаточным отношением равным единице

Рассмотрим особенности определения суммарных погрешностей изготовления, монтажа и перемещений, вызванных деформациями элементов зубчатых муфт. Смещение вдоль оси O*X* (рисунок 2.8 а) приводит к дополнительному пово-

роту зубьев обоймы относительно зубьев втулки вокруг оси O*Y* на угол, который можно определить по следующей зависимости:

$$\alpha = arctg \frac{\sum_{i=1}^{3} \Delta_{x1i} + \sum_{i=1}^{3} \Delta_{x2i}}{L}, \quad (2.27)$$

где $\sum_{i=1}^{3} \Delta_{x1i}$, $\sum_{i=1}^{3} \Delta_{x2i}$ — суммарное перемещение соответственно первого и второго зубчатых венцов муфты относительно неподвижной системы координат вдоль оси O*X*:

$$\sum_{i=1}^{3} \Delta_{x1i} = \Delta_{x11} + \Delta_{x12} + \Delta_{x13}, \quad (2.28)$$

$$\sum_{i=1}^{3} \Delta_{x2i} = \Delta_{x21} + \Delta_{x22} + \Delta_{x23}, \quad (2.29)$$

где $\Delta_{x11}, \Delta_{x12}, \Delta_{x13}$ - перемещения первой зубчатой втулки вдоль оси O*X*, вызванные, соответственно, погрешностями изготовления, погрешностями монтажа и перемещениями, вызванными деформациями, которые возникают в процессе эксплуатации;

$\Delta_{x21}, \Delta_{x22}, \Delta_{x23}$ - перемещения второй зубчатой втулки вдоль оси O*X*, вызванные, соответственно, погрешностями изготовления, погрешностями монтажа и перемещениями, вызванными деформациями, которые возникают в процессе эксплуатации;

$$L = z_2 — z_1; \quad (2.30)$$

где z_1, z_2 - расстояние вдоль оси вращения зубчатой муфты от начала координат абсолютной системы координат до плоскости симметрии первого и второго зубчатых венцов соответственно.

Смещение вдоль оси O*Y* (рисунок 2.8 б) приводит к дополнительному повороту зубьев обоймы относительно зубьев втулки вокруг оси O*X* на угол, который можно определить по следующей зависимости:

$$\beta = arctg \frac{\sum_{i=1}^{3} \Delta_{y1i} + \sum_{i=1}^{3} \Delta_{y2i}}{L}, \quad (2.31)$$

где $\sum_{i=1}^{3} \Delta_{y1i}$, $\sum_{i=1}^{3} \Delta_{y2i}$ — суммарное перемещение, соответственно, первого и второго зубчатого венцов муфты относительно неподвижной системы координат вдоль оси O*Y*:

$$\sum_{i=1}^{3} \Delta_{y1i} = \Delta_{y11} + \Delta_{y12} + \Delta_{y13}, \tag{2.32}$$

$$\sum_{i=1}^{3} \Delta_{y2i} = \Delta_{y21} + \Delta_{y22} + \Delta_{y23}, \tag{2.33}$$

где $\Delta_{y11}, \Delta_{y12}, \Delta_{y13}$ - перемещения первой зубчатой втулки вдоль оси O*Y*, вызванные, соответственно, погрешностями изготовления, погрешностями монтажа и перемещениями, вызванными деформациями, которые возникают в процессе эксплуатации;

$\Delta_{y21}, \Delta_{y22}, \Delta_{y23}$ - перемещения второй зубчатой втулки вдоль оси *OY*, вызванные, соответственно, погрешностями изготовления, погрешностями монтажа и перемещениями, вызванными деформациями, которые возникают в процессе эксплуатации.

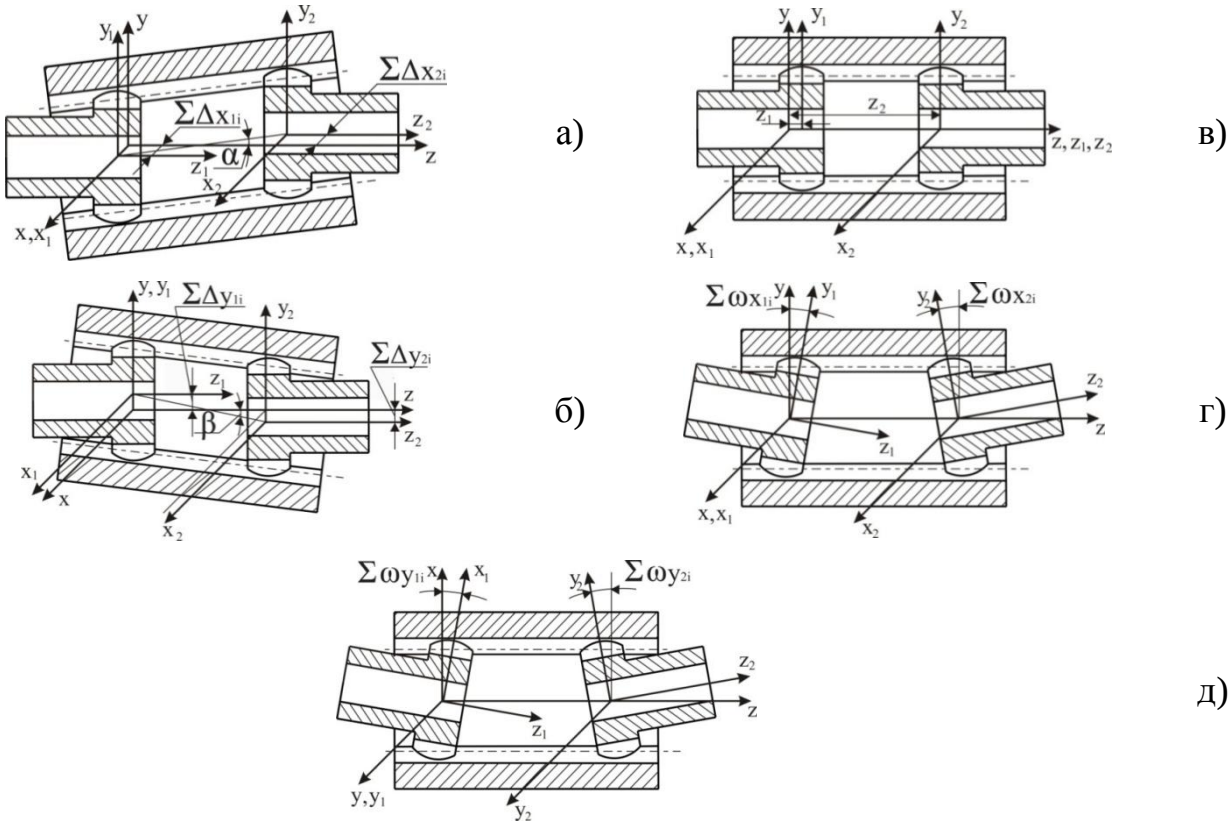


Рисунок 2.8. Схемы относительных перемещений элементов зубчатой муфты

Смещения втулок зубчатых муфт вдоль оси *OZ* (рисунок 2.8 в) приводят к относительному перемещению зубьев втулок относительно зубьев обоймы, которое при отсутствии других видов погрешностей не оказывает влияния на работоспособность зубчатых муфт, в противном случае они накладываются на остальные погрешности и приводят к дополнительному повороту зубьев втулок относительно зубьев обоймы.

Перекос относительно оси *OX* (рисунок 2.8 г) — приводит к повороту зубьев втулки относительно зубьев обоймы на угол $\sum_{i=1}^{3} \omega_{x1i}$ и $\sum_{i=1}^{3} \omega_{x2i}$.

Перекос относительно оси *OY* (рисунок 2.8 д) — приводит к повороту зубьев втулки относительно зубьев обоймы на угол $\sum_{i=1}^{3} \omega_{y1i}$ и $\sum_{i=1}^{3} \omega_{y2i}$.

С учётом того, что всегда присутствуют все погрешности монтажа зубчатых муфт суммарные углы поворота зубьев относительно соответствующих осей для любого из зубчатых венцов полумуфт, можно определить с учетом зависимостей (2.27), (2.30) и (2.31) по формулам:

$$\omega_{x\Sigma i} = \sum_{i=1}^{3} \omega_{xki} + \beta = \sum_{i=1}^{3} \omega_{xki} + arctg \frac{\sum_{i=1}^{3} \Delta_{y1i} + \sum_{i=1}^{3} \Delta_{y2i}}{L}, \quad (2.34)$$

$$\omega_{y\Sigma i} = \sum_{i=1}^{3} \omega_{yki} + \alpha = \sum_{i=1}^{3} \omega_{yki} + arctg \frac{\sum_{i=1}^{3} \Delta_{x1i} + \sum_{i=1}^{3} \Delta_{x2i}}{L}, \quad (2.35)$$

где $\sum_{i=1}^{3} \omega_{xki}$ и $\sum_{i=1}^{3} \omega_{yki}$ - суммарный угол перекоса k-го зубчатого колеса соответственно относительно оси *OX* и O*Y* абсолютной системы координат:

$$\sum_{i=1}^{3} \omega_{xki} = \omega_{xk1} + \omega_{xk2} + \omega_{xk3}, \quad (2.36)$$

$$\sum_{i=1}^{3} \omega_{yki} = \omega_{yk1} + \omega_{yk2} + \omega_{yk3}, \quad (2.37)$$

где $\omega_{xk1}, \omega_{xk2}, \omega_{xk3}$ - угол перекоса k-го зубчатого колеса относительно оси *OX*, вызванные, соответственно, погрешностями изготовления, погрешностями мон-

тажа и перемещениями вызванными деформациями, которые возникают в процессе эксплуатации;

$\omega_{yk1}, \omega_{yk2}, \omega_{yk3}$ - угол перекоса k-го зубчатого колеса относительно оси *OY*, вызванные, соответственно, погрешностями изготовления, погрешностями монтажа и перемещениями вызванными деформациями, которые возникают в процессе эксплуатации.

Так как в зубчатых муфтах зацепление зубьев втулки и обоймы внутреннее с передаточным числом равным единице, то определим суммарный пространственный угол перекоса зубьев. Суммарный угол перекоса зубьев определим исходя из того, что в не зависимости от значения и направления перемещений, вызванных наличием тех или иных погрешностей изготовления и монтажа, а также перемещений, вызванных деформациями в процессе эксплуатации, каждая из пары зубьев втулки и обоймы последовательно проходит все пространственные положения при вращении муфты. Исходя из величины суммарного угла перекоса зубьев, должна формироваться геометрия боковой поверхности зубьев втулки.

Суммарный пространственный угол для соответствующего зубчатого венца можно определить исходя из теоремы о направляющих косинусах [403]:

$$\cos\omega_{\Sigma i} = l_1 l_2 + m_1 m_2 + n_1 n_2, \qquad (2.38)$$

где l_1 и l_2 — направляющие косинусы координатных осей соответственно Ox_1 и Ox_2 систем координат $x_1\, y_1\, z_1$ и $x_2\, y_2\, z_2$;

m_1 и m_2 — направляющие косинусы координатных осей соответственно Oy_1 и Oy_2 систем координат $x_1\, y_1\, z_1$ и $x_2\, y_2\, z_2$;

n_1 и n_2 — направляющие косинусы координатных осей соответственно Oz_1 и Oz_2 систем координат $x_1\, y_1\, z_1$ и $x_2\, y_2\, z_2$.

После преобразования (2.38) можно получить следующую зависимость:

$$\omega_{\Sigma i} = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^{3}\omega_{xki} + arctg\frac{\sum_{i=1}^{3}\Delta_{y1i} + \sum_{i=1}^{3}\Delta_{y2i}}{L}\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^{3}\omega_{yki} + arctg\frac{\sum_{i=1}^{3}\Delta_{x1i} + \sum_{i=1}^{3}\Delta_{x2i}}{L}\right)^2}. \qquad (2.39)$$

Учет при проектировании зубчатых венцов с пространственной модификацией зубьев погрешностей изготовления, монтажа и перемещений, вызванных деформациями в процессе эксплуатации, позволяет создавать зубья с геометрией боковой поверхности близкой по форме, к форме естественного износа. Как следствие уменьшаются усилия, действующие на зубья, вибрации агрегатов с зубчатыми передачами, время приработки изделий и т.д. А также данные мероприятия приводят либо к уменьшению металлоемкости изделий, либо к повышению нагрузочной способности изделий с цилиндрическими зубчатыми колесами при сохранении тех же габаритных размеров.

2.5. Методология проектирования пространственно-модифицированных зубчатых венцов цилиндрических колес при наличии погрешностей и деформаций

Разработаем методологию проектирования пространственно-модифицированных зубчатых венцов цилиндрических колес, используя подход по развитию кинематического метода проектирования применительно к пространственному зубчатому зацеплению и обобщенные зависимости, описывающие положение и движение цилиндрических зубчатых колес в пространстве.

Методология проектирования зубчатых венцов с пространственно-модифицированными зубьями в пространственном зубчатом зацеплении на базе цилиндрического эвольвентного зубчатого колеса представлена на рисунке 2.9. Алгоритм проектирования представлен на рисунке 2.10.

Последовательность проектирования зубчатого венца с пространственно-модифицированными зубьями в пространственном зубчатом зацеплении на базе цилиндрического эвольвентного зубчатого колеса содержит следующие этапы:

1. Определение исходных данных (передаваемая мощность, окружная скорость, режим работы, назначение передачи, предельные габаритные размеры, требования по долговечности и надежности передачи и т.д.).

2. Разработка компоновки передачи. Определение особенностей расположения основных систем координат.

3. Расчет основных геометрических характеристик элементов передачи (число зубьев, ширина зубчатых венцов, модуль, межосевое расстояние и т.д.). Описание боковой поверхности зубьев колеса (зубчатой обоймы) в подвижной системе координат.

Основные геометрические характеристики передачи определяются по известным из курса «Деталей машин» зависимостям [3, 4, 16]. Профиль боковой поверхности зуба колеса (зубчатой обоймы) в системе координат $S_2(x_2, y_2, z_2)$ определяется исходя из того, что эвольвентный профиль зуба должен в начальном положении проходить через полюс зацепления [3, 4, 16]:

- для левого профиля зуба:

$$\left.\begin{aligned} x_{2l} &= r_{b2}\left[\sin\left(\varphi_2 + \phi_{c_2P}\right) - \varphi_2 \cos\left(\varphi_2 + \phi_{c_2P}\right)\right], \\ y_{2l} &= r_{b2}\left[\cos\left(\varphi_2 + \phi_{c_2P}\right) + \varphi_2 \sin\left(\varphi_2 + \phi_{c_2P}\right)\right]. \end{aligned}\right\} \qquad (2.40)$$

- для правого профиля зуба:

$$\left.\begin{aligned} x_{2p} &= -r_{b2}\left[\sin\left(\varphi_2 + \phi_{c_2P}\right) - \varphi_2 \cos\left(\varphi_2 + \phi_{c_2P}\right)\right], \\ y_{2p} &= r_{b2}\left[\cos\left(\varphi_2 + \phi_{c_2P}\right) + \varphi_2 \sin\left(\varphi_2 + \phi_{c_2P}\right)\right]. \end{aligned}\right\} \qquad (2.41)$$

где r_{b2} — радиус основной окружности колеса (зубчатой обоймы);

φ_2 — угол развернутости эвольвентного профиля колеса (зубчатой обоймы);

φ_{c_2P} — угол смещения начала эвольвенты колеса (зубчатой обоймы) таким образом, чтобы эвольвента проходила через полюс зацепления.

4. Описание геометрии боковой поверхности зубьев колеса (зубчатой обоймы) в абсолютной системе координат. В неподвижной абсолютной системе координат $S(X,Y,Z)$ боковая поверхность зубьев колеса (зубчатой обоймы) может быть описана системой уравнений (2.3), после подстановки соответствующих зависимостей для определения координат (2.40) или (2.41) получим:

- для левого профиля зуба:

$$\left.\begin{aligned} X &= r_{b2}\left[\cos\phi_2\left[\sin\left(\varphi_2 + \phi_{c_2P}\right) - \varphi_2 \cos\left(\varphi_2 + \phi_{c_2P}\right)\right] + \sin\phi_2\left[\cos\left(\varphi_2 + \phi_{c_2P}\right) + \varphi_2 \sin\left(\varphi_2 + \phi_{c_2P}\right)\right]\right], \\ Y &= r_{b2}\left[-\sin\phi_2\left[\sin\left(\varphi_2 + \phi_{c_2P}\right) - \varphi_2 \cos\left(\varphi_2 + \phi_{c_2P}\right)\right] + \cos\phi_2\left[\cos\left(\varphi_2 + \phi_{c_2P}\right) + \varphi_2 \sin\left(\varphi_2 + \phi_{c_2P}\right)\right]\right] \pm R_2; \\ Z &= z_2. \end{aligned}\right\} \qquad (2.42)$$

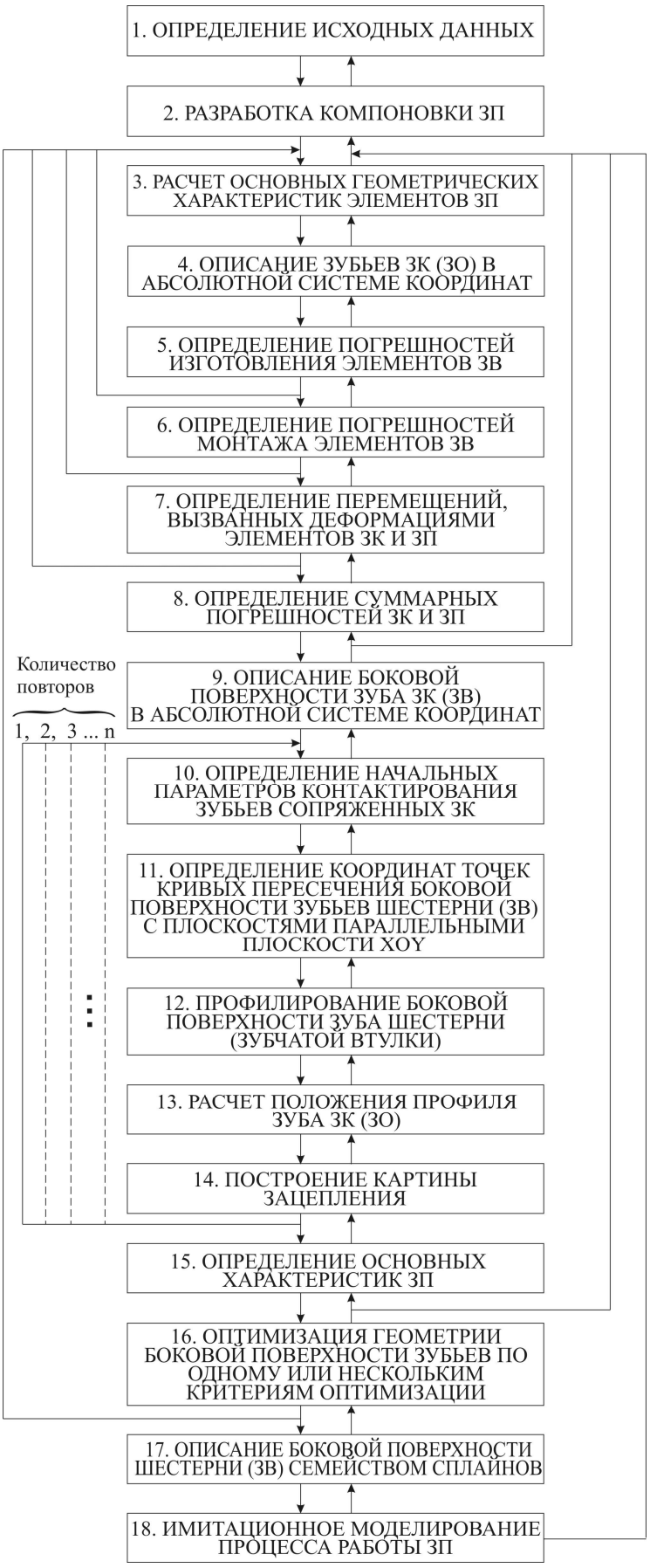


Рисунок 2.9. Методология проектирования зубчатых венцов с пространственно-модифицированными зубьями

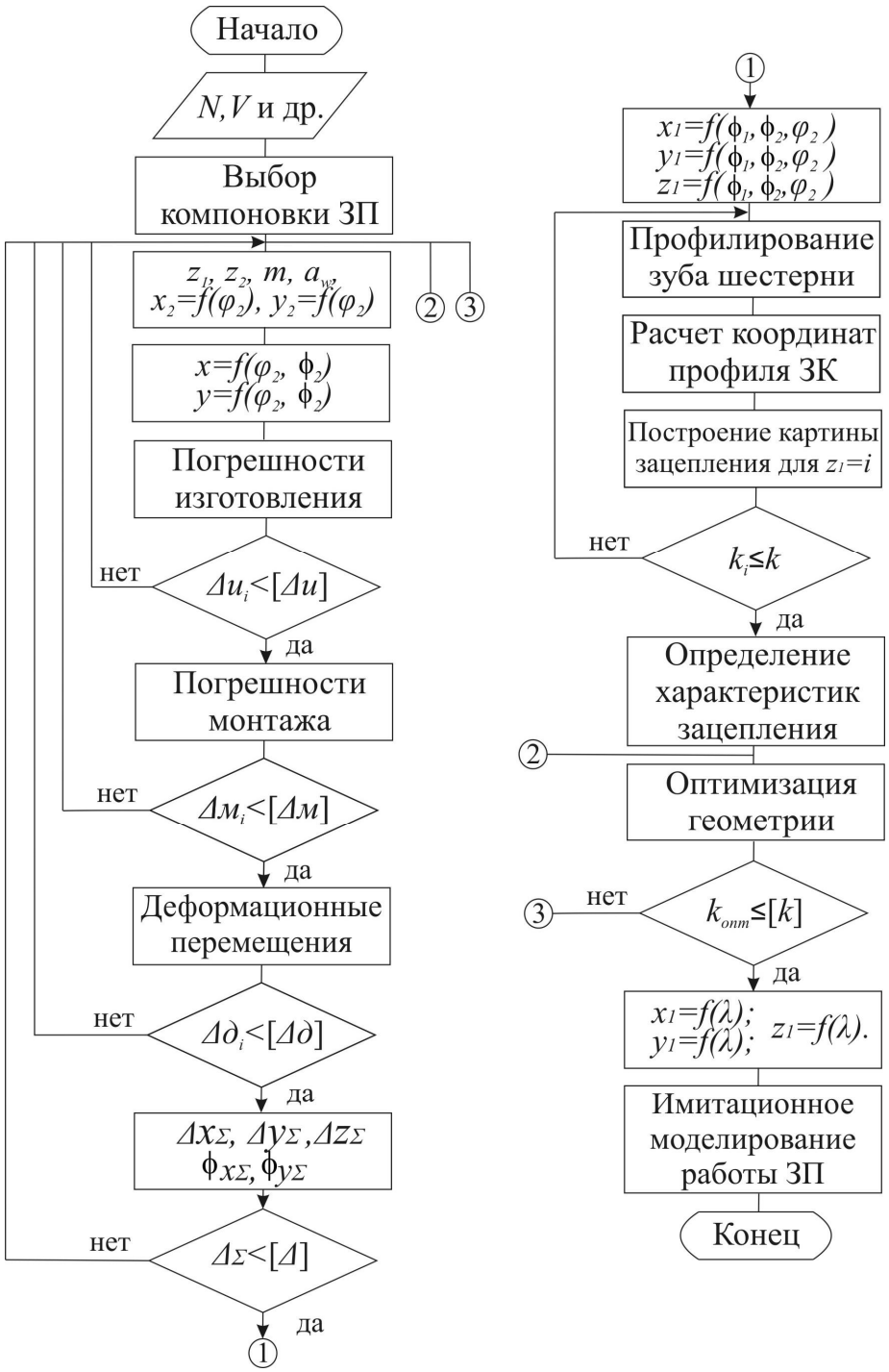


Рисунок 2.10. Алгоритм проектирования зубчатых венцов с пространственно-модифицированными зубьями

- для правого профиля зуба:

$$\left.\begin{aligned} X &= r_{b2}\left[-\cos\phi_2\left[\sin\left(\varphi_2+\phi_{c_2P}\right)-\varphi_2\cos\left(\varphi_2+\phi_{c_2P}\right)\right]+\right.\\ &\left.+\sin\phi_2\left[\cos\left(\varphi_2+\phi_{c_2P}\right)+\varphi_2\sin\left(\varphi_2+\phi_{c_2P}\right)\right]\right];\\ Y &= r_{b2}\left[\sin\phi_2\left[\sin\left(\varphi_2+\phi_{c_2P}\right)-\varphi_2\cos\left(\varphi_2+\phi_{c_2P}\right)\right]+\right.\\ &\left.+\cos\phi_2\left[\cos\left(\varphi_2+\phi_{c_2P}\right)+\varphi_2\sin\left(\varphi_2+\phi_{c_2P}\right)\right]\right]\pm R_2;\\ Z &= z_2. \end{aligned}\right\} \qquad (2.43)$$

Угол смещения начала эвольвенты колеса (зубчатой обоймы) в полюс зацепления определяется решением системы уравнений (2.42) или (2.43), при приравнивании координат *X=0* и *Y=0* в не зависимости от значения координаты *Z*:

$$\left.\begin{aligned} r_{b2}\left[\cos\phi_{c_2P}\left[\sin(k\pi+\varphi_2)-\varphi_2\cos(k\pi+\varphi_2)\right]+\sin\phi_{c_2P}\left[\cos(k\pi+\varphi_2)+\varphi_2\sin(k\pi+\varphi_2)\right]\right]=0;\\ r_{b2}\left[-\sin\phi_{c_2P}\left[\sin(k\pi+\varphi_2)-\varphi_2\cos(k\pi+\varphi_2)\right]+\cos\phi_{c_2P}\left[\cos(k\pi+\varphi_2)+\varphi_2\sin(k\pi+\varphi_2)\right]\right]\pm R_2=0,\end{aligned}\right\} \quad (2.44)$$

где $k\pi$ – угол, определяющий положение полюса зацепления относительно начала системы координат зубчатого колеса (зубчатой обоймы), $k\pi=\pi$ – для внешнего зацепления, $k\pi=0$ – для внутреннего зацепления.

5. Определение вероятных величин погрешностей изготовления элементов зубчатых венцов.

6. Определение вероятных величин погрешностей монтажа элементов зубчатых венцов.

7. Определение вероятных величин перемещений, вызванных деформациями элементов зубчатых колес и зубчатых передач в процессе эксплуатации под действием рабочей нагрузки.

8. Определение суммарных погрешностей вызванных совокупным действием погрешностей изготовления и монтажа, а так же перемещениями, возникающими вследствие деформаций элементов зубчатых коле и зубчатых передач в процессе эксплуатации под действием рабочей нагрузки.

9. Описание боковой поверхности зуба шестерни (зубчатой втулки) в системе координат шестерни. Подставив в исходную систему (2.6) зависимости, которые описывают геометрию боковой поверхности зуба колеса (2.40) или (2.41) и, проведя соответствующие преобразования, получим систему уравнений, определяющую геометрию боковой поверхности зуба шестерни (зубчатой втулки) в системе координат $S_1(x_1, y_1, z_1)$ с учетом наличия погрешностей изготовления и монтажа, а также перемещений, возникающих в процессе эксплуатации вследствие деформаций элементов зубчатых колес и зубчатых передач, следующего вида:

$$\left.\begin{aligned}
&x_1 = r_{b2}Ax_1\left(\sin\left(\varphi_2+\phi_{c_2P}-\phi_1+\phi_2\right)-\varphi_2\cos\left(\varphi_2+\phi_{c_2P}-\phi_1+\phi_2\right)\right)-\\
&-Ax_2\sin\phi_1+Ax_3z_2+Ax_0;\\
&y_1 = r_{b2}\left[\left(Ay_1+Ay_2\varphi_2\right)\cos\left(\varphi_2+\phi_{c_2P}-\phi_1+\phi_2\right)+\left(Ay_1\varphi_2-Ay_2\right)\sin\left(\varphi_2+\phi_{c_2P}-\phi_1+\phi_2\right)\right]+\\
&+Ay_3\cos\phi_1+Ay_4\sin\phi_1-Ay_5z_2+Ay_0;\\
&z_1 = r_{b2}\left[\left(Az_1-Az_2\varphi_2\right)\cos\left(\varphi_2+\phi_{c_2P}-\phi_1+\phi_2\right)+\left(Az_1\varphi_2+Az_2\right)\sin\left(\varphi_2+\phi_{c_2P}-\phi_1+\phi_2\right)\right]+\\
&+Az_3\left(\cos\phi_1-\sin\phi_1\right)+Az_4z_2+Az_0.
\end{aligned}\right\} \quad (2.45)$$

где

$$\begin{aligned}
&Ax_0 = \Delta z_\Sigma\sin\phi_{y\Sigma}-\Delta x_\Sigma\cos\phi_{y\Sigma};\\
&Ax_1 = \cos\phi_{y\Sigma}\\
&Ax_2 = \left(R_1\pm R_2\right)\cos\phi_{y\Sigma};\\
&Ax_3 = -\sin\phi_{y\Sigma};\\
&Ay_0 = -\Delta y_\Sigma\cos\phi_{x\Sigma}+\Delta z_\Sigma\cos\phi_{y\Sigma}\sin\phi_{x\Sigma}+\Delta x_\Sigma\sin\phi_{x\Sigma}\sin\phi_{y\Sigma};\\
&Ay_1 = \cos\phi_{x\Sigma};\\
&Ay_2 = \Delta x_\Sigma\sin\phi_{x\Sigma}\sin\phi_{y\Sigma}\\
&Ay_3 = Ay_1\left(R_1\pm R_2\right);\\
&Ay_4 = Ay_2\left(R_1\pm R_2\right);\\
&Ay_5 = \cos\phi_{y\Sigma}\sin\phi_{x\Sigma};\\
&Az_0 = -\Delta y_\Sigma\sin\phi_{x\Sigma}-\Delta z_\Sigma\cos\phi_{x\Sigma}\cos\phi_{y\Sigma}-\Delta x_\Sigma\cos\phi_{x\Sigma}\sin\phi_{y\Sigma};\\
&Az_1 = \sin\phi_{x\Sigma};\\
&Az_2 = \cos\phi_{x\Sigma}\sin\phi_{y\Sigma};\\
&Az_3 = Az_1\left(R_1\pm R_2\right);\\
&Az_4 = \cos\phi_{x\Sigma}\cos\phi_{y\Sigma}.
\end{aligned} \quad (2.46)$$

10. Определение начальных параметров контактирования зубьев сопряженных зубчатых колес.

Параметры контактирования, а именно углы поворота ϕ_1 шестерни (зубчатой втулки) и ϕ_2 колеса (зубчатой обоймы) зубчатых колес определяются решение системы уравнений (2.45) при заданном значении угла развернутости эвольвенты φ_2. Кроме параметров контактирования в систему уравнений входит еще три неизвестных: координаты x_1 и y_1 точки на боковой поверхности зуба шестерни (зубчатой втулки) и координата по длине z_2 зуба колеса (зубчатой обоймы). Для раскрытия неопределенности добавим в систему уравнений (2.45) два дополни-

тельных уравнения. Первое уравнение, позволяющее определить параметры контактирования двух профилей в точке с минимальным радиусом мгновенного поворота (2.8) или (2.9), в зависимости от того какая рассматривается передача с внешним или с внутренним зацеплением. Второе уравнение – уравнение линии зацепления, которая описывается, например, линейной зависимостью вида $y_1 = R_1 + tg\alpha \cdot x_1$

Для получения уравнений, которые определяют параметры контактирования двух профилей в точке с минимальным радиусом мгновенного поворота подставим в зависимости (2.8) и (2.9) соответствующие уравнения по определению координат точек на боковой поверхности зуба колеса (зубчатой обоймы) (2.40) и (2.41). А также первые производные по углу развернутости эвольвенты колеса (зубчатой обоймы):

$$\frac{dx_{2l}}{d\varphi_2} = r_{b2}\varphi_2 \sin\left(\varphi_2 + \phi_{c_2P}\right), \tag{2.47}$$

$$\frac{dy_{2l}}{d\varphi_2} = r_{b2}\varphi_2 \cos\left(\varphi_2 + \phi_{c_2P}\right). \tag{2.48}$$

Формулы записаны для левого профиля боковой поверхности зубьев шестерни (зубчатой втулки). Аналогично могут быть получены зависимости для правого профиля боковой поверхности зубьев с использование зависимостей (2.41).

После проведения преобразований и упрощения получим уравнения, определяющие параметры контактирования сопряженных профилей зубьев цилиндрических зубчатых колес при минимальном радиусе мгновенного поворота:

- для внешнего зацепления

$$\cos\alpha + \cos\left(\varphi_2 + \phi_{c_2P} + \phi_2\right) = 0; \tag{2.49}$$

- для внутреннего зацепления

$$\cos\alpha - \cos\left(\varphi_2 + \phi_{c_2P} + \phi_2\right) = 0; \tag{2.50}$$

В результате получим систему из пяти уравнений с пятью неизвестными, которая позволяет определять геометрию боковой поверхности зубьев шестерни (зубчатой втулки) и параметры контактирования зубчатых колес, как внешнего, так и внутреннего зацепления при наличии погрешностей изготовления и монта-

жа, а также при наличии перемещений, вызванных деформациями в процессе эксплуатации элементов зубчатых колес и зубчатых передач:

- для внешнего зацепления (получено решение о выдачи патента на изобретение - Приложение В.)

$$\left.\begin{array}{l} x_1 = r_{b2} Ax_1\left(\sin\left(\varphi_2 + \phi_{c_2P} - \phi_1 + \phi_2\right) - \varphi_2 \cos\left(\varphi_2 + \phi_{c_2P} - \phi_1 + \phi_2\right)\right) - \\ - Ax_2 \sin\phi_1 + Ax_3 z_2 + Ax_0; \\ y_1 = r_{b2}\left[\left(Ay_1 + Ay_2\varphi_2\right)\cos\left(\varphi_2 + \phi_{c_2P} - \phi_1 + \phi_2\right) + \left(Ay_1\varphi_2 - Ay_2\right)\sin\left(\varphi_2 + \phi_{c_2P} - \phi_1 + \phi_2\right)\right] + \\ + Ay_3 \cos\phi_1 + Ay_4 \sin\phi_1 - Ay_5 z_2 + Ay_0; \\ z_1 = r_{b2}\left[\left(Az_1 - Az_2\varphi_2\right)\cos\left(\varphi_2 + \phi_{c_2P} - \phi_1 + \phi_2\right) + \left(Az_1\varphi_2 + Az_2\right)\sin\left(\varphi_2 + \phi_{c_2P} - \phi_1 + \phi_2\right)\right] + \\ + Az_3\left(\cos\phi_1 - \sin\phi_1\right) + Az_4 z_2 + Az_0; \\ y_1 = R_1 + tg\alpha \cdot x_1; \\ \cos\alpha + \cos\left(\varphi_2 + \phi_{c_2P} + \phi_2\right) = 0. \end{array}\right\} \quad (2.51)$$

- для внутреннего зацепления

$$\left.\begin{array}{l} x_1 = r_{b2} Ax_1\left(\sin\left(\varphi_2 + \phi_{c_2P} - \phi_1 + \phi_2\right) - \varphi_2 \cos\left(\varphi_2 + \phi_{c_2P} - \phi_1 + \phi_2\right)\right) - \\ - Ax_2 \sin\phi_1 + Ax_3 z_2 + Ax_0; \\ y_1 = r_{b2}\left[\left(Ay_1 + Ay_2\varphi_2\right)\cos\left(\varphi_2 + \phi_{c_2P} - \phi_1 + \phi_2\right) + \left(Ay_1\varphi_2 - Ay_2\right)\sin\left(\varphi_2 + \phi_{c_2P} - \phi_1 + \phi_2\right)\right] + \\ + Ay_3 \cos\phi_1 + Ay_4 \sin\phi_1 - Ay_5 z_2 + Ay_0; \\ z_1 = r_{b2}\left[\left(Az_1 - Az_2\varphi_2\right)\cos\left(\varphi_2 + \phi_{c_2P} - \phi_1 + \phi_2\right) + \left(Az_1\varphi_2 + Az_2\right)\sin\left(\varphi_2 + \phi_{c_2P} - \phi_1 + \phi_2\right)\right] + \\ + Az_3\left(\cos\phi_1 - \sin\phi_1\right) + Az_4 z_2 + Az_0; \\ y_1 = R_1 + tg\alpha \cdot x_1; \\ \cos\alpha - \cos\left(\varphi_2 + \phi_{c_2P} + \phi_2\right) = 0. \end{array}\right\} \quad (2.52)$$

Системы уравнений (2.51) и (2.52) используются для определения начальных параметров контактирования двух сопряженных зубчатых колес при $z_1=0$. В результате решения систем уравнений (2.51) и (2.52) определяются координаты точек пересечения двух сопряженных профилей зубчатого колеса и шестерни с проекцией линии зацепления на плоскость *XOY* абсолютной системы координат, координата по длине зуба колеса (зубчатой обоймы) и углы поворота шестерни и колеса. Решением системы уравнений можно также определить параметры контактирования сопряженных профилей в полюсе зацепления.

11. Определение координат точек кривых пересечения боковой поверхности зубьев шестерни (зубчатой втулки) с плоскостями параллельными плоскости *XOY* абсолютной системы координат.

Координаты точек пересечения боковой поверхности зубьев шестерни (зубчатой втулки) с плоскостями параллельными плоскости XOY абсолютной системы координат определяются с использованием системы уравнений (2.45), а также зависимости (2.46) и найденных ранее начальных параметрор контактирования – углов поворота зубчатых колес ϕ_1 и ϕ_2. В результате решения систем уравнений получаем массив координат точек пересечения боковой поверхности зуба шестерни с проекцией линии зацепления на плоскость X*OY* абсолютной системы координат. Точки лежат в плоскостях, параллельных плоскости X*OY* абсолютной системы координат и располагаются по высоте зуба.

12. Профилирование боковой поверхности зуба шестерни (зубчатой втулки).

Для описания геометрии боковой поверхности зуба шестерни (зубчатой втулки) необходимо выполнить профилирование – т.е. привести все точки к одному положению зуба. Выполнить приведение координат точек можно при осуществлении поворота точки относительно продольной оси шестерни (зубчатой втулки), координата z_1 при этом не изменяется, а координаты x_1 и y_1 рассчитываются с учетом ранее найденных параметров контактирования – углов поворота сопряженных зубчатых колес по зависимостям:

$$\left.\begin{aligned} x_{101} &= x_1 \cos\phi_{102} - y_1 \sin\phi_{102}; \\ y_{101} &= x_1 \sin\phi_{102} + y_1 \cos\phi_{102}, \end{aligned}\right\} \qquad (2.53)$$

где ϕ_{102} - угол поворота шестерни (зубчатой втулки), рассчитываемый по зависимости:

$$\phi_{102} = \phi_2 - \phi_{c_2P}, \qquad (2.54)$$

где ϕ_{c_2P} - угол поворота колеса (зубчатой обоймы) в положение, когда профиль проходит через полюс зацепления.

Результат приведения к одному положению зуба координат точек контактирования представлен на рисунке 2.11.

Приведение координат точек боковой поверхности одного зуба к вертикальной оси осуществляется в соответствии с системой уравнений:

$$\left.\begin{aligned} x_{101_vo} &= x_{101}\cos\left(-\phi_{c2}-\phi_{c_2P}\right)- \\ &- y_{101}\sin\left(-\phi_{c2}-\phi_{c_2P}\right); \\ y_{101_vo} &= x_{101}\sin\left(-\phi_{c2}-\phi_{c_2P}\right)+ \\ &+ y_{101}\cos\left(-\phi_{c2}-\phi_{c_2P}\right), \end{aligned}\right\} \quad (2.55)$$

где ϕ_{c2} - угол определяющий смещение начала эвольвенты.

Результат приведения точек боковой поверхности одного зуба к вертикальной оси представлен на рисунке 2.12.

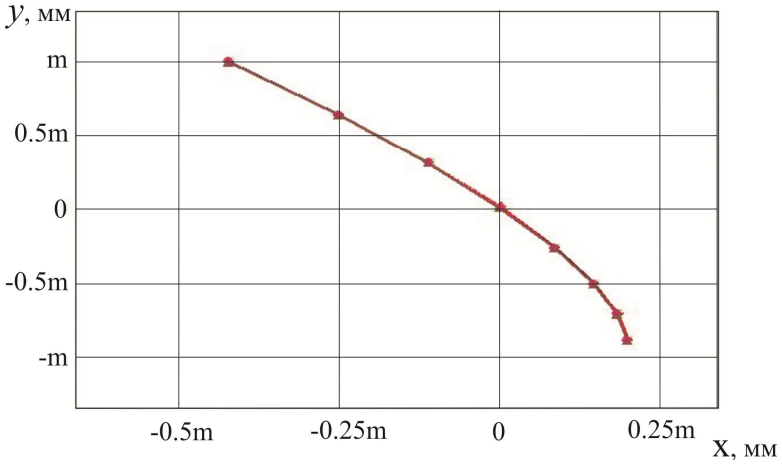


Рисунок 2.11. Координаты точек на боковой поверхности зуба шестерни (зубчатой втулки) приведенные к одному зубу

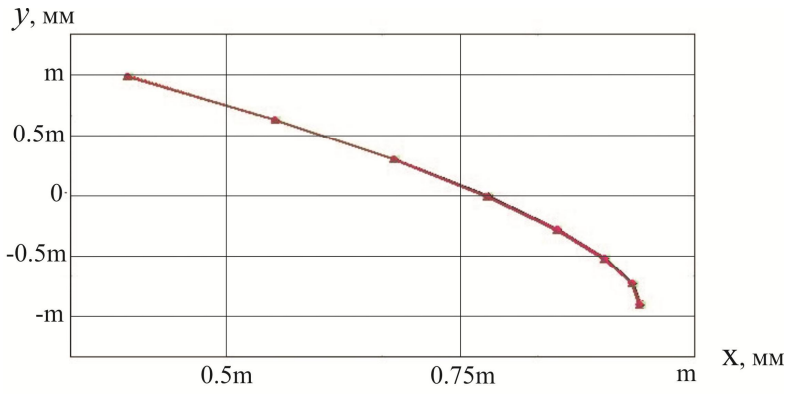


Рисунок 2.12. Координаты точек на боковой поверхности зуба шестерни (зубчатой втулки) приведенные к вертикальной оси

Расчет координат правого профиля шестерни (зубчатой втулки) в абсолютной системе координат:

$$\left.\begin{aligned} X_{102p} &= x_{101_vo}\cos\left(\phi_{102}\right)- \\ &- y_{101_vo}\sin\left(\phi_{102}\right); \\ Y_{102p} &= x_{101_vo}\sin\left(\phi_{102}\right)+ \\ &+ y_{101_vo}\cos\left(\phi_{102}\right)- R_1. \end{aligned}\right\} \quad (2.56)$$

Угол поворота левого профиля зуба шестерни (зубчатой втулки) рассчитывается по зависимости:

$$\phi_{104} = \phi_2 + 2\phi_{c2} + 2\phi_{c_2P} + 2\left(\phi_1 - (\pi - \phi_2)\right). \quad (2.57)$$

Расчет координат левого профиля шестерни (зубчатой втулки) в абсолютной системе координат:

$$\left.\begin{aligned} X_{102l} &= -x_{101_vo}\cos\left(\phi_{104}\right)- y_{101_vo}\sin\left(\phi_{104}\right); \\ Y_{102l} &= -x_{101_vo}\sin\left(\phi_{104}\right)+ y_{101_vo}\cos\left(\phi_{104}\right)- R_1. \end{aligned}\right\} \quad (2.58)$$

Результаты расчета координат точек правого и левого профиля шестерни (зубчатой втулки) в абсолютной системе координат представлены на рисунке 2.13.

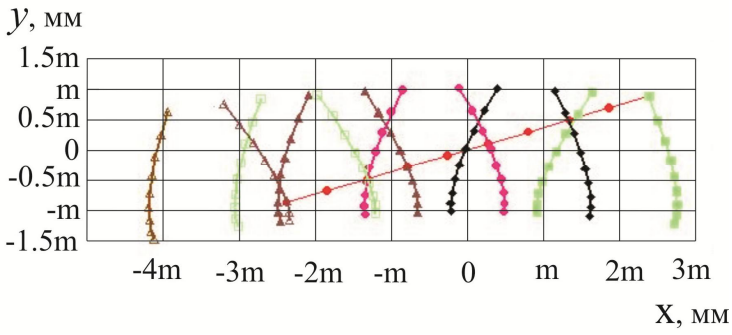


Рисунок 2.13. Положение левого и правого профилей зубьев шестерни (зубчатой втулки)

13. Расчет положения профиля зуба колеса (зубчатой обоймы).

Для определения положения левого и правого профилей зуба колеса (зубчатой обоймы) рассчитаем угол его поворота по зависимости:

$$\phi_{201} = -\phi_2 + \phi_{c_2P}. \tag{2.59}$$

Угол поворота левого профиля колеса (зубчатой обоймы) рассчитывается по зависимостям:

- для дополюсной зоны

$$\phi_{202} = \phi_{201} - 2\phi_{c_2} - 2\phi_{c_2P} + \frac{\phi_1 - (\pi - \phi_2)}{2}, \tag{2.60}$$

- для заполюсной зоны

$$\phi_{202} = \phi_{201} - 2\phi_{c_2} - 2\phi_{c_2P} + \phi_1 - (\pi - \phi_2). \tag{2.61}$$

Значение координат точек, принадлежащих левому профилю колеса (зубчатой обоймы) в абсолютной системе координат, определяются системой уравнений:

$$\left.\begin{aligned} X_{2l} &= r_{b2}\left[\cos\phi_{202}\left[\sin(k\pi+\varphi_2) - \varphi_2\cos(k\pi+\varphi_2)\right] + \sin\phi_{202}\left[\cos(k\pi+\varphi_2) + \varphi_2\sin(k\pi+\varphi_2)\right]\right]; \\ Y_{2l} &= r_{b2}\left[-\sin\phi_{202}\left[\sin(k\pi+\varphi_2) - \varphi_2\cos(k\pi+\varphi_2)\right] + \cos\phi_{202}\left[\cos(k\pi+\varphi_2) + \varphi_2\sin(k\pi+\varphi_2)\right]\right] \pm R_2. \end{aligned}\right\} \tag{2.62}$$

Угол поворота правого профиля колеса (зубчатой обоймы) рассчитывается по зависимостям:

- для дополюсной зоны

$$\phi_{203} = \phi_{201} - \phi_{c_2P} + (\phi_1 - (\pi - \phi_2))/2, \tag{2.63}$$

- для заполюсной зоны

$$\phi_{203} = \phi_{201} - \phi_{c_2P} - \phi_1 + (\pi - \phi_2). \tag{2.64}$$

Значения координат точек, принадлежащих правому профилю колеса (зубчатой обоймы) в абсолютной системе координат, определяются системой уравнений:

$$\left.\begin{aligned} X_{2p} &= r_{b2}\left[-\cos\phi_{203}\left[\sin(k\pi+\varphi_2)-\varphi_2\cos(k\pi+\varphi_2)\right]+\sin\phi_{203}\left[\cos(k\pi+\varphi_2)+\varphi_2\sin(k\pi+\varphi_2)\right]\right]; \\ Y_{2p} &= r_{b2}\left[\sin\phi_{203}\left[\sin(k\pi+\varphi_2)-\varphi_2\cos(k\pi+\varphi_2)\right]+\cos\phi_{203}\left[\cos(k\pi+\varphi_2)+\varphi_2\sin(k\pi+\varphi_2)\right]\right]\pm R_2. \end{aligned}\right\} \quad (2.65)$$

В результате расчета по зависимостям (2.62) и (2.65) определяем положение левого и правого профилей в пределах зоны зацепления зубьев колеса (рисунок 2.14.).

14. Построение картины зацепления.

По результатам расчета координат точек, принадлежащих боковым поверхностям зубьев шестерни (зубчатой втулки) и колеса, строим картину зацепления (рисунок 2.15.).

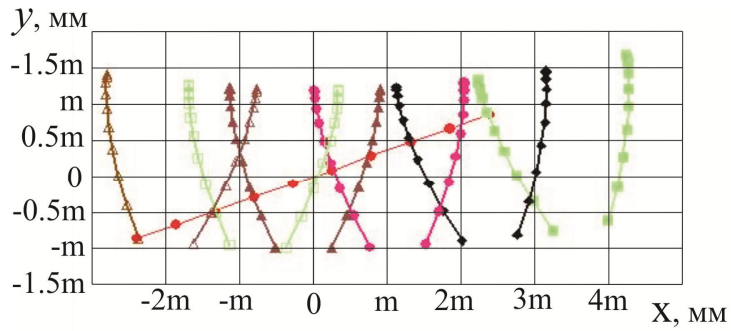


Рисунок 2.14. Положение левого и правого профилей зубьев колеса (зубчатой обоймы)

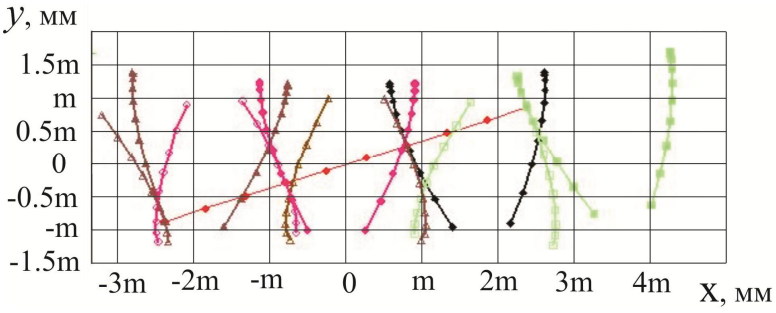


Рисунок 2.15. Картина внешнего зацепления зубчатого колеса с прямолинейной образующей зубьев с шестерней с пространственной модификацией зубьев, в сечении плоскостью Z=0

Для получения аналогичных результатов в других сечениях боковой поверхности вдоль линии зуба шестерни (зубчатой втулки) плоскостями, параллельными плоскости XOY абсолютной системы координат, необходимо повторить расчеты с 11 по 14 пункт представленной методологии.

15. Описание боковой поверхности зуба шестерни (зубчатой втулки) семейством сплайнов.

16. Определение основных характеристик зубчатой передачи.

17. Оптимизация геометрии боковой поверхности зубьев по одному или нескольким критериям оптимизации.

18. Имитационное моделирование процесса работы зубчатой передачи.

Таким образом, разработана методология проектирования зубчатых венцов с универсальной пространственной модификацией зубьев. Универсальность заключается в способности компенсировать погрешности изготовления, монтажа и перемещения, вызванные деформациями в процессе эксплуатации. Методология предполагает выполнение ряда этапов: сбор исходных данных и определения предварительной компоновки зубчатой передачи, расчет параметров контактирования зубьев, профилирование, получение картины зацепления в различных сечениях по длине зуба шестерни (зубчатой втулки), проведение одно- или многокритериальной оптимизации геометрии боковой поверхности зубьев шестерни (зубчатой втулки) и имитационное моделирование для оценки конструкции зубчатой передачи, полученной в результате выполнения расчетов.

Использование приведенных зависимостей позволяет определить параметры контактирования зубчатого эвольвентного колеса (зубчатой обоймы) с прямолинейной образующей и шестерни (зубчатой втулки) для условий внешнего и внутреннего зацепления. В результате выполнения профилирования зуба шестерни (зубчатой втулки) по представленной методике можно получить массив данных, определяющих геометрию их боковой поверхности. Полученные таким образом зависимости и теоретические значения параметров пространственно-модифицированных зубьев шестерни (зубчатой втулки) могут быть использованы в дальнейшем при конструкторской подготовке производства, в процессе моделирования и при создании комплектов конструкторской документации. Кроме того, могут использоваться при выполнении технологических расчетов геометрии РИ, траектории его перемещения в процессе изготовления зубчатых венцов с пространственной модификацией и при выполнении сравнения во время контроля соответствия параметров реально нарезанного в процессе формообразования зубчатого венца с пространственно-модифицированными зубьями.

2.6. Исходные данные для выполнения конструкторско-технологической подготовки производства изделий с зубчатыми венцами с пространственной модификацией зубьев

Исходными данными для проведения конструкторско-технологической подготовки производства изделий с зубчатыми венцами, в том числе и цилиндрических зубчатых колес, являются их основные геометрические характеристики, полученные в результате выполнения проектировочных и проверочных расчетов. Для зубчатых венцов с пространственной модификацией зубьев, наряду с основными геометрическими характеристиками, необходимо иметь описание геометрии боковой поверхности зубьев в виде, удобном для построения трехмерных моделей изделий и последующего выполнения комплекта конструкторской документации. Трехмерные модели также могут быть использованы для проведения расчетов по имитационному моделированию процессов эксплуатации впервые разрабатываемых изделий или для оценки влияния на работоспособность внесенных конструктивных изменений ранее выпускаемых деталей. Построение трехмерных моделей, имитационное моделирование процессов эксплуатации изделий и разработка документации относится к этапу конструкторской подготовки производства.

На этапе технологической подготовки производства также необходимо иметь информацию об обрабатываемом изделии сложной формы. Эта информация используется при выборе режущего инструмента, разработки стратегии обработки поверхностей изделий, назначении режимов резания, при контроле геометрии обработанной поверхности и т.д.

Информация о геометрии изделия и его элементов может быть представлена в виде таблицы значений координат или в виде описания геометрии одной кривой или семейством кривых. Причем описание геометрии кривой или семейством кривых более универсально, так как позволяет получать геометрические характеристики непрерывно вдоль кривой или семейства кривых, расположенных в од-

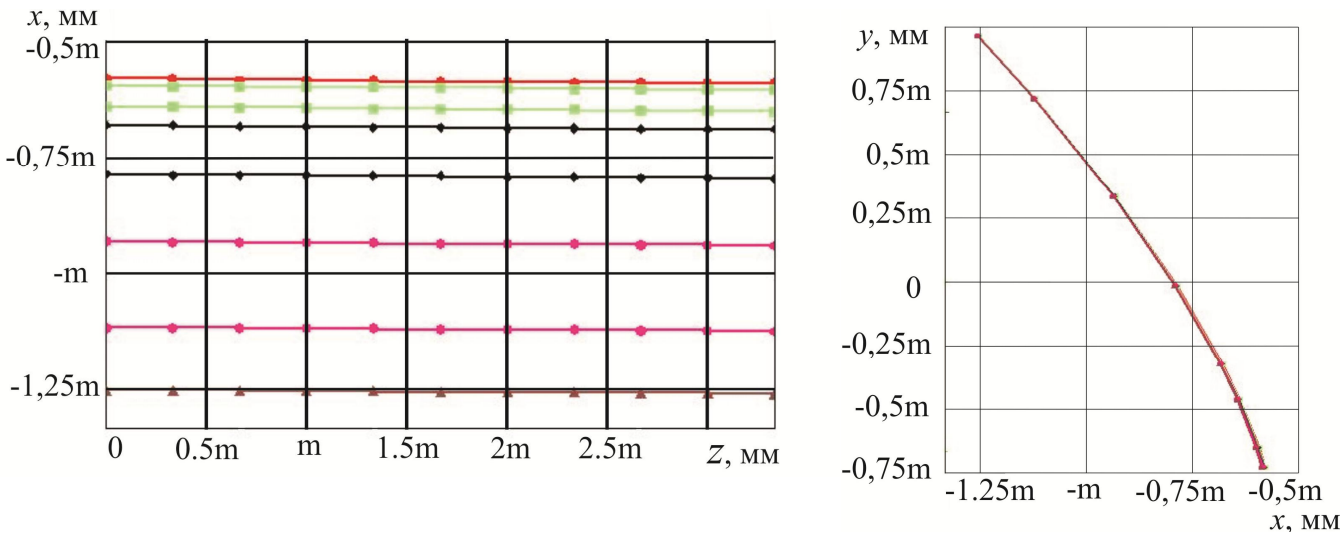
ном направлении вдоль детали или сетки кривых, расположенных двух направлениях вдоль детали.

Один из возможных вариантов описания геометрии сложных пространственных изделий или элементов изделий, широко применяемых в CAD системах - описание сплайнами, например сплайнами Безье.

2.6.1. Определение исходных данных

Исходными данными для описания боковой поверхности сеткой сплайнов Безье является густота сетки по длине и по высоте зуба. Т.е. в зависимости от точности решаемых задач выбирается количество кривых, которыми будет описана боковая поверхность зуба. Этот процесс сводится к заданию значений координат по длине и по высоте зуба шестерни (зубчатой втулки) y_1 и z_1. Так как положение точки в пространстве описывается тремя координатами, то для заданных значений координат y_1 и z_1 определяются параметры контактирования и значение третьей координаты x_1, решением системы уравнений (2.51) для внешнего зацепления и (2.52) для внутреннего зацепления. В процессе решения систем уравнений определяются: координата x_1, соответствующая заданным значениям координат y_1 и z_1 рассматриваемой точки, углы поворота шестерни (зубчатой втулки) ϕ_1 и колеса (зубчатой обоймы) ϕ_2, угол развернутости эвольвенты φ_2 и координата по длине зуба колеса z_2. Определив третью координату x_1, в результате получаем распределение координат точек, принадлежащих боковой поверхности зуба с пространственной модификацией, которые в дальнейшем и будут использованы для определения параметров сплайна Безье.

Рассчитав значение угла поворота шестерни (зубчатой втулки) ϕ_1 по зависимости (2.54), приводим полученные исходные координаты к одному положению зуба с использование системы уравнений (2.53). После чего приводим координаты точек боковой поверхности одного зуба к вертикальной оси используя систему уравнений (2.55). Результаты приведения координат точек боковой поверхности зуба к вертикальной оси представлены на рисунке 2.16.



а) б)

Рисунок 2.16. Сетка кривых на боковой поверхности зуба шестерни: а – проекции точек на плоскость $x_1O_1z_1$; б – проекции точек на плоскость $x_1O_1y_1$

2.6.2. Аппроксимация геометрии боковой поверхности зубьев шестерни с пространственной модификацией семейством сплайнов Безье третьего порядка по высоте зуба

Для описания кривых, представленных на рисунке 2.16 б, представляющих собой линию пересечение боковой поверхности зуба с пространственной модификацией плоскостью, параллельной плоскости $x_1O_1y_1$, как правило, используют сплайны третьего порядка. Чтобы найти параметры сплайна Безье третьего, порядка необходимо задаваться координатами четырех точек, принадлежащих аппроксимируемой кривой.

Сплайн Безье третьего порядка определяется зависимостью вида [404, 405]:

$$P(\lambda) = \sum_{i=0}^{N=3} J_i^N(\lambda) \cdot P_i, \qquad (2.66)$$

где λ – параметр сплайна Безье, $0 \le \lambda \le 1$;

N – степень полинома, в рассматриваемом случае $N=3$;

P_i – координаты опорных точек, количество опорных точек в рассматриваемом случае равно $N+1=4$;

$J_i^N(\lambda)$ – аппроксимирующие многочлены Бернштейна, которые равны:

$$J_i^N(\lambda) = C_i^N \cdot \lambda^i \cdot (1-\lambda)^{N-i},$$

где C_i^N - биномиальные коэффициенты

$$C_i^N = \frac{N!}{i! \cdot (N-i)!}.$$

Биномиальные коэффициенты для сплайна Безье третьего порядка составят:

$$C_0^3 = 1;\ C_1^3 = 3;\ C_2^3 = 3;\ C_3^3 = 1.$$

Аппроксимирующие многочлены Бернштейна сплайна Безье третьего порядка:

$$J_0^3(\lambda) = (1-\lambda)^3; J_1^3(\lambda) = 3 \cdot \lambda \cdot (1-\lambda)^2; J_2^3(\lambda) = 3 \cdot \lambda^2 \cdot (1-\lambda); J_3^3(\lambda) = \lambda^3. \quad (2.67)$$

С учетом аппроксимирующих многочленов Бернштейна (2.67) зависимость (2.66) примет вид:

$$P(\lambda) = P_0 \cdot (1-\lambda)^3 + 3 \cdot P_1 \cdot \lambda \cdot (1-\lambda)^2 + 3 \cdot P_2 \cdot \lambda^2 \cdot (1-\lambda) + P_3 \cdot \lambda^3. \quad (2.68)$$

Записав уравнение (2.68) для каждой из координат рассматриваемой точки на кривой, принадлежащей профилю зуба, получим систему уравнений для определения координат точек аппроксимирующего сплайна Безье в Декартовой системе координат:

$$\begin{cases} x_1(\lambda) = x_{n_k} \cdot (1-\lambda)^3 + 3 \cdot x_1 \cdot \lambda \cdot (1-\lambda)^2 + 3 \cdot x_2 \cdot \lambda^2 \cdot (1-\lambda) + x_{k_k} \cdot \lambda^3; \\ y_1(\lambda) = y_{n_k} \cdot (1-\lambda)^3 + 3 \cdot y_1 \cdot \lambda \cdot (1-\lambda)^2 + 3 \cdot y_2 \cdot \lambda^2 \cdot (1-\lambda) + y_{k_k} \cdot \lambda^3. \end{cases} \quad (2.69)$$

где $x_{n_k}, x_{k_k}, y_{n_k}, y_{k_k}$ – соответственно координаты начальной и конечной точек на кривой, описывающей профиль зуба шестерни (зубчатой втулки);

x_1, x_2, y_1, y_2 - координаты опорных точек сплайна.

Неизвестными в системе уравнений (2.69) являются: параметр сплайна λ и координаты опорных точек x_1, x_2, y_1, y_2. Известными значениями в системе являются координаты начала и конца кривой, которая описывает профиль зуба, $x_{n_k}, x_{k_k}, y_{n_k}, y_{k_k}$, а также задаются значения функций $x_1(\lambda)$ и $y_1(\lambda)$. Таким образом, в систему (2.69) входит 5 неизвестных и для определения координат опорных точек x_1, x_2, y_1, y_2 и значения параметра сплайна λ необходимо записать уравнения системы (2.69) для координат 4-х точек, лежащих на кривой описывающей профиль зуба в рассматриваемом сечении, с учетом координат точек начала и конца кривой $x_{n_k}, x_{k_k}, y_{n_k}, y_{k_k}$:

$$\begin{cases} x_{n_k} = x_{n_k} \cdot (1-\lambda_0)^3 + 3 \cdot x_1 \cdot \lambda_0 \cdot (1-\lambda_0)^2 + 3 \cdot x_2 \cdot {\lambda_0}^2 \cdot (1-\lambda_0) + x_{k_k} \cdot {\lambda_0}^3; \\ y_{n_k} = y_{n_k} \cdot (1-\lambda_0)^3 + 3 \cdot y_1 \cdot \lambda_0 \cdot (1-\lambda_0)^2 + 3 \cdot y_2 \cdot {\lambda_0}^2 \cdot (1-\lambda_0) + y_{k_k} \cdot {\lambda_0}^3; \\ x_{p1} = x_{n_k} \cdot (1-\lambda_1)^3 + 3 \cdot x_1 \cdot \lambda_1 \cdot (1-\lambda_1)^2 + 3 \cdot x_2 \cdot {\lambda_1}^2 \cdot (1-\lambda_1) + x_{k_k} \cdot {\lambda_1}^3; \\ y_{p1} = y_{n_k} \cdot (1-\lambda_1)^3 + 3 \cdot y_1 \cdot \lambda_1 \cdot (1-\lambda_1)^2 + 3 \cdot y_2 \cdot {\lambda_1}^2 \cdot (1-\lambda_1) + y_{k_k} \cdot {\lambda_1}^3; \\ x_{p2} = x_{n_k} \cdot (1-\lambda_2)^3 + 3 \cdot x_1 \cdot \lambda_2 \cdot (1-\lambda_2)^2 + 3 \cdot x_2 \cdot {\lambda_2}^2 \cdot (1-\lambda_2) + x_{k_k} \cdot {\lambda_2}^3; \\ y_{p2} = y_{n_k} \cdot (1-\lambda_2)^3 + 3 \cdot y_1 \cdot \lambda_2 \cdot (1-\lambda_2)^2 + 3 \cdot y_2 \cdot {\lambda_2}^2 \cdot (1-\lambda_2) + y_{k_k} \cdot {\lambda_2}^3; \\ x_{k_k} = x_{n_k} \cdot (1-\lambda_3)^3 + 3 \cdot x_1 \cdot \lambda_3 \cdot (1-\lambda_3)^2 + 3 \cdot x_2 \cdot {\lambda_3}^2 \cdot (1-\lambda_3) + x_{k_k} \cdot {\lambda_3}^3; \\ y_{k_k} = y_{n_k} \cdot (1-\lambda_3)^3 + 3 \cdot y_1 \cdot \lambda_3 \cdot (1-\lambda_3)^2 + 3 \cdot y_2 \cdot {\lambda_3}^2 \cdot (1-\lambda_3) + y_{k_k} \cdot {\lambda_3}^3. \end{cases} \quad (2.70)$$

где $x_{p1}, x_{p2}, y_{p1}, y_{p2}$ - координаты точек, принадлежащих кривой, которая описывает профиль зуба шестерни (зубчатой втулки) по его высоте.

Решив систему относительно параметров сплайна $\lambda_0 - \lambda_3$ и координат опорных точек x_1, x_2, y_1, y_2, получим систему вида (2.69), которая позволяет аппроксимировать профиль зуба шестерни (зубчатой втулки) в рассматриваемом сечении. Результат аппроксимации представлен на рисунке 2.17. Определив параметры сплайнов для ряда сечений, можно выполнить аппроксимацию геометрии боковой поверхности зубьев цилиндрического зубчатого колеса с пространственной модификацией семейством сплайнов Безье третьего порядка по высоте зуба.

Для оценки точности аппроксимации геометрии боковой поверхности зубьев цилиндрического зубчатого колеса с пространственной модификацией сплайном Безье третьего порядка подставим во второе уравнение системы (2.69) теоретическое значение координаты по высоте зуба y_{1teor}:

$$y_{1teor} = y_{n_k} \cdot (1-\lambda)^3 + 3 \cdot y_1 \cdot \lambda \cdot (1-\lambda)^2 + 3 \cdot y_2 \cdot \lambda^2 \cdot (1-\lambda) + y_{k_k} \cdot \lambda^3. \quad (2.71)$$

Из полученного таким образом уравнения определим значение параметра сплайна λ, соответствующего текущему значению координаты по высоте зуба y_{1teor}. Подставив полученное значение параметра сплайна λ в первое уравнение системы (2.69), рассчитаем значение координаты x_{1sp} точки принадлежащей сплайну Безье:

$$x_{1sp} = x_{n_k} \cdot (1-\lambda)^3 + 3 \cdot x_1 \cdot \lambda \cdot (1-\lambda)^2 + 3 \cdot x_2 \cdot \lambda^2 \cdot (1-\lambda) + x_{k_k} \cdot \lambda^3. \quad (2.72)$$

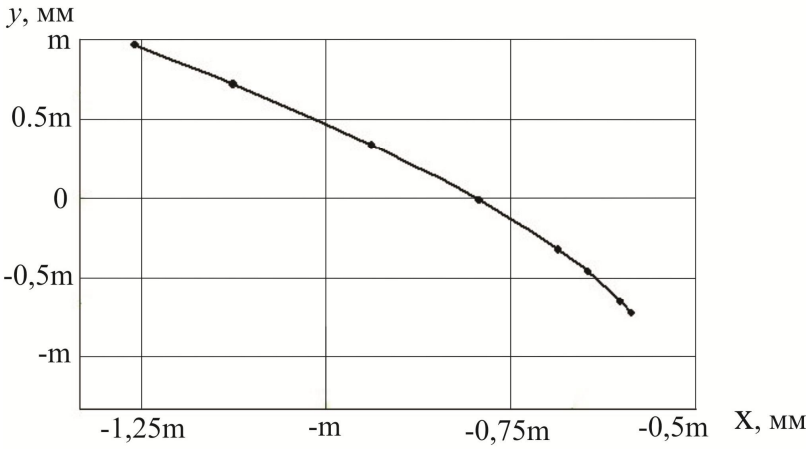


Рисунок 2.17. Результат аппроксимации геометрии боковой поверхности зубьев шестерни с пространственной модификацией сплайном Безье третьего порядка по высоте зуба

Для численной оценки точности аппроксимации геометрии боковой поверхности зубьев шестерни с пространственной модификацией сплайном Безье третьего порядка по высоте зуба рассчитаем погрешности определения координаты по толщине зуба:

- абсолютную погрешность

$$\Delta x_1 = x_{1teor} - x_{1sp}; \quad (2.73)$$

- относительную погрешность

$$\delta x_1 = \frac{|x_{1teor} - x_{1sp}|}{x_{1teor}}. \quad (2.74)$$

2.6.3. Аппроксимация геометрии боковой поверхности зубьев шестерни с пространственной модификацией семейством сплайнов Безье третьего порядка по длине зуба

Для описания кривых рисунок 2.16 а, представляющих собой линию пересечение боковой поверхности зуба с пространственной модификацией плоскостью параллельной плоскости $x_1O_1z_1$, как правило, используют сплайны третьего порядка. Чтобы найти параметры сплайна Безье третьего порядка, необходимо задаваться координатами четырех точек принадлежащих аппроксимируемой кривой.

Записав уравнение (2.68) для каждой из координат рассматриваемой точки на кривой, принадлежащей профилю зуба, получим систему уравнений для опре-

деления координат точек аппроксимирующего сплайна Безье в Декартовой системе координат:

$$\begin{cases} x_1(\lambda) = x_{n_k} \cdot (1-\lambda)^3 + 3 \cdot x_1 \cdot \lambda \cdot (1-\lambda)^2 + 3 \cdot x_2 \cdot \lambda^2 \cdot (1-\lambda) + x_{k_k} \cdot \lambda^3; \\ z_1(\lambda) = z_{n_k} \cdot (1-\lambda)^3 + 3 \cdot z_1 \cdot \lambda \cdot (1-\lambda)^2 + 3 \cdot z_2 \cdot \lambda^2 \cdot (1-\lambda) + y_{k_k} \cdot \lambda^3. \end{cases} \quad (2.75)$$

где z_{n_k}, z_{k_k} – соответственно координаты начальной и конечной точек на кривой, описывающей профиль зуба шестерни (зубчатой втулки);

z_1, z_2 - координаты опорных точек сплайна.

Неизвестными в системе уравнений (2.75) являются: параметр сплайна λ и координаты опорных точек x_1, x_2, z_1, z_2. Известными значениями в системе являются координаты начала и конца кривой, которая описывает профиль зуба по длине, $x_{n_k}, x_{k_k}, z_{n_k}, z_{k_k}$, а также задаются значения функций $x_1(\lambda)$ и $z_1(\lambda)$. Таким образом, в систему (2.75) входит 5 неизвестных. Для определения координат опорных точек x_1, x_2, z_1, z_2 и значения параметра сплайна λ необходимо записать уравнения системы (2.75) для координат 4-х точек, лежащих на кривой описывающей боковую поверхность в рассматриваемом сечении по длине зуба, с учетом координат точек начала и конца кривой $x_{n_k}, x_{k_k}, z_{n_k}, z_{k_k}$:

$$\begin{cases} x_{n_k} = x_{n_k} \cdot (1-\lambda_0)^3 + 3 \cdot x_1 \cdot \lambda_0 \cdot (1-\lambda_0)^2 + 3 \cdot x_2 \cdot {\lambda_0}^2 \cdot (1-\lambda_0) + x_{k_k} \cdot {\lambda_0}^3; \\ z_{n_k} = z_{n_k} \cdot (1-\lambda_0)^3 + 3 \cdot z_1 \cdot \lambda_0 \cdot (1-\lambda_0)^2 + 3 \cdot z_2 \cdot {\lambda_0}^2 \cdot (1-\lambda_0) + z_{k_k} \cdot {\lambda_0}^3; \\ x_{p1} = x_{n_k} \cdot (1-\lambda_1)^3 + 3 \cdot x_1 \cdot \lambda_1 \cdot (1-\lambda_1)^2 + 3 \cdot x_2 \cdot {\lambda_1}^2 \cdot (1-\lambda_1) + x_{k_k} \cdot {\lambda_1}^3; \\ z_{p1} = z_{n_k} \cdot (1-\lambda_1)^3 + 3 \cdot z_1 \cdot \lambda_1 \cdot (1-\lambda_1)^2 + 3 \cdot z_2 \cdot {\lambda_1}^2 \cdot (1-\lambda_1) + z_{k_k} \cdot {\lambda_1}^3; \\ x_{p2} = x_{n_k} \cdot (1-\lambda_2)^3 + 3 \cdot x_1 \cdot \lambda_2 \cdot (1-\lambda_2)^2 + 3 \cdot x_2 \cdot {\lambda_2}^2 \cdot (1-\lambda_2) + x_{k_k} \cdot {\lambda_2}^3; \\ z_{p2} = z_{n_k} \cdot (1-\lambda_2)^3 + 3 \cdot z_1 \cdot \lambda_2 \cdot (1-\lambda_2)^2 + 3 \cdot z_2 \cdot {\lambda_2}^2 \cdot (1-\lambda_2) + z_{k_k} \cdot {\lambda_2}^3; \\ x_{k_k} = x_{n_k} \cdot (1-\lambda_3)^3 + 3 \cdot x_1 \cdot \lambda_3 \cdot (1-\lambda_3)^2 + 3 \cdot x_2 \cdot {\lambda_3}^2 \cdot (1-\lambda_3) + x_{k_k} \cdot {\lambda_3}^3; \\ z_{k_k} = z_{n_k} \cdot (1-\lambda_3)^3 + 3 \cdot z_1 \cdot \lambda_3 \cdot (1-\lambda_3)^2 + 3 \cdot z_2 \cdot {\lambda_3}^2 \cdot (1-\lambda_3) + z_{k_k} \cdot {\lambda_3}^3. \end{cases} \quad (2.76)$$

где z_{p1}, z_{p2} - координаты точек, принадлежащих кривой, описывающей профиль зуба шестерни (зубчатой втулки) по его длине.

Решив систему относительно параметров сплайна $\lambda_0 - \lambda_3$ и координат опорных точек x_1, x_2, z_1, z_2, получим систему вида (2.75), которая описывает профиль зуба шестерни (зубчатой втулки) в рассматриваемом сечении по его длине.

Результат аппроксимации представлен на рисунке 2.18. Определив параметры сплайнов для ряда сечений, можно выполнить аппроксимацию геометрии боковой поверхности зубьев цилиндрического зубчатого колеса с пространственной модификацией семейством сплайнов Безье третьего порядка по длине зуба.

Для оценки точности аппроксимации геометрии боковой поверхности зубьев цилиндрического зубчатого колеса с пространственной модификацией сплайном Безье третьего порядка подставим во второе уравнение системы (2.75) теоретическое значение координаты по длине зуба z_{1teor}:

$$z_{1teor} = z_{n_k} \cdot (1-\lambda)^3 + 3 \cdot z_1 \cdot \lambda \cdot (1-\lambda)^2 + 3 \cdot z_2 \cdot \lambda^2 \cdot (1-\lambda) + z_{k_k} \cdot \lambda^3. \quad (2.77)$$

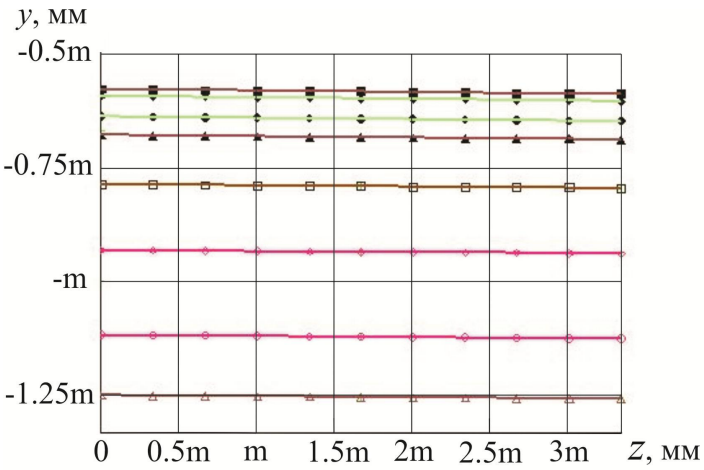


Рисунок 2.18. Результат аппроксимации геометрии боковой поверхности зубьев шестерни с пространственной модификацией сплайном Безье третьего порядка по длине зуба

Из полученного таким образом уравнения определим значение параметра сплайна λ, соответствующего текущему значению координаты по длине зуба z_{1teor}. Подставив полученное значение параметра сплайна λ в первое уравнение системы (2.75), рассчитаем значение координаты x_{1sp} точки, принадлежащей сплайну Безье по зависимости (2.72).

Для численной оценки точности аппроксимации геометрии боковой поверхности зубьев цилиндрического зубчатого колеса с пространственной модификацией сплайном Безье третьего порядка по длине зуба рассчитаем абсолютную и относительную погрешности определения координаты по толщине зуба по зависимостям (2.73) и (2.74).

Таким образом, разработана методика аппроксимации геометрии боковой поверхности зубьев цилиндрических зубчатых колес с пространственной модификацией сеткой кривых, расположенных в двух направлениях по длине и по высоте зуба. Полученные зависимости позволяют непрерывно определять координа-

ты контактных точек на боковой поверхности пространственно-модифицированного зуба в привязке к сетке сплайнов Безье. Данные, полученные таким образом, могут быть использованы при конструировании, определении геометрии режущей части инструмента, определении траектории относительного перемещения инструмента и заготовки, а также при контроле изделий с зубчатыми венцами с пространственной модификацией зубьев.

2.7. Выводы

1. Разработан функционально-ориентированный конструкторско-технологический подход повышения надежности, долговечности и нагрузочной способности цилиндрических зубчатых передач, реализация которой на практике позволит осуществлять как сквозное, так и итерационное проектирование цилиндрических зубчатых колес с пространственной модификацией зубьев, способных компенсировать все погрешности изготовления и монтажа элементов зубчатых передач, а также перемещения, вызванные деформациями элементов передач, возникающие в процессе эксплуатации.

2. В общем виде получены универсальные зависимости для проектирования зубчатых венцов цилиндрических зубчатых колес с пространственно-модифицированными зубьями, взаимодействующих в условиях наличия погрешностей и деформации элементов зубчатых передач. Универсальность полученных зависимостей заключается в учете при проектировании всех возможных погрешностей и перемещений, а также в применимости к расчету цилиндрических зубчатых передач с внешним и внутренним зацеплением, в том числе и с внутренним зацеплением с передаточным числом равным единице, присущим зубчатым муфтам.

3. Предложено развитие кинематического метода для пространственного зацепления цилиндрических зубчатых колес. На основании данного подхода получены обобщенные зависимости, которые описывают геометрию боковой поверхности зубьев цилиндрических зубчатых колес с пространственной модификацией. Зубчатые колеса с новой пространственной модификацией боковой поверхности зуба, способны компенсировать погрешности изготовления, монтажа и пе-

ремещения, возникающие вследствие деформаций элементов зубчатых передач в процессе эксплуатации. Применение полученных зависимостей позволяет существенно упростить как сам процесс профилирования зубьев, так и последующие технологические расчеты.

4. Получены зависимости для определения суммарных погрешностей зубчатых венцов цилиндрических зубчатых колес, вызванные действием различных факторов – точностью изготовления и монтажа, а так же деформациями в процессе эксплуатации. Зависимости приведены как для наружного зацепления, так и для внутреннего зацепления, в том числе при передаточном числе равном 1. Учет суммарных погрешностей зубчатых венцов при проектировании передач позволяет получить геометрию боковой поверхности зубьев по форме, близкую к форме естественного износа рабочей поверхности зубьев.

5. В результате выполнения теоретических исследований разработана методология проектирования зубчатых венцов колес внешнего и внутреннего зацеплений с пространственной модификацией зубьев, способных компенсировать погрешности изготовления, монтажа и перемещения, вызванные деформациями в процессе эксплуатации. Полученные зависимости могут быть использованы при моделировании и создании комплектов конструкторской документации, при выполнении технологических расчетов геометрии РИ, траектории его перемещения в процессе изготовления зубчатых венцов с пространственно-модифицированными зубьями, а так же для контроля соответствия параметров реально нарезанного в процессе формообразования зубчатого венца с пространственной модификацией зубьев.

6. Разработана методика аппроксимации геометрии боковой поверхности зубьев цилиндрических зубчатых колес с пространственной модификацией сеткой кривых, расположенных в двух направлениях по длине и по высоте зуба. Полученные зависимости позволяют непрерывно определять координаты контактных точек на боковой поверхности пространственно-модифицированного зуба в привязке к сетке сплайнов Безье.

РАЗДЕЛ 3.
ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МНОГОКООРДИНАТНОГО ЗУБОФРЕЗЕРОВАНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ КОЛЕС С ПРОСТРАНСТВЕННО-МОДИФИЦИРОВАННЫМИ ЗУБЬЯМИ МЕТОДОМ КОПИРОВАНИЯ

3.1. Теоретические основы повышения точности процесса формообразования цилиндрических колес с пространственно-модифицированными зубьями методом копирования

ФОКТП включает решение задач синтеза структуры технологических процессов изготовления элементов зубчатых передач и сборки узлов и агрегатов с зубчатыми колесами. Технологические процессы разрабатываются в зависимости от конкретных производственных условий на основе традиционных, комбинированных и новых технологий и схем формообразования элементов зубчатых колес и передач. Структура ТП и операций, входящих в него, предполагает постановку в соответствие геометрических параметров, эксплуатационных функций и характеристик цилиндрических зубчатых колес и передач на их основе технологическим воздействиям, которые необходимо осуществить для получения зубьев с заданной геометрией боковой поверхности и обеспечения искомых точности и качества рабочих поверхностей, функций и характеристик зубчатых колес и передач (рисунок 2.2) при требуемой программе выпуска изделий. На этапе технологической подготовки производства также решаются задачи по выбору или разработке технологического оборудования, технологического оснащения, режущего инстру-

мента, рассчитываются траектории относительных движений инструмента и заготовки для всех операций, назначаются и рассчитываются режимы резания.

Технология изготовления цилиндрических колес с наружными зубьями с различного рода геометриями на боковой поверхности зубьев описаны в разделе 1. В п. 1.4 описаны несколько способов обработки зубьев цилиндрических колес с продольной модификацией методом копирования пальцевой и дисковой модульными фрезами. Каждый из технологических способов нарезания зубьев позволяет решить одну конкретную технологическую задачу по получению зубчатого венца с той или иной геометрией боковой поверхности зубьев. А также отсутствуют расчетные методики для определения элементов технологического обеспечения изготовления зубчатых венцов с пространственной модификацией зубьев, способных компенсировать все погрешности изготовления и монтажа, а также перемещения, вызванные деформациями в процессе эксплуатации под рабочей нагрузкой.

Как было отмечено ранее, применение универсального зуборезного оборудования и зуборезных станков с ЧПУ не позволяет получать зубчатые венцы с теоретически точной пространственной модификацией зубьев и речь может идти о получении зубьев с приближенной геометрией боковой поверхности и оценки степени приближения геометрических параметров нарезаемых зубьев к теоретически рассчитанным. Зубчатые венцы с пространственной модификацией зубьев, приближенной к заданной пространственной, в ряде случаев могут применяться для менее ответственных зубчатых зацеплений или быть нарезаны при черновой обработке зубчатых венцов с припуском под последующую обработку.

Цилиндрические зубчатые колеса в большинстве своем нарезаются с эвольвентным профилем. В процессе нарезания зубьев эвольвентный профиль может смещаться в том или ином направлении для обеспечения заданной геометрии боковой поверхности зубьев. Так у зубьев с прямолинейной образующей профилирующая плоскость РИ перпендикулярна оси вращения заготовки и эвольвента образуется в торцовом сечении зубчатого венца. У косозубых колес профилирующая плоскость расположена под углом к оси вращения заготовки, соответственно

изменяется и положение нарезаемой эвольвенты. Зубья с продольной модификацией получают, как правило, смещая инструмент в радиальном направлении, а так как профилирующая плоскость располагается перпендикулярно траектории относительного перемещения РИ, соответственно будет меняться и угол наклона профилирующей плоскости и принадлежащей ей эвольвенты.

Получение зубьев с приближенной к заданной пространственной модификацией методом копирования, может быть реализовано следующими способами:

— методом копирования с использованием стандартного режущего инструмента (пальцевой или дисковой модульных фрез) и существующего технологического оборудования;

— методом копирования с использованием специально спрофилированного инструмента и существующего технологического оборудования.

Таким образом, при применении существующего серийного оборудования и инструмента, работающего по методу копирования, нарезается зубчатый венец с пространственной модификацией зубьев, приближенной к рассчитанной теоретически. Для более близкого приближения геометрических параметров боковой поверхности зубьев к теоретически рассчитанным, необходимо найти такое положение профилирующей плоскости и принадлежащей ей эвольвенты в пространстве, чтобы минимизировать отклонения эвольвенты от теоретически точного профиля боковой поверхности зубьев во всех сечениях по их длине.

Достичь требуемого результата можно при постановке и решении пространственных технологических задач формообразования зубчатых венцов с пространственной модификацией зубьев методом копирования. Т.е. к переходу от традиционных схем обработки зубчатых венцов к их многокоординатной обработке. При этом режущий инструмент в относительном движении перемещается по пространственной траектории, за счет чего и достигается наибольшее приближение геометрических параметров боковой поверхности нарезаемых зубьев к теоретически рассчитанным.

Задача по определению элементов технологического обеспечения многокоординатного формообразования решается получением аналитических зависимо-

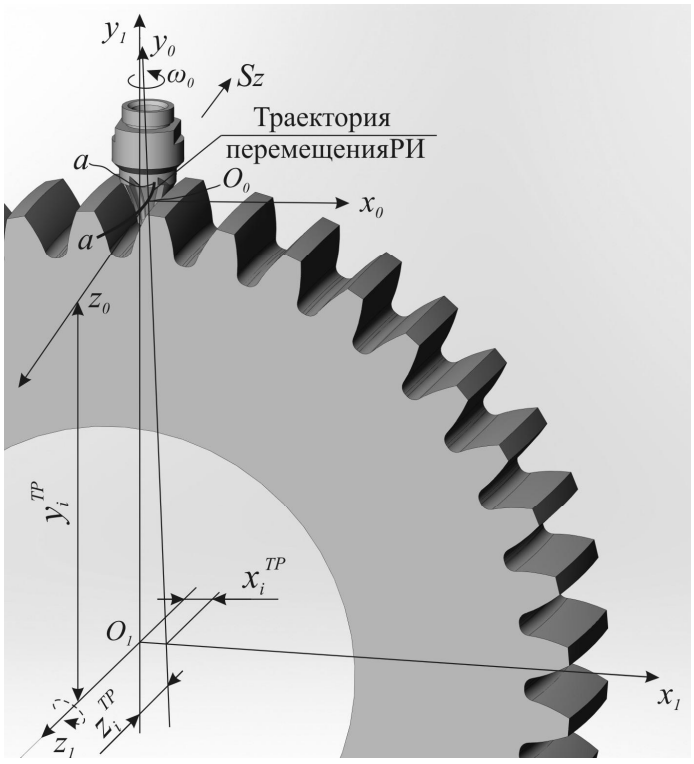
стей, определяющих взаимосвязь между функциональными свойствами зубчатых колес и зубчатых передач на их основе, характеристиками передач и технологическими воздействиями, которые необходимо осуществить для достижения искомых функциональных свойств и характеристик (рисунок 2.1). Отражением функциональных свойств и характеристик зубчатых колес и передач на их основе является обеспечение сопряжения двух зубчатых колес, которое отвечает требованиям условий эксплуатации и основывается на применении зубчатых венцов с пространственно-модифицированными зубьями, способных компенсировать все возможные погрешности изготовления и монтажа, а также перемещения, возникающие в процессе эксплуатации под действием рабочей нагрузки. С другой стороны при выборе технологических воздействий для получения зубчатых изделий с пространственной модификацией зубьев необходимо отыскать взаимосвязь между геометрией режущей кромки инструмента, геометрией боковой поверхности нарезаемых зубьев и кинематикой относительных движений инструмента и заготовки в процессе формообразования зубчатого венца.

На основании выше изложенного разработаем два способа многокоординатного зубофрезерования методом копирования: обработка пальцевой и дисковой модульными фрезами (рисунок 3.1.).

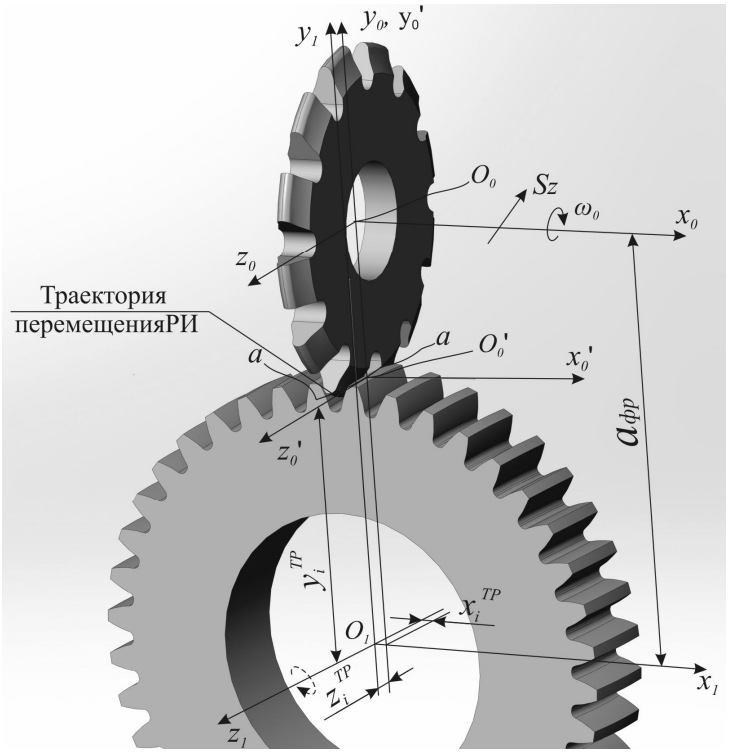
На рисунке 3.1. а представлена схема обработки зубчатого венца пальцевой модульной фрезой. Как видно из рисунка 3.1. а, с пальцевой фрезой связана подвижная система координат $x_0y_0z_0$, начало которой расположено на кривой *а-а*, определяющей траекторию относительного перемещения РИ. Инструмент вращается относительно оси O_0y_0 с угловой скоростью ω_0 и перемещается вдоль пространственной траектории *а-а*. При этом непрерывно изменяется положение профилирующей плоскости $x_0O_0y_0$.

На рисунке 3.1 б представлена схема обработки зубчатого венца дисковой модульной фрезой. Как видно из рисунка 3.1. б, с дисковой модульной фрезой связана подвижная система координат $x_0y_0z_0$, начало которой расположено на пересечении плоскости симметрии фрезы и ее оси вращения. Инструмент вращается

относительно оси O_0x_0 с угловой скоростью ω_0. Для удобства осуществления расчетов выбрана промежуточная подвижная система координат $x_0' y_0' z_0'$, которая также связана с РИ. Начало координат O_0' промежуточной системы координат $x_0' O_0' y_0'$ непрерывно изменяет свое местоположение, перемещаясь в относительном движении по пространственной траектории *a-a*. При этом непрерывно изменяется положение профилирующей плоскости $x_0' O_0' y_0'$.



а)



б)

Рисунок 3.1. Схемы многокоординатного зубофрезерования пространственно-модифицированных зубьев методом копирования: а - пальцевой модульной фрезой; б - дисковой модульной фрезой

В соответствии с предложными способами (рисунок 3.1.) заготовка зубчатого колеса в процессе обработки одной впадины неподвижна. РИ перемещается вдоль пространственной траектории относительного перемещения *a-a*, при этом непрерывно изменяется положение профилирующей плоскости относительно осей неподвижной системы координат $x_1y_1z_1$, связанной с обрабатываемой заготовкой. В

процессе обработки за счет главного движения – вращения инструмента в профилирующей плоскости копируется на боковой поверхности обрабатываемого зуба заготовки профиль режущей кромки. Для изменения положения профилирующей плоскости и расположенной в ней режущей кромки системы координат $x_0y_0z_0$ пальцевой и $x_0'O_0'y_0'$ дисковой модульных фрез непрерывно поворачиваются относительно осей O_1x_1 и O_1y_1 неподвижной системы координат $x_1y_1z_1$, связанной с заготовкой.

Обработка по предложенному способу выполняется за два прохода. Таким образом, формируются левая боковая поверхность одного зуба и правая боковая поверхность второго зуба. Или боковая поверхность зубьев формируется по частям, при этом за один рабочий ход обрабатываются противоположные части левой и правой боковых поверхностей зубьев. Для обработки следующей впадины зубьев инструмент выводится из контакта с заготовкой, заготовка делится на один угловой шаг, после чего обрабатывается следующая впадина зуба и так пока не будут обработаны все зубья.

Обработка может осуществляться как стандартным РИ, так и специально спрофилированным РИ. В первом случае на боковой поверхности зуба нарезается эвольвента, во втором случае профиль с интегральной геометрией, зависящей от геометрии боковой поверхности нарезаемых зубьев с пространственной модификацией.

Обработка по предложенному способу может осуществляться на станках с ЧПУ. Изменение положения РИ относительно осей неподвижной системы координат может при движении РИ вдоль траектории перемещения *а-а* осуществляется применением специального приспособления, либо перемещением фрезерного суппорта.

Пространственная постановка задачи формообразования зубчатых венцов с пространственной модификацией зубьев, когда РИ перемещается по пространственной траектории относительного перемещения, является наиболее общей. Вместе с тем, решив задачи для пространственной их постановки, можно получить решения и для плоских и для линейных постановок технологических задач. Тра-

ектории относительного перемещения могут быть простые, составленные из отрезков или кривых одного вида и комбинированные, составленные из разного сочетания по виду и расположению простых траекторий. Возможные варианты видов простых траектории представлены в таблице 3.1. Комбинированные траектории относительного перемещения РИ, составленные из разного сочетания по виду и расположению простых траекторий, могут быть разделены на:

- линейные пространственные – состоящие из отрезков, расположенных в различных сочетаниях в пространстве;

- криволинейные плоские – состоящие из сопряжённых участков различных кривых, расположенных в одной плоскости;

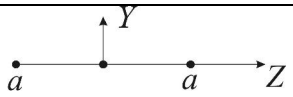
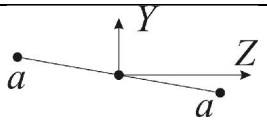
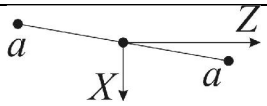
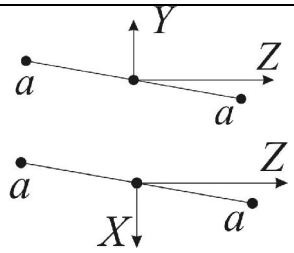
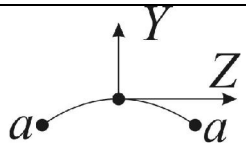
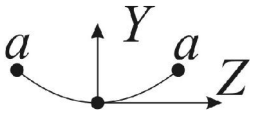
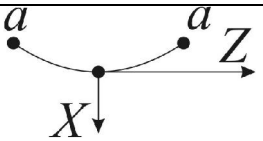
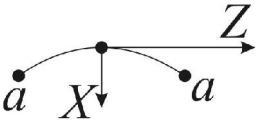
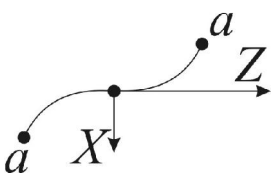
- криволинейные пространственные – состоящие из сопряжённых участков различных кривых, расположенных в пространстве;

- линейно криволинейно плоские – состоящие из отрезков и различных кривых принадлежащих одной плоскости;

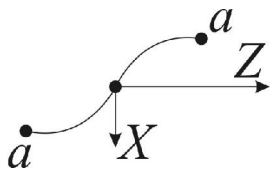
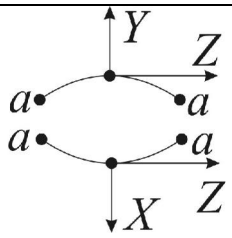
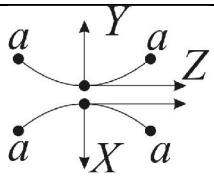
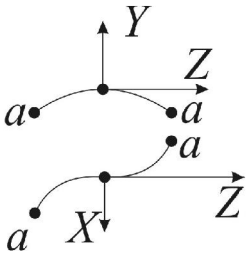
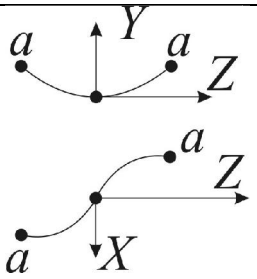
- линейно криволинейно пространственные – состоящие из отрезков и различных кривых, расположенных в пространстве.

Для предложенных технологических способов формообразования зубьев разработаем методику определения параметров траектории относительного перемещения инструмента, при обработке зубчатых венцов с комплексной пространственной модификацией зубьев, представленной в Разделе 2. Методика предполагает выполнение формообразования зубчатых венцов как стандартным, так и специально спрофилированным РИ. Для специально спрофилированного РИ разработаем методику определения геометрии режущей кромки в зависимости от геометрии боковой поверхности зубьев. Рассмотрим особенности обработки цилиндрических зубчатых колес с пространственной модификацией зубьев пальцевой и дисковой модульными фрезами, включая определение параметров срезаемых слоев в зависимости от геометрии режущей кромки инструмента, геометрии боковой поверхности зубьев нарезаемого зубчатого венца и траектории относительного перемещения режущего инструмента и заготовки в пространстве.

Таблица 3.1 – Виды траекторий относительного перемещения РИ

Наименование	Изображение	Координаты, изменяемые в процессе обработки	Область применения
1	2	3	4
1. Прямолинейные траектории			
1.1 Параллельная оси вращения		Z	Обработка зубьев с прямолинейной образующей
1.2 Наклонная радиальная		Y и Z	Обработка наклонных зубьев
1.3 Наклонная тангенциальная		X и Z	Обработка косозубых зубьев
1.4 Наклонная пространственная		X, Y и Z	Обработка зубьев с пространственной модификацией
2. Криволинейные плоские траектории			
2.1 Радиальная положительная		Y и Z	Продольная модификация, пространственная модификация, выпуклый зуб
2.2 Радиальная отрицательная		Y и Z	Продольная модификация, пространственная модификация, вогнутый зуб
2.3 Тангенциальная положительная		X и Z	Продольная модификация, пространственная модификация, выпуклый зуб
2.4 Тангенциальная отрицательная		X и Z	Продольная модификация, пространственная модификация, вогнутый зуб
2.5 Тангенциальная разнонаправленная положительная		X и Z	Продольная модификация, пространственная модификация, нарезаемые на противоположных частях боковой поверхности зубьев, выпуклый зуб

Продолжение таблицы 3.1.

1	2	3	4
2.6 Тангенциальная разнонаправленная отрицательная		X и Z	Продольная модификация, пространственная модификация, нарезаемые на противоположных частях боковой поверхности зубьев, вогнутый зуб
3. Криволинейные пространственные траектории			
3.1 Пространственная положительная		X, Y и Z	Пространственная модификация, выпуклый зуб
3.2 Пространственная отрицательная		X, Y и Z	Пространственная модификация, вогнутый зуб
3.3 Пространственная разнонаправленная положительная		X, Y и Z	Продольная модификация, пространственная модификация, нарезаемые на противоположных частях боковой поверхности зубьев, выпуклый зуб
3.4 Пространственная разнонаправленная отрицательная		X, Y и Z	Продольная модификация, пространственная модификация, нарезаемые на противоположных частях боковой поверхности зубьев, вогнутый зуб

Таким образом, разработаны два новых способа обработки зубчатых венцов с пространственной модификацией зубьев: обработка пальцевым и дисковым инструментом, в соответствии с которыми реализуется непрерывное изменение в процессе обработки 4 независимых координат, а значит, осуществляется многокоординатная обработка зубчатого венца методом копирования пальцевой иди дисковой фрезами. Пространственный подход к решению вопросов формообразования зубчатых венцов с пространственно-модифицированными зубьями на зубо-

фрезерных операциях и реализация многокоординатной обработки позволяет получить наибольшее приближение теоретической рассчитанной и реально обеспечиваемой геометрии боковой поверхности зубьев. Рассмотрение пространственной задачи формообразования зубчатых венцов методом копирования позволит определить наиболее рациональные режимные параметры обработки для непрерывно изменяющихся условий резания и определить резервы в повышении производительности процесса путем введения переменной подачи на зуб инструмента, значение которой зависит от кривизны траектории относительного перемещения РИ.

3.2. Методика определения параметров траектории относительного перемещения инструмента при обработке методом копирования

Разработаем методику для определения параметров траектории относительного перемещения заготовки и РИ, работающего по методу копирования (рисунок 3.2.). В соответствии с рисунком 3.2. последовательность определения параметров траектории относительного перемещения заготовки и РИ содержит следующие этапы:

1. Определение исходных данных. Исходными данными для определения параметров траектории относительного перемещения заготовки и инструмента, работающего по методу копирования, является геометрия боковой поверхности зубьев. В частности данные, полученные при выполнении аппроксимации геометрии боковой поверхности зуба с пространственной модификацией сплайнами Безье третьего порядка (п. 2.6).

2. Предварительное определение координат точек, принадлежащих траектории относительного перемещения РИ. Координаты точек траектории определяются исходя из максимального изменения координат точек сплайна, описывающего геометрию боковой поверхности зуба в сечении делительным цилиндром, причем одна точка принадлежит плоскости симметрии зубчатого венца, вторая - его торцу:

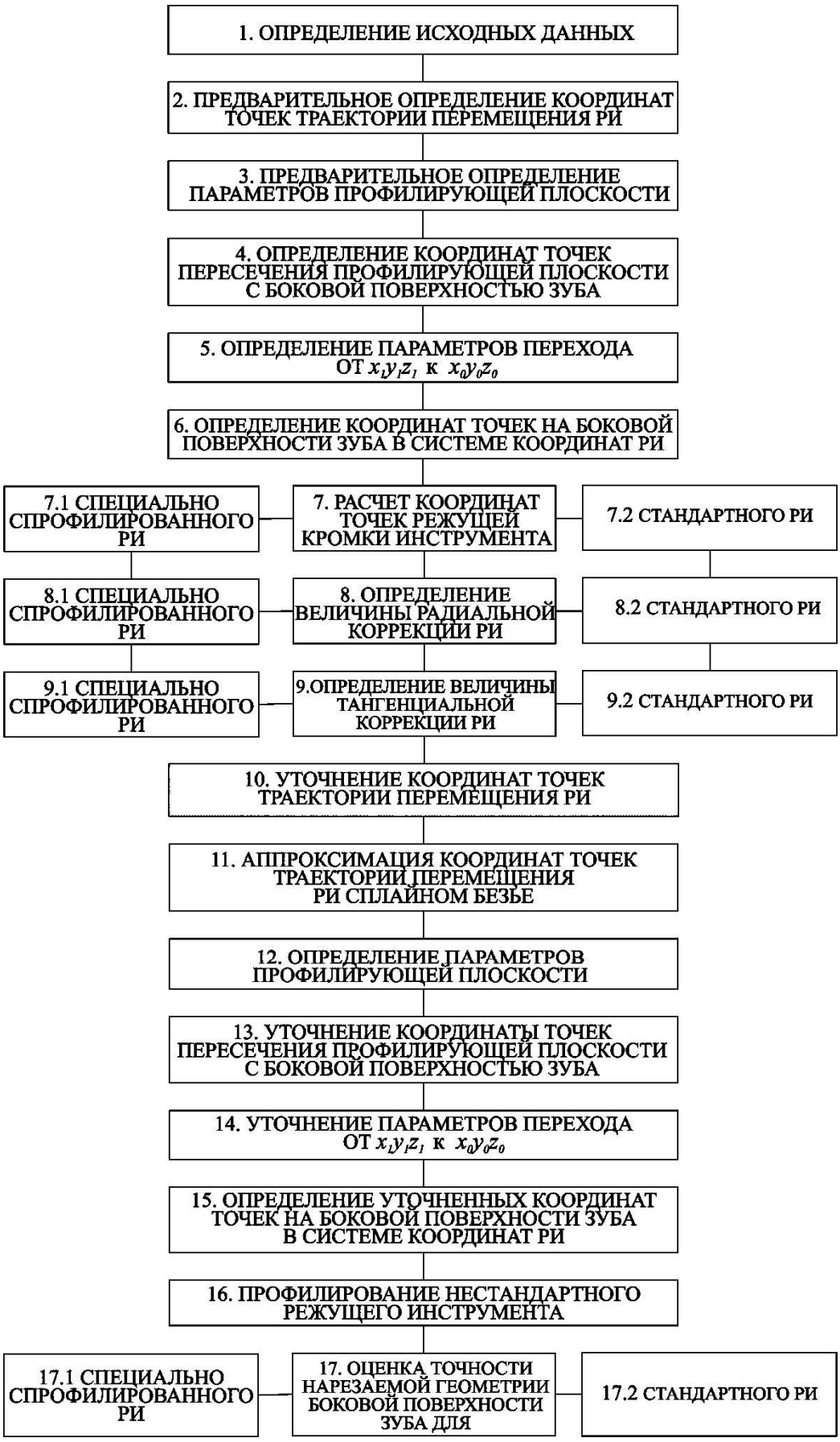


Рисунок 3.2. Методика определения параметров траектории относительного перемещения заготовки и инструмента, работающего по методу копирования

$$\left.\begin{aligned} x_{mpi}^{np} &= x_{mp}^{н} + \Delta x \cdot i/n; \\ y_{mpi}^{np} &= y_{mp}^{н} - \Delta y \cdot i/n; \\ z_{mpi}^{np} &= \frac{b_w i}{2n}; i = 0,1,...,n, \end{aligned}\right\} \quad (3.1)$$

где $x_{mp}^{н}$ и $y_{mp}^{н}$ - координаты точки принадлежащей плоскости симметрии зубчатого венца;

Δx и Δy - соответственно максимальные отклонения по толщине и по высоте зуба координат точек сплайна, описывающего геометрию боковой поверхности зуба в сечении делительным цилиндром;

n - количество точек на траектории.

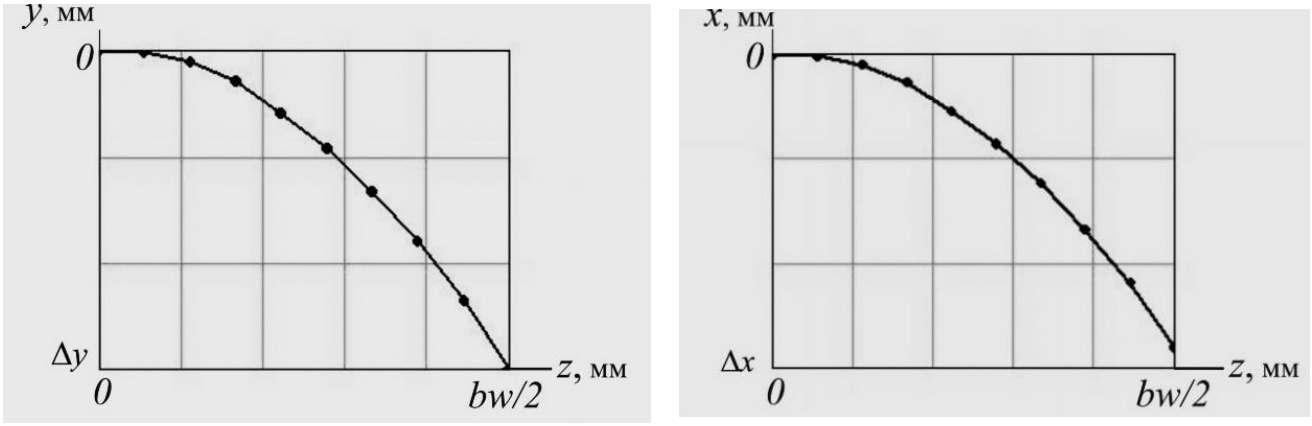
Выбрав предварительно количество точек на траектории, например 10, по зависимости (3.1), можно рассчитать распределение координат точек траектории относительного перемещения РИ. Соединив точки отрезками, получаем пространственную ломаную, которая определяет предварительную траекторию относительного перемещения РИ (рисунок 3.3.).

3. Предварительное определение параметров профилирующей плоскости. Профилирующая плоскость – это плоскость, проходящая перпендикулярно траектории относительного перемещения инструмента. Найдем параметры профилирующей плоскости, проходящей через середину каждого отрезка траектории относительного перемещения РИ. Уравнение плоскости, перпендикулярной заданному отрезку траектории перемещения инструмента имеет вид:

$$A_{pi} \cdot x_1 + B_{pi} \cdot y_1 + C_{pi} \cdot z_1 + D_{pi} = 0, \quad (3.2)$$

где $A_{pi}, B_{pi}, C_{pi}, D_{pi}$ - постоянные коэффициенты в уравнении плоскости, определяемые для отрезка траектории по зависимостям:

$$\begin{aligned} A_{pi} &= x_{mpi+1}^{np} - x_{mpi}^{np}, \\ B_{pi} &= y_{mpi+1}^{np} - y_{mpi}^{np}, \\ C_{pi} &= z_{mpi+1}^{np} - z_{mpi}^{np}, \\ D_{pi} &= 0{,}5\left(\left(x_{mpi}^{np}\right)^2 + \left(y_{mpi}^{np}\right)^2 + \left(z_{mpi}^{np}\right)^2 - \left(\left(x_{mpi+1}^{np}\right)^2 + \left(y_{mpi+1}^{np}\right)^2 + \left(z_{mpi+1}^{np}\right)^2\right)\right). \end{aligned} \quad (3.3)$$



а) б)

Рисунок 3.3. Предварительные результаты расчета координат точек траектории перемещения инструмента: а – проекция на плоскость yOz; б – проекция на плоскость xOz

4. Определение координат точек пересечения профилирующей плоскости с боковой поверхностью зуба с пространственной модификацией. Координаты точек пересечения профилирующей плоскости с боковой поверхностью зуба с пространственной модификацией определяются при заданных значениях, полученных ранее при профилировании и описании сплайнами боковой поверхности зубьев значениях координаты по высоте зуба y_{1teor}. Используя уравнения системы (2.75) и зависимости (3.2), (3.3) получим систему уравнений:

$$\left.\begin{aligned} x_1(\lambda) &= x_{n_k}\cdot(1-\lambda)^3 + 3\cdot x_1\cdot\lambda\cdot(1-\lambda)^2 + 3\cdot x_2\cdot\lambda^2\cdot(1-\lambda) + x_{n_k}\cdot\lambda^3, \\ z_1(\lambda) &= z_{n_k}\cdot(1-\lambda)^3 + 3\cdot z_1\cdot\lambda\cdot(1-\lambda)^2 + 3\cdot z_2\cdot\lambda^2\cdot(1-\lambda) + z_{n_k}\cdot\lambda^3, \\ A_{pi}\cdot x_1(\lambda) &+ B_{pi}\cdot y_{1teor} + C_{pi}\cdot z_1(\lambda) + D_{pi} = 0. \end{aligned}\right\} \qquad (3.4)$$

В систему уравнений входят три неизвестные: координаты точки пересечения профилирующей плоскости и сплайна $x_1(\lambda)$ и $z_1(\lambda)$, а также параметр сплайна λ. Решив систему вида (3.4) для условий пересечения профилирующей плоскости со всеми сплайнами, описывающими боковую поверхность зубьев по их длине для заданной точки траектории относительного перемещения РИ, найдем координаты точек пересечения профилирующей плоскости с боковой поверхностью зуба с пространственной модификацией. Проделав последовательно то же для всех точек траектории перемещения, найдем семейство сечений боковой по-

верхности зуба с пространственной модификацией профилирующими плоскостями.

5. Определение параметров перехода от системы координат шестерни $x_1y_1z_1$ к системе координат РИ $x_0y_0z_0$ или $x_0'y_0'z_0'$.

Матрицы перехода от системы координат $S_0(x_0, y_0, z_0)$ к системе координат $S_1(x_1, y_1, z_1)$ имеют следующий вид:

- при переносе относительно трех координатных осей абсолютной системы координат в середину рассматриваемого отрезка траектории относительного перемещения режущего инструмента с координатами $x_{cpi}, y_{cpi}, z_{cpi}$:

$$M_P = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & x_{cpi} \\ 0 & 1 & 0 & y_{cpi} \\ 0 & 0 & 1 & z_{cpi} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}; \tag{3.5}$$

- при повороте относительно оси x_1^1 на угол α_x:

$$M_{\alpha_x} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha_x & \sin\alpha_x & 0 \\ 0 & -\sin\alpha_x & \cos\alpha_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}; \tag{3.6}$$

- при повороте относительно оси y_1^{11} на угол α_y:

$$M_{\alpha_y} = \begin{vmatrix} \cos\alpha_y & 0 & \sin\alpha_y & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\alpha_y & 0 & \cos\alpha_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}. \tag{3.7}$$

Найдя произведение матриц M_P, M_{α_x} и M_{α_y}, получим матрицу перехода от системы координат $S_0(x_0, y_0, z_0)$ к системе координат $S_1(x_1, y_1, z_1)$:

$$M_0 = M_P M_{\alpha_x} M_{\alpha_y} = \begin{vmatrix} \cos\alpha_y & 0 & \sin\alpha_y & x_{cpi} \\ -\sin\alpha_x \sin\alpha_y & \cos\alpha_x & \cos\alpha_y \sin\alpha_x & y_{cpi} \\ -\cos\alpha_x \sin\alpha_y & -\sin\alpha_x & \cos\alpha_x \cos\alpha_y & z_{cpi} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}, \tag{3.8}$$

Система уравнений для перехода от системы координат $S_0(x_0, y_0, z_0)$ к системе координат $S_1(x_1, y_1, z_1)$:

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= \cos\alpha_y x_0 + \sin\alpha_y z_0 + x_{cpi}; \\ y_1 &= -\sin\alpha_x \sin\alpha_y x_0 + \cos\alpha_x y_0 + \cos\alpha_y \sin\alpha_x z_0 + y_{cpi}; \\ z_1 &= -\cos\alpha_x \sin\alpha_y x_0 - \sin\alpha_x y_0 + \cos\alpha_x \cos\alpha_y z_0 + z_{cpi}. \end{aligned}\right\} \quad (3.9)$$

Матрица перехода от системы координат $S_1(x_1, y_1, z_1)$ к системе координат $S_0(x_0, y_0, z_0)$:

$$M_0{}' = \left(M_P M_{\alpha_x} M_{\alpha_y}\right)^{-1} = \begin{vmatrix} \cos\alpha_y & -\sin\alpha_x \sin\alpha_y & -\cos\alpha_x \sin\alpha_y & z_{cpi}\sin\alpha_y \cos\alpha_x - x_{cpi}\cos\alpha_y + \\ & & & + y_{cpi}\sin\alpha_x \sin\alpha_y \\ 0 & \cos\alpha_x & -\sin\alpha_x & z_{cpi}\sin\alpha_x - y_{cpi}\cos\alpha_x \\ \sin\alpha_y & \cos\alpha_y \sin\alpha_x & \cos\alpha_x \cos\alpha_y & -x_{cpi}\sin\alpha_y - y_{cpi}\cos\alpha_y \sin\alpha_x - \\ & & & - z_{cpi}\cos\alpha_x \cos\alpha_y \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (3.10)$$

Система уравнений при переходе от системы координат $S_1(x_1, y_1, z_1)$ к системе координат $S_0(x_0, y_0, z_0)$:

$$\left.\begin{aligned} x_0 &= \cos\alpha_y x_1 - \sin\alpha_x \sin\alpha_y y_1 - \cos\alpha_x \sin\alpha_y z_1 + z_{cpi}\sin\alpha_y \cos\alpha_x - x_{cpi}\cos\alpha_y + \\ &+ y_{cpi}\sin\alpha_x \sin\alpha_y; \\ y_0 &= \cos\alpha_x y_1 - \sin\alpha_x z_1 + z_{cpi}\sin\alpha_x - y_{cpi}\cos\alpha_x; \\ z_0 &= \sin\alpha_y x_1 + \cos\alpha_y \sin\alpha_x y_1 + \cos\alpha_x \cos\alpha_y z_1 + -x_{cpi}\sin\alpha_y - y_{cpi}\cos\alpha_y \sin\alpha_x - \\ &- z_{cpi}\cos\alpha_x \cos\alpha_y. \end{aligned}\right\} \quad (3.11)$$

В систему уравнений (3.11) входит пять неизвестных: координаты рассматриваемой точки в системе координат x_1, y_1, z_1 и углы поворота систем координат при переходе в рассматриваемую точку на траектории относительного перемещения РИ α_x и α_y. При решении системы задаются значения координат точки x_0, y_0, z_0 в системе режущего инструмента, например координаты точки, принадлежащей одной из осей системы координат $S_0(x_0, y_0, z_0)$. Для решения системы (3.11) относительно входящих в нее неизвестных необходимо в нее добавить четвертое уравнение – уравнение профилирующей плоскости (3.2) и записать полученные выражение относительно двух точек, принадлежащих осям системы координат $S_0(x_0, y_0, z_0)$. В итоге получим систему из восьми уравнений для определения параметров перехода от системы координат $S_1(x_1, y_1, z_1)$ к системе координат $S_0(x_0, y_0, z_0)$:

$$\left.\begin{aligned}
&1 = \cos\alpha_y x_{11} - \sin\alpha_x \sin\alpha_y y_{11} - \cos\alpha_x \sin\alpha_y z_{11} + z_{cpi} \sin\alpha_y \cos\alpha_x - x_{cpi} \cos\alpha_y + \\
&+ y_{cpi} \sin\alpha_x \sin\alpha_y; \\
&0 = \cos\alpha_x y_{11} - \sin\alpha_x z_{11} + z_{cpi} \sin\alpha_x - y_{cpi} \cos\alpha_x; \\
&0 = \sin\alpha_y x_{11} + \cos\alpha_y \sin\alpha_x y_{11} + \cos\alpha_x \cos\alpha_y z_{11} + -x_{cpi} \sin\alpha_y - y_{cpi} \cos\alpha_y \sin\alpha_x - \\
&- z_{cpi} \cos\alpha_x \cos\alpha_y; \\
&A_{pi} \cdot x_{11} + B_{pi} \cdot y_{11} + C_{pi} \cdot z_{11} + D_{pi} = 0 \\
&0 = \cos\alpha_y x_{12} - \sin\alpha_x \sin\alpha_y y_{12} - \cos\alpha_x \sin\alpha_y z_{12} + z_{cpi} \sin\alpha_y \cos\alpha_x - x_{cpi} \cos\alpha_y + \\
&+ y_{cpi} \sin\alpha_x \sin\alpha_y; \\
&1 = \cos\alpha_x y_{12} - \sin\alpha_x z_{12} + z_{cpi} \sin\alpha_x - y_{cpi} \cos\alpha_x; \\
&0 = \sin\alpha_y x_{12} + \cos\alpha_y \sin\alpha_x y_{12} + \cos\alpha_x \cos\alpha_y z_{12} + -x_{cpi} \sin\alpha_y - y_{cpi} \cos\alpha_y \sin\alpha_x - \\
&- z_{cpi} \cos\alpha_x \cos\alpha_y; \\
&A_{pi} \cdot x_{12} + B_{pi} \cdot y_{12} + C_{pi} \cdot z_{12} + D_{pi} = 0,
\end{aligned}\right\} \quad (3.12)$$

где x_{11}, y_{11}, z_{11} и x_{12}, y_{12}, z_{12}- координаты первой и второй точек принадлежащих осям системы координат $S_0(x_0, y_0, z_0)$ в системе координат $S_1(x_1, y_1, z_1)$.

Решив систему (3.12), определим значения координат точек, принадлежащих осям системы координат $S_0(x_0, y_0, z_0)$ в системе координат $S_1(x_1, y_1, z_1)$ и значения углов поворота системы координат α_x и α_y для рассматриваемой точки траектории относительного перемещения РИ. Составив и решив системы вида (3.12) для всех точек траектории, определим распределение параметров перехода от системы координат $x_1y_1z_1$, связанной с шестерней (зубчатой втулкой) к системе координат $x_0y_0z_0$, связанной с режущим инструментом для всех точек траектории относительного перемещения.

6. Определение координат точек пересечения профилирующей плоскости с боковой поверхностью зуба с пространственной модификацией в системе координат РИ. Координаты точек пересечения профилирующей плоскости с боковой поверхностью зуба с пространственной модификацией, полученные в результате решения системы уравнений (3.4), приведем к системе координат РИ используя систему уравнений (3.11), с учетом найденных в результате решения системы уравнений (3.12) углов α_x и α_y. Расчеты выполняются для всех точек траектории относительного перемещения инструмента, результаты расчетов представлены на рисунке 3.4.

Для всех точек по высоте зуба шестерни (зубчатой втулки) определяем:

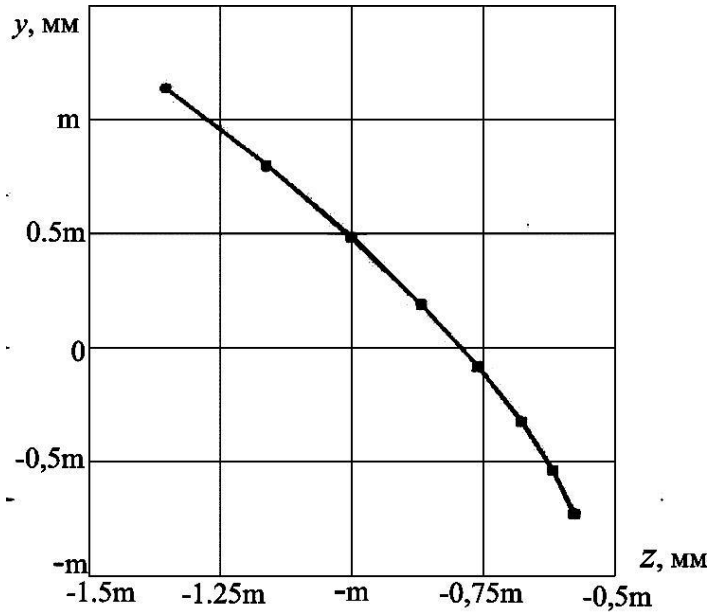


Рисунок 3.4. Линии пересечения профилирующей плоскости РИ с боковой поверхностью зуба с пространственной модификацией в системе координат $S_0(x_0, y_0, z_0)$

- средние арифметические значения

$$x_{0i}^{cp} = \frac{\sum_{j=0}^{m} x_{0i,j}}{n},$$

$$y_{0i}^{cp} = \frac{\sum_{j=0}^{m} y_{0i,j}}{n},$$

- среднее квадратичное отклонение

$$\sigma x_{0i} = \frac{\sum_{j=0}^{m} \left(x_{0i,j} - x_{0i}^{cp}\right)^2}{n-1},$$

$$\sigma y_{0i} = \frac{\sum_{j=0}^{m} \left(y_{0i,j} - y_{0i}^{cp}\right)^2}{n-1},$$

где n – количество отрезков при предварительном описании траектории относительного перемещения инструмента;

m - количество сплайнов, выбранное при описании геометрии боковой поверхности зуба шестерни (зубчатой втулки) по длине зуба.

7. Расчет координат точек режущей кромки инструмента. Расчеты могут выполняться как для нестандартного, специально спрофилированного для заданной пространственной модификации зубьев так и для стандартного РИ.

7.1 Аппроксимация геометрии режущей кромки специально спрофилированного РИ сплайнами Безье.

Для полученных средних значений координат точек на режущей кромке инструмента выполняется описание ее геометрии сплайнами Безье третьего порядка по зависимостям вида (2.69). Неизвестными в системе уравнений (2.69) являются: параметр сплайна λ и координаты опорных точек. Известными значениями в системе являются координаты начала и конца кривой, описывающей геометрию ре-

жущей кромки нестандартного РИ. Таким образом, в систему (2.69) входит 5 неизвестных и для определения координат опорных точек и значения параметра сплайна необходимо записать уравнения системы (2.69) для координат 4-х точек, лежащих на режущей кромке инструмента:

$$\begin{cases} x_{00}^{\text{ср}} = x_{00}^{\text{ср}} \cdot (1-\lambda_{\text{и}0})^3 + 3 \cdot x_{\text{и}1} \cdot \lambda_{\text{и}0} \cdot (1-\lambda_{\text{и}0})^2 + \\ \quad +3 \cdot x_{\text{и}2} \cdot {\lambda_{\text{и}0}}^2 \cdot (1-\lambda_{\text{и}0}) + x_{0n}^{\text{ср}} \cdot {\lambda_{\text{и}0}}^3; \\ y_{00}^{\text{ср}} = y_{00}^{\text{ср}} \cdot (1-\lambda_{\text{и}0})^3 + 3 \cdot y_{\text{и}1} \cdot \lambda_{\text{и}0} \cdot (1-\lambda_{\text{и}0})^2 + \\ \quad +3 \cdot y_{\text{и}2} \cdot {\lambda_{\text{и}0}}^2 \cdot (1-\lambda_{\text{и}0}) + y_{0n}^{\text{ср}} \cdot {\lambda_{\text{и}0}}^3; \\ x_{01}^{\text{ср}} = x_{00}^{\text{ср}} \cdot (1-\lambda_{\text{и}1})^3 + 3 \cdot x_{\text{и}1} \cdot \lambda_{\text{и}1} \cdot (1-\lambda_{\text{и}1})^2 + \\ \quad +3 \cdot x_{\text{и}2} \cdot {\lambda_{\text{и}1}}^2 \cdot (1-\lambda_{\text{и}1}) + x_{0n}^{\text{ср}} \cdot {\lambda_{\text{и}1}}^3; \\ y_{p1} = y_{00}^{\text{ср}} \cdot (1-\lambda_{\text{и}1})^3 + 3 \cdot y_{\text{и}1} \cdot \lambda_{\text{и}1} \cdot (1-\lambda_{\text{и}1})^2 + \\ \quad +3 \cdot y_{\text{и}2} \cdot {\lambda_{\text{и}1}}^2 \cdot (1-\lambda_{\text{и}1}) + y_{0n}^{\text{ср}} \cdot {\lambda_{\text{и}1}}^3; \\ x_{02}^{\text{ср}} = x_{00}^{\text{ср}} \cdot (1-\lambda_{\text{и}2})^3 + 3 \cdot x_{\text{и}1} \cdot \lambda_{\text{и}2} \cdot (1-\lambda_{\text{и}2})^2 + \\ \quad +3 \cdot x_{\text{и}2} \cdot {\lambda_{\text{и}2}}^2 \cdot (1-\lambda_{\text{и}2}) + x_{0n}^{\text{ср}} \cdot {\lambda_{\text{и}2}}^3; \\ y_{p2} = y_{00}^{\text{ср}} \cdot (1-\lambda_{\text{и}2})^3 + 3 \cdot y_{\text{и}1} \cdot \lambda_{\text{и}2} \cdot (1-\lambda_{\text{и}2})^2 + \\ \quad +3 \cdot y_{\text{и}2} \cdot {\lambda_{\text{и}2}}^2 \cdot (1-\lambda_{\text{и}2}) + y_{0n}^{\text{ср}} \cdot {\lambda_{\text{и}2}}^3; \\ x_{0n}^{\text{ср}} = x_{00}^{\text{ср}} \cdot (1-\lambda_{\text{и}3})^3 + 3 \cdot x_{\text{и}1} \cdot \lambda_{\text{и}3} \cdot (1-\lambda_{\text{и}3})^2 + \\ \quad +3 \cdot x_{\text{и}2} \cdot {\lambda_{\text{и}3}}^2 \cdot (1-\lambda_{\text{и}3}) + x_{0n}^{\text{ср}} \cdot {\lambda_{\text{и}3}}^3; \\ y_{0n}^{\text{ср}} = y_{00}^{\text{ср}} \cdot (1-\lambda_{\text{и}3})^3 + 3 \cdot y_{\text{и}1} \cdot \lambda_{\text{и}3} \cdot (1-\lambda_{\text{и}3})^2 + \\ \quad +3 \cdot y_{\text{и}2} \cdot {\lambda_{\text{и}3}}^2 \cdot (1-\lambda_{\text{и}3}) + y_{0n}^{\text{ср}} \cdot {\lambda_{\text{и}3}}^3. \end{cases} \quad (3.13)$$

где $x_{0i}^{\text{ср}}, y_{0i}^{\text{ср}}$ - координаты *i* точки, принадлежащей режущей кромке нестандартного РИ;

$\text{x}_{\text{и}i}$ $y_{\text{и}i}$ - координаты *i* опорной точки сплайна.

$\lambda_{\text{и}i}$ - *i* параметр сплайна.

Решив систему относительно параметров сплайна $\lambda_{\text{и}0} - \lambda_{\text{и}3}$ и координат опорных точек $x_{\text{и}1}, x_{\text{и}2}, y_{\text{и}1}, y_{\text{и}2}$ получим систему вида:

$$\left.\begin{aligned} x_{0i}^{cp} &= (1-\lambda_{ui})^3 x_{00}^{cp} + 3\cdot(1-\lambda_{ui})^2 \lambda_{ui} x_{u1} + 3\cdot(1-\lambda_{ui})\lambda_{ui}{}^2 x_{u2} + \lambda_{ui}{}^3 x_{0n}^{cp}; \\ y_{0i}^{cp} &= (1-\lambda_{ui})^3 y_{00}^{cp} + 3\cdot(1-\lambda_{ui})^2 \lambda_{ui} y_{u1} + 3\cdot(1-\lambda_{ui})\lambda_{ui}{}^2 y_{u2} + \lambda_{ui}{}^3 y_{0n}^{cp}. \end{aligned}\right\} \quad (3.14)$$

7.2 Расчет координат точек на режущей кромке стандартного РИ.

Координаты точек на режущей кромке стандартного РИ определяются по зависимостям [3, 4, 16]:

- для левого профиля зуба:

$$\left.\begin{aligned} x_{0l} &= r_{b1}\left[\sin\left(\frac{\pi}{z_1}+\varphi_1-\phi_{c_1}\right)-\varphi_1\cos\left(\frac{\pi}{z_1}+\varphi_1-\phi_{c_1}\right)\right], \\ y_{0l} &= r_{b1}\left[\cos\left(\frac{\pi}{z_1}+\varphi_1-\phi_{c_1}\right)+\varphi_1\sin\left(\frac{\pi}{z_1}+\varphi_1-\phi_{c_1}\right)\right]. \end{aligned}\right\} \quad (3.15)$$

- для правого профиля зуба:

$$\left.\begin{aligned} x_{0p} &= -r_{b1}\left[\sin\left(\frac{\pi}{z_1}+\varphi_1-\phi_{c_1}\right)-\varphi_1\cos\left(\frac{\pi}{z_1}+\varphi_1-\phi_{c_1}\right)\right], \\ y_{0p} &= r_{b1}\left[\cos\left(\frac{\pi}{z_1}+\varphi_1-\phi_{c_1}\right)+\varphi_1\sin\left(\frac{\pi}{z_1}+\varphi_1-\phi_{c_1}\right)\right]. \end{aligned}\right\} \quad (3.16)$$

где r_{b1} — радиус основной окружности шестерни (зубчатой втулки);

z_1 - количество зубьев шестерни (зубчатой втулки);

φ_1 — угол развернутости эвольвентного профиля шестерни (зубчатой втулки);

φ_{c_1} — угол смещения начала эвольвенты шестерни (зубчатой втулки):

$$\phi_{c_1} = \frac{\pi}{2\cdot z_1} + inv\alpha.$$

8. Определение значения радиальной коррекции положения режущего инструмента.

8.1 Определение значения радиальной коррекции положения режущего инструмента для нестандартного режущего инструмента.

Величина радиальной коррекции положения РИ для нестандартного РИ определяется решением системы уравнений (3.14) с учетом того, что координата по высоте зуба шестерни (зубчатой втулки) изменяется на величину коррекции. А в левую часть системы уравнений (3.14) подставляются координаты точек, принадлежащих боковой поверхности зуба шестерни (зубчатой втулки), приведенные к системе координат РИ по зависимостям (3.11):

$$\left.\begin{aligned} x_{0i} &= (1-\lambda_{ui})^3 x_{00}^{cp} + 3\cdot(1-\lambda_{ui})^2\lambda_{ui}x_{u1} + 3\cdot(1-\lambda_{ui})\lambda_{ui}{}^2 x_{u2} + \lambda_{ui}{}^3 x_{0n}^{cp}; \\ y_{0i} &= (1-\lambda_{ui})^3 y_{00}^{cp} + 3\cdot(1-\lambda_{ui})^2\lambda_{ui}y_{u1} + 3\cdot(1-\lambda_{ui})\lambda_{ui}{}^2 y_{u2} + \lambda_{ui}{}^3 y_{0n}^{cp} + k_{ri}. \end{aligned}\right\} \quad (3.17)$$

Наиболее рациональной величиной радиальной коррекции РИ будет такое значение, при котором к минимуму будет стремиться величина тангенциальной

коррекции инструмента. Поэтому для получения рационального значения радиальной коррекции инструмента в зависимости (3.17) необходимо подставлять координаты точки боковой поверхности зуба с пространственной модификацией в рассматриваемом сечении профилирующей плоскостью с максимальным значением координаты по высоте зуба y_{0i}.

В результате решения системы уравнений (3.17) определяется параметр сплайна λ_{ui} и рациональное значение радиальной коррекции РИ k_{ri}, соответствующие заданным координатам точки на боковой поверхности зуба с пространственной модификацией x_{0i} и y_{0i}. Решив системы вида (3.17) для всех сечений по длине зуба шестерни (зубчатой втулки), получим распределение величины радиальной коррекции РИ вдоль траектории относительного перемещения инструмента.

8.2 Определение значения радиальной коррекции положения РИ для стандартного режущего инструмента.

Значение радиальной коррекции положения РИ для стандартного РИ определяется решением системы уравнений (3.16) с учетом того что координата по высоте зуба шестерни (зубчатой втулки) изменяется на значение коррекции. А в левую часть системы уравнений (3.16) подставляются координаты точек, принадлежащих боковой поверхности зуба шестерни (зубчатой втулки), приведенные к системе координат РИ по зависимостям (3.11):

$$\left.\begin{aligned} x_{0i} &= -r_{b1}\left[\sin\left(\frac{\pi}{z_1}+\varphi_1-\phi_{c_1}\right)-\varphi_1\cos\left(\frac{\pi}{z_1}+\varphi_1-\phi_{c_1}\right)\right], \\ y_{0i} &= r_{b1}\left[\cos\left(\frac{\pi}{z_1}+\varphi_1-\phi_{c_1}\right)+\varphi_1\sin\left(\frac{\pi}{z_1}+\varphi_1-\phi_{c_1}\right)\right]+k_{ri}. \end{aligned}\right\} \qquad (3.18)$$

Наиболее рациональным значением радиальной коррекции РИ будет такое значение, при котором к минимуму будет стремиться значение тангенциальной коррекции инструмента. Поэтому для получения рационального значения радиальной коррекции инструмента в зависимости (3.18) необходимо подставлять координаты точки боковой поверхности зуба с пространственной модификацией в

рассматриваемом сечении профилирующей плоскостью с максимальным значением координаты по высоте зуба y_{0i}.

В результате решения системы уравнений (3.18) определяется угол развернутости эвольвенты φ_1 и рациональное значение радиальной коррекции РИ k_{ri}, соответствующие заданным координатам точки на боковой поверхности зуба с пространственной модификацией x_{0i} и y_{0i}. Решив системы вида (3.18) для всех сечений по длине зуба шестерни (зубчатой втулки), получим распределение величины радиальной коррекции РИ вдоль траектории его перемещения.

9. Определение значения тангенциальной коррекции положения РИ.

9.1 Определение значения тангенциальной коррекции положения нестандартного РИ.

Определение параметров сплайна, описывающего усредненный профиль режущей кромки инструмента для граничных точек в сечении боковой поверхности зуба шестерни (зубчатой втулки) профилирующей плоскостью. Для чего во второе уравнение системы (3.17) подставляем координаты по высоте зуба начала y_{00} и конца y_{0n} кривой профиля, приведенные к системе координат РИ, и решаем систему вида:

$$\left.\begin{aligned} y_{00} &= (1-\lambda_{u0})^3 y_{00}^{cp} + 3\cdot(1-\lambda_{u0})^2 \lambda_{u0} y_{u1} + 3\cdot(1-\lambda_{u0})\lambda_{u0}{}^2 y_{u2} + \lambda_{u0}{}^3 y_{0n}^{cp} + k_{ri}; \\ y_{0n} &= (1-\lambda_{un})^3 y_{00}^{cp} + 3\cdot(1-\lambda_{un})^2 \lambda_{un} y_{u1} + 3\cdot(1-\lambda_{un})\lambda_{un}{}^2 y_{u2} + \lambda_{un}{}^3 y_{0n}^{cp} + k_{ri}. \end{aligned}\right\} \quad (3.19)$$

Полученные в результате решения системы уравнений параметры сплайна λ_{u0} и λ_{un} для граничных точек кривой пересечения боковой поверхности зуба с профилирующей плоскостью подставляем в первое уравнение системы (3.17) и определяем координаты по толщине зуба, соответствующие теоретическим значениям толщины:

$$x_{0i} = (1-\lambda_{ui})^3 x_{00}^{cp} + 3\cdot(1-\lambda_{ui})^2 \lambda_{ui} x_{u1} + 3\cdot(1-\lambda_{ui})\lambda_{ui}{}^2 x_{u2} + \lambda_{ui}{}^3 x_{0n}^{cp} \quad (3.20)$$

Определяем отклонения толщины зуба для верхней и нижней точек профиля:

$$\delta x_{0i} = x_{0i}^{meop} - x_{0i}. \quad (3.21)$$

С учетом найденных значений отклонений толщины зуба находим значение тангенциальной коррекции по зависимости:

$$k_{tj} = 0{,}5(\delta x_{00} + \delta x_{0n}). \tag{3.22}$$

Определяем значение реально нарезаемой координаты по толщине зуба с учетом значения тангенциального смещения инструмента:

$$x_{0i,j}^{нар} = (1-\lambda_{ui})^3 x_{00}^{cp} + 3\cdot(1-\lambda_{ui})^2 \lambda_{ui} x_{u1} + 3\cdot(1-\lambda_{ui})\lambda_{ui}{}^2 x_{u2} + \lambda_{ui}{}^3 x_{0n}^{cp} - k_{tj}. \tag{3.23}$$

Определяем координаты реально нарезаемой эвольвенты в соответствии с системой уравнений:

$$\left.\begin{aligned} x_{0i,j}^{нар} &= (1-\lambda_{ui})^3 x_{00}^{cp} + 3\cdot(1-\lambda_{ui})^2 \lambda_{ui} x_{u1} + 3\cdot(1-\lambda_{ui})\lambda_{ui}{}^2 x_{u2} + \lambda_{ui}{}^3 x_{0n}^{cp} - k_{tj}, \\ y_{0i,j}^{нар} &= (1-\lambda_{ui})^3 y_{00}^{cp} + 3\cdot(1-\lambda_{ui})^2 \lambda_{ui} y_{u1} + 3\cdot(1-\lambda_{ui})\lambda_{u0}{}^2 y_{u2} + \lambda_{ui}{}^3 y_{0n}^{cp} + k_{rj}. \end{aligned}\right\} \tag{3.24}$$

9.2 Определение значения тангенциальной коррекции положения стандартного РИ.

Определение углов развернутости эвольвенты для граничных точек в сечении боковой поверхности зуба шестерни (зубчатой втулки) профилирующей плоскостью. Для чего во второе уравнение системы (3.16) подставляем координаты по высоте зуба начала y_{00} и конца y_{0n} кривой профиля, приведенные к системе координат РИ, и решаем систему вида:

$$\left.\begin{aligned} y_{00} &= r_{b1}\left[\cos\left(\frac{\pi}{z_1} + \varphi_{11} - \phi_{c_1}\right) + \varphi_{11}\sin\left(\frac{\pi}{z_1} + \varphi_{11} - \phi_{c_1}\right)\right] + k_{ri}, \\ y_{0n} &= r_{b1}\left[\cos\left(\frac{\pi}{z_1} + \varphi_{12} - \phi_{c_1}\right) + \varphi_{12}\sin\left(\frac{\pi}{z_1} + \varphi_{12} - \phi_{c_1}\right)\right] + k_{ri}. \end{aligned}\right\} \tag{3.25}$$

Полученные в результате решения системы уравнений углы развёрнутости эвольвенты φ_{11} и φ_{12} для граничных точек кривой пересечения боковой поверхности пространственно-модифицированного зуба с профилирующей плоскостью подставляем в первое уравнение системы (3.25) и определяем координаты по толщине зуба, соответствующие теоретическим значениям толщины:

$$x_{0i} = -r_{b1}\left[\sin\left(\frac{\pi}{z_1} + \varphi_{1i} - \phi_{c_1}\right) - \varphi_{1i}\cos\left(\frac{\pi}{z_1} + \varphi_{1i} - \phi_{c_1}\right)\right] \tag{3.26}$$

Определяем отклонения толщины зуба для верхней и нижней точек профиля по зависимости (3.21). С учетом найденных значений отклонений толщины зуба находим значение тангенциальной коррекции по зависимости (3.22).

Определяем значение реально нарезаемой координаты по толщине зуба с учетом значения тангенциального смещения инструмента:

$$x_{0i}^{нар} = -r_{b1}\left[\sin\left(\frac{\pi}{z_1}+\varphi_{1i}-\phi_{c_1}\right)-\varphi_{1i}\cos\left(\frac{\pi}{z_1}+\varphi_{1i}-\phi_{c_1}\right)\right]-k_{ti}. \qquad (3.27)$$

Определяем координаты точек реально нарезаемой эвольвенты в соответствии с системой уравнений:

$$\left.\begin{aligned} x_{0i,j}^{нар} &= -r_{b1}\left[\sin\left(\frac{\pi}{z_1}+\varphi_{1i}-\phi_{c_1}\right)-\varphi_{1i}\cos\left(\frac{\pi}{z_1}+\varphi_{1i}-\phi_{c_1}\right)\right]-k_{tj},\\ y_{0i,j}^{нар} &= r_{b1}\left[\cos\left(\frac{\pi}{z_1}+\varphi_{1i}-\phi_{c_1}\right)+\varphi_{1i}\sin\left(\frac{\pi}{z_1}+\varphi_{1i}-\phi_{c_1}\right)\right]+k_{rj}. \end{aligned}\right\} \qquad (3.28)$$

По результатам расчетов с использованием зависимостей (3.28) строим графики теоретических кривых сечения боковой поверхности зуба с пространственной модификацией профилирующей плоскостью, приведенные к системе координат РИ и кривую нарезаемой эвольвенты (рисунок 3.5.).

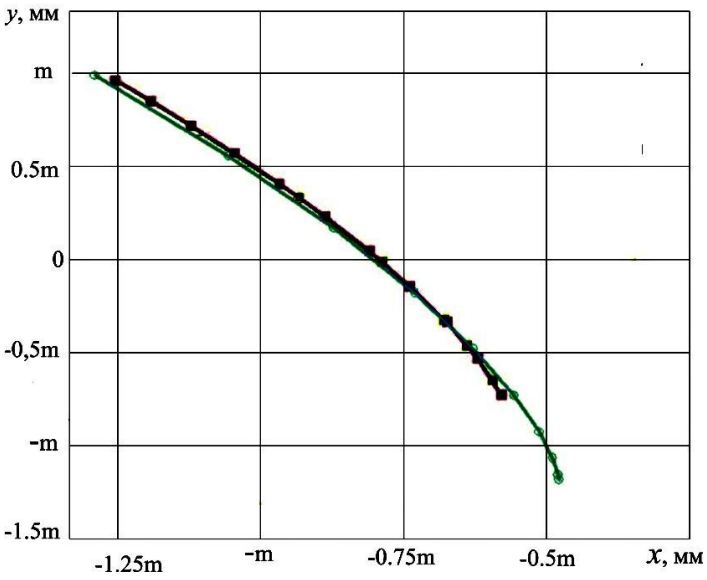


Рисунок 3.5. Профили зуба и нарезаемая эвольвента в профилирующей плоскости

10. Определение уточненных координат точек пространственной траектории относительного перемещения РИ.

Координаты точек пространственной траектории относительного перемещения РИ определяются с учетом найденных значений радиальной и тангенциальной коррекций по сечениям боковой поверхности пространственно-модифицированного зуба шестерни (зубчатой втулки) профилирующими плоскостями:

$$\left.\begin{aligned} x_i^{mp} &= x_{mpi}^{np} - k_{ti};\\ y_i^{mp} &= y_{mpi}^{np} + k_{ri};\\ z_i^{mp} &= z_{mpi}^{np}. \end{aligned}\right\} \qquad (3.29)$$

11. Аппроксимация координат точек пространственной траектории относительного перемещения РИ сплайном Безье третьего порядка. В общем случае траектория относительного перемещения РИ это гладкая пространственная кривая, геометрия которой зависит от геометрии боковой поверхности зубьев обрабатываемого зубчатого колеса. Вследствие этого траектория относительного перемещения РИ может быть аппроксимирована сплайном Безье третьего порядка вида:

$$\left.\begin{aligned} x_i^{mp} &= \left(1-\lambda_i^{mp}\right)^3 x_0^{mp} + 3\cdot\left(1-\lambda_i^{mp}\right)^2 \lambda_i^{mp} x1_{mp} + 3\cdot\left(1-\lambda_i^{mp}\right)\lambda_i^{mp\,2} x2_{mp} + \lambda_i^{mp\,3} x_n^{mp};\\ y_i^{mp} &= \left(1-\lambda_i^{mp}\right)^3 y_0^{mp} + 3\cdot\left(1-\lambda_i^{mp}\right)^2 \lambda_i^{mp} y1_{mp} + 3\cdot\left(1-\lambda_i^{mp}\right)\lambda_i^{mp\,2} y2_{mp} + \lambda_i^{mp\,3} y_n^{mp};\\ z_i^{mp} &= \left(1-\lambda_i^{mp}\right)^3 z_0^{mp} + 3\cdot\left(1-\lambda_i^{mp}\right)^2 \lambda_i^{mp} z1_{mp} + 3\cdot\left(1-\lambda_i^{mp}\right)\lambda_i^{mp\,2} z2_{mp} + \lambda_i^{mp\,3} z_n^{mp}, \end{aligned}\right\} \quad (3.30)$$

где $x_i^{mp}, y_i^{mp}, z_i^{mp}$ - координаты *i* точки траектории перемещения РИ;

$x_0^{mp}, y_0^{mp}, z_0^{mp}$ и $x_n^{mp}, y_n^{mp}, z_n^{mp}$ - координаты точек начала и конца траектории относительного перемещения РИ;

$x1_{mp}, y1_{mp}, z1_{mp}$ и $x2_{mp}, y2_{mp}, z2_{mp}$ - координаты опорных точек сплайна;

λ_i^{mp} - *i* параметр сплайна.

Известными значениями в системе являются координаты начала и конца кривой, описывающей геометрию режущей кромки нестандартного РИ. В систему (3.30) входит 9 неизвестных и для определения координат опорных точек и значения параметра сплайна необходимо записать уравнения системы (3.30) для координат 3-х точек, лежащих на траектории относительного перемещения РИ:

$$\left.\begin{aligned} x_0^{mp} &= \left(1-\lambda_0^{mp}\right)^3 x_0^{mp} + 3\cdot\left(1-\lambda_0^{mp}\right)^2 \lambda_0^{mp} x1_{mp} + 3\cdot\left(1-\lambda_0^{mp}\right)\lambda_0^{mp\,2} x2_{mp} + \lambda_0^{mp\,3} x_n^{mp};\\ y_0^{mp} &= \left(1-\lambda_0^{mp}\right)^3 y_0^{mp} + 3\cdot\left(1-\lambda_0^{mp}\right)^2 \lambda_0^{mp} y1_{mp} + 3\cdot\left(1-\lambda_0^{mp}\right)\lambda_0^{mp\,2} y2_{mp} + \lambda_0^{mp\,3} y_n^{mp};\\ z_0^{mp} &= \left(1-\lambda_0^{mp}\right)^3 z_0^{mp} + 3\cdot\left(1-\lambda_0^{mp}\right)^2 \lambda_0^{mp} z1_{mp} + 3\cdot\left(1-\lambda_0^{mp}\right)\lambda_0^{mp\,2} z2_{mp} + \lambda_0^{mp\,3} z_n^{mp};\\ x_1^{mp} &= \left(1-\lambda_1^{mp}\right)^3 x_0^{mp} + 3\cdot\left(1-\lambda_1^{mp}\right)^2 \lambda_1^{mp} x1_{mp} + 3\cdot\left(1-\lambda_1^{mp}\right)\lambda_1^{mp\,2} x2_{mp} + \lambda_1^{mp\,3} x_n^{mp};\\ y_1^{mp} &= \left(1-\lambda_1^{mp}\right)^3 y_0^{mp} + 3\cdot\left(1-\lambda_1^{mp}\right)^2 \lambda_1^{mp} y1_{mp} + 3\cdot\left(1-\lambda_1^{mp}\right)\lambda_1^{mp\,2} y2_{mp} + \lambda_1^{mp\,3} y_n^{mp};\\ z_1^{mp} &= \left(1-\lambda_1^{mp}\right)^3 z_0^{mp} + 3\cdot\left(1-\lambda_1^{mp}\right)^2 \lambda_1^{mp} z1_{mp} + 3\cdot\left(1-\lambda_1^{mp}\right)\lambda_1^{mp\,2} z2_{mp} + \lambda_1^{mp\,3} z_n^{mp}\\ x_n^{mp} &= \left(1-\lambda_2^{mp}\right)^3 x_0^{mp} + 3\cdot\left(1-\lambda_2^{mp}\right)^2 \lambda_2^{mp} x1_{mp} + 3\cdot\left(1-\lambda_2^{mp}\right)\lambda_2^{mp\,2} x2_{mp} + \lambda_2^{mp\,3} x_n^{mp};\\ y_n^{mp} &= \left(1-\lambda_2^{mp}\right)^3 y_0^{mp} + 3\cdot\left(1-\lambda_2^{mp}\right)^2 \lambda_2^{mp} y1_{mp} + 3\cdot\left(1-\lambda_2^{mp}\right)\lambda_2^{mp\,2} y2_{mp} + \lambda_2^{mp\,3} y_n^{mp};\\ z_n^{mp} &= \left(1-\lambda_2^{mp}\right)^3 z_0^{mp} + 3\cdot\left(1-\lambda_2^{mp}\right)^2 \lambda_2^{mp} z1_{mp} + 3\cdot\left(1-\lambda_2^{mp}\right)\lambda_2^{mp\,2} z2_{mp} + \lambda_2^{mp\,3} z_n^{mp}. \end{aligned}\right\} \quad (3.31)$$

Координаты $x_1^{mp}, y_1^{mp}, z_1^{mp}$ точки на траектории относительного перемещения РИ выбираются таким образом, чтобы обеспечить наибольшее приближение сплайна Безье.

Решив систему (3.31) относительно параметров сплайна λ_i^{mp} и координат опорных точек $x1_{mp}, y1_{mp}, z1_{mp}$ и $x2_{mp}, y2_{mp}, z2_{mp}$, получим систему вида (3.30), которая позволяет аппроксимировать точки пространственной кривой перемещения РИ сплайном Безье третьего порядка. Результат аппроксимации представлен на рисунке 3.6.

12. Определение параметров профилирующей плоскости при перемещении РИ по криволинейной пространственной траектории, описанной сплайном Безье третьего порядка.

Нормальная плоскость в общем виде определяется уравнением:

$$\frac{dx_i^{mp}}{d\lambda_i^{mp}} \cdot \left(x_1 - x_i^{mp}\right) + \frac{dy_i^{mp}}{d\lambda_i^{mp}} \cdot \left(y_1 - y_i^{mp}\right) + \frac{dz_i^{mp}}{dz_i^{mp}} \cdot \left(z_1 - z_i^{mp}\right) = 0. \qquad (3.32)$$

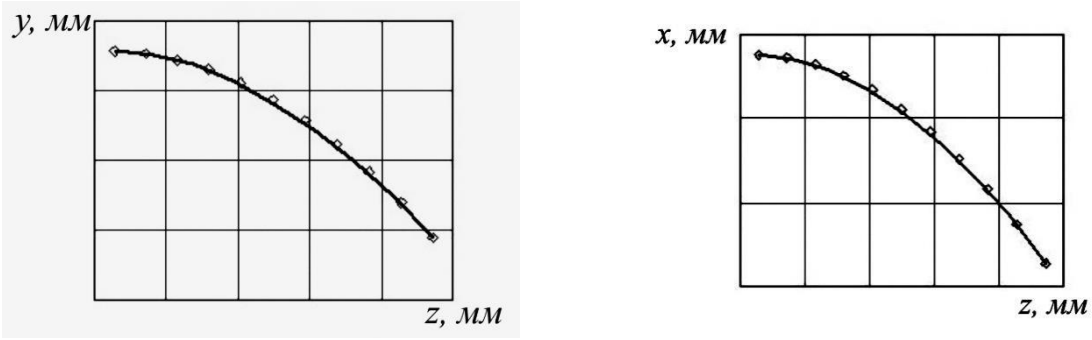
Производные координат системы уравнений (3.30) по параметру λ_i^{mp} сплайна определяются по зависимостям:

$$\begin{aligned}
&\frac{dx_i^{mp}}{d\lambda_i^{mp}} = 3 \cdot {\lambda_i^{mp}}^2 x_n^{mp} - 3 \cdot {\lambda_i^{mp}}^2 x2_{mp} - 3 \cdot \left(\lambda_i^{mp} - 1\right)^2 x_0^{mp} + 3 \cdot \left(\lambda_i^{mp} - 1\right)^2 x1_{mp} + \\
&+ 6 \cdot \left(\lambda_i^{mp} - 1\right)\lambda_i^{mp} x1_{mp} - 6 \cdot \left(\lambda_i^{mp} - 1\right)\lambda_i^{mp} x2_{mp}; \\
&\frac{dy_i^{mp}}{d\lambda_i^{mp}} = 3 \cdot {\lambda_i^{mp}}^2 y_n^{mp} - 3 \cdot {\lambda_i^{mp}}^2 y2_{mp} - 3 \cdot \left(\lambda_i^{mp} - 1\right)^2 y_0^{mp} + 3 \cdot \left(\lambda_i^{mp} - 1\right)^2 y1_{mp} + \\
&+ 6 \cdot \left(\lambda_i^{mp} - 1\right)\lambda_i^{mp} y1_{mp} - 6 \cdot \left(\lambda_i^{mp} - 1\right)\lambda_i^{mp} y2_{mp}; \\
&\frac{dz_i^{mp}}{d\lambda_i^{mp}} = 3 \cdot {\lambda_i^{mp}}^2 z_n^{mp} - 3 \cdot {\lambda_i^{mp}}^2 z2_{mp} - 3 \cdot \left(\lambda_i^{mp} - 1\right)^2 z_0^{mp} + 3 \cdot \left(\lambda_i^{mp} - 1\right)^2 z1_{mp} + \\
&+ 6 \cdot \left(\lambda_i^{mp} - 1\right)\lambda_i^{mp} z1_{mp} - 6 \cdot \left(\lambda_i^{mp} - 1\right)\lambda_i^{mp} z2_{mp}.
\end{aligned} \qquad (3.33)$$

Подставив зависимости (3.33) в уравнение нормальной плоскости (3.32) и раскрыв скобки, приведем уравнение нормальной плоскости к общему виду (3.2), где коэффициенты при координатах x_1, y_1, z_1 равны производным по соответст-

вующим координатам $A_{pi} = \frac{dx_i^{mp}}{d\lambda_i^{mp}}$, $B_{pi} = \frac{dy_i^{mp}}{d\lambda_i^{mp}}$, $C_{pi} = \frac{dz_i^{mp}}{d\lambda_i^{mp}}$ и определяются зависимостями (3.33), а свободный член определяется зависимостью:

$$D_{pi} = -A_{pi} x_i^{mp} - B_{pi} y_i^{mp} - C_{pi} z_i^{mp}. \qquad (3.34)$$



а) б)

Рисунок 3.6. Результат аппроксимации точек кривой относительного перемещения РИ сплайном Безье третьего порядка

13. Выполняем уточняющие расчеты координат точек пересечения профилирующей плоскости с боковой поверхностью зуба с пространственной модификацией. Расчеты координат выполняются с использование системы уравнений (3.4) с учетом найденных по зависимостям (3.33) и (3.34) параметров плоскости, перпендикулярной пространственной кривой траектории относительного перемещения РИ.

14. Выполняем уточняющие расчеты параметров перехода от системы координат $x_1y_1z_1$ к системе координат $x_0y_0z_0$. Расчет параметров перехода осуществляется решением системы уравнений (3.12) с учетом, найденных по зависимостям (3.33) и (3.34) параметров плоскости, перпендикулярной пространственной кривой траектории относительного перемещения РИ.

Параметры перехода от системы координат $x_1y_1z_1$ к системе координат $x_0y_0z_0$ определяются для каждой точки траектории относительного перемещения РИ. При этом решаются системы уравнений вида (3.12). Решив систему (3.12), определим значения координат точек, принадлежащих осям системы координат $S_0(x_0, y_0, z_0)$ в системе координат $S_1(x_1, y_1, z_1)$ и значения углов поворота системы координат α_x и α_y. Для дальнейших расчетов применятся только значения углов α_x и

α_y, которые в результате решения системы уравнений (3.12) с использование результатов определения параметров профилирующих плоскостей (3.33) и (3.34), могут быть получены с использованием зависимостей:

$$\alpha_{xi} = \arctan\left(\frac{B_{pi}}{C_{pi}}\right); \tag{3.35}$$

$$\alpha_{yi} = \arctan\left(\frac{A_{pi}}{B_{pi}\sin\alpha_{xi} + C_{pi}\cos\alpha_{xi}}\right); \tag{3.36}$$

15. Приводим уточненные значения координат точек пересечения профилирующей плоскости с боковой поверхностью зуба с пространственной модификацией к системе координат РИ по зависимостям (3.11).

16. Выполняем уточнение зависимостей, описывающих геометрию нестандартного режущего инструмента. Для полученных результатов расчета координат точек пересечения профилирующей плоскости с боковой поверхностью зуба с пространственной модификацией в системе координат РИ определяем во всех точках по высоте зуба шестерни (зубчатой втулки) средние арифметические значения и среднее квадратичное отклонение. После чего выполняется определение параметров сплайна Безье третьего порядка, решением системы уравнений (3.13) относительно уточненных значений координат точек пересечения профилирующей плоскости с боковой поверхностью зуба.

17. Оценка точности получения координат боковой поверхности зуба шестерни (зубчатой втулки) с пространственной модификацией боковой поверхности.

Выполняется для сравнения теоретических значений координат точек боковой поверхности зубьев с пространственной модификацией с координатами, которые будут получены при обработке в случае перемещении РИ относительно заготовки по рассчитанной траектории без учета деформаций элементов системы СПИД. Сравнение теоретического значения координат точек на боковой поверхности зубьев с координатами, получаемыми в процессе нарезания зубчатого венца, выполняется как для нестандартного, так и для стандартного РИ.

17.1 Оценка точности получения координат точек на боковой поверхности зуба шестерни (зубчатой втулки) с пространственной модификацией боковой поверхности при обработке нестандартным РИ.

Для оценки точности геометрии боковой поверхности нарезаемых зубьев нестандартным РИ подставим в одно из уравнений системы (3.24) теоретическое значение координаты по высоте зуба, приведенной к системе координат РИ $y_{0i,j}^{теор}$:

$$y_{0i,j}^{теор} = (1-\lambda_{ui})^3 y_{00}^{ср} + 3\cdot(1-\lambda_{ui})^2 \lambda_{ui} y_{u1} + 3\cdot(1-\lambda_{ui})\lambda_{u0}{}^2 y_{u2} + \lambda_{ui}{}^3 y_{0n}^{ср} + k_{rj}. \quad (3.37)$$

Из полученного таким образом уравнения определим значение параметра сплайна λ_u, соответствующего текущему значению координаты по высоте зуба $y_{0i,j}^{теор}$. Подставив значение параметра сплайна λ_{ui} в уравнение системы (3.24), рассчитаем значение координаты $x_{0i,j}^{нар}$ по толщине зуба точки, нарезаемой в процессе обработки кривой профиля:

$$x_{0i,j}^{нар} = (1-\lambda_{ui})^3 x_{00}^{ср} + 3\cdot(1-\lambda_{ui})^2 \lambda_{ui} x_{u1} + 3\cdot(1-\lambda_{ui})\lambda_{ui}{}^2 x_{u2} + \lambda_{ui}{}^3 x_{0n}^{ср} - k_{tj}.$$

Для оценки точности геометрии боковой поверхности нарезаемых зубьев рассчитаем погрешности определения положения РИ относительно заготовки:

- абсолютная погрешность

$$\Delta x_u = x_{0i,j}^{теор} - x_{0i,j}^{нар}; \quad (3.38)$$

- относительная погрешность

$$\delta x_u = \frac{x_{0i,j}^{теор} - x_{0i,j}^{нар}}{x_{0i,j}^{теор}} 100\%. \quad (3.39)$$

17.2 Оценка точности получения координат точек на боковой поверхности зуба шестерни (зубчатой втулки) с пространственной модификацией при обработке стандартным РИ.

Для оценки точности геометрии боковой поверхности нарезаемых зубьев стандартным РИ подставим в одно из уравнений системы (3.28), теоретическое значение координаты по высоте зуба, приведенной к системе координат РИ $y_{0i,j}^{теор}$:

$$y_{0i,j}^{теор} = r_{b1}\left[\cos\left(\frac{\pi}{z_1} + \varphi_{1i} - \phi_{c_1}\right) + \varphi_{1i}\sin\left(\frac{\pi}{z_1} + \varphi_{1i} - \phi_{c_1}\right)\right] + k_{rj}. \qquad (3.40)$$

Из полученного таким образом уравнения определим значение угла развернутости эвольвенты φ_{1i}, соответствующего текущему значению координаты по высоте зуба $y_{0i,j}^{теор}$. Подставив в первое уравнение системы (3.28) значение угла развернутости эвольвенты φ_{1i}, рассчитаем значение координаты точки принадлежащей нарезаемой в процессе обработке эвольвенте:

$$x_{0i,j}^{нар} = -r_{b1}\left[\sin\left(\frac{\pi}{z_1} + \varphi_{1i} - \phi_{c_1}\right) - \varphi_{1i}\cos\left(\frac{\pi}{z_1} + \varphi_{1i} - \phi_{c_1}\right)\right] - k_{tj}$$

Для оценки точности геометрии боковой поверхности нарезаемых зубьев рассчитаем погрешности определения положения РИ относительно заготовки по зависимостям (3.38) и (3.39).

Таким образом, разработана методика определения зависимостей, описывающих пространственную траекторию относительного перемещения РИ инструмента, работающего по методу копирования, при обработке зубчатых венцов с пространственной модификацией боковой поверхности зубьев. Реализация методики позволяет определять координаты узловых точек траектории относительного перемещения РИ в процессе многокоординатной обработки пространственно-модифицированных зубьев цилиндрических зубчатых колес на станках с ЧПУ. Методика предполагает использование в процессе обработки как стандартного, так и специально спрофилированного нестандартного РИ. Для специально спрофилированного инструмента получены зависимости по определению геометрии его режущей кромки в зависимости от геометрии боковой поверхности зубьев.

Многокоординатная обработка зубчатых венцов позволяет получать, в соответствии с предложенными в п. 3.1 способами обработки, зубья с приближенной пространственной модификацией. Отклонения координат по толщине зуба при обработке специально спрофилированным инструментом не превышает 3%, а при обработке стандартным РИ – 5%.

Результаты, полученные при разработке методики определения траектории относительного перемещения РИ, могут в дальнейшем быть использованы при расчетах, связанных с назначением режимных параметров обработки. Применение предложенных подходов может иметь место при обработке зубчатых венцов, в том числе и крупномодульных, в условиях единичного и мелкосерийного производств при выборе технологического оборудовании и РИ, а также в процессе написания управляющих программ для станков с ЧПУ.

3.3. Параметры сечения среза при многокоординатном зубофрезеровании пальцевой модульной фрезой

Стабильность процесса формообразования и, как следствие, качество обработанной поверхности зависят от ряда факторов, одними из которых являются параметры срезаемого РИ слоя. Параметры срезаемого слоя зависят от режимов резания, геометрии режущей кромки инструмента, расположения оси вращения РИ относительно заготовки и траектории его относительного перемещения. При этом вид траектории перемещения РИ определяется (п. 3.2) в зависимости от геометрии боковой поверхности зубьев нарезаемого зубчатого венца и геометрии режущей кромки инструмента, определяемой для стандартного РИ системами уравнений (3.15) и (3.16). В результате решения системы (3.31) определяются параметры трехмерного сплайна, описывающего траекторию относительного перемещения РИ. Подставив которые в зависимость (3.30), получаем систему уравнений для определения координат узловых точек траектории относительного перемещения РИ.

Схема процесса многокоординатного зубофрезерования зубчатых венцов с пространственной модификаций зубьев пальцевой модульной фрезой представлена на рисунке 3.1. а. РИ в процессе обработки вращается вокруг оси O_0y_0 с постоянной угловой скоростью и перемещается вдоль траектории относительного перемещения с постоянной или переменной подачей на зуб S_z.

Зная параметры траектории относительного перемещения РИ и выбрав режимные параметры процесса фрезерования пальцевой модульной фрезой, опреде-

лим параметры сечения среза при многокоординатной обработке для постоянного и переменных значений подачи на зуб.

3.3.1. Параметры сечения среза при постоянной подаче на зуб

В процессе обработки при вращении фрезы координаты точек режущих кромок, определяемые системами уравнений (3.15) и (3.16), непрерывно изменяются в соответствии с системой уравнений:

$$\left.\begin{aligned} x_{0i,j}^{вр} &= x_{0\,p(l)i} \cdot \cos\varphi_{uj}; \\ y_{0i,j}^{вр} &= y_{0\,p(l)i}; \\ z_{0i,j}^{вр} &= -x_{0\,p(l)i} \cdot \sin\varphi_{uj}, \end{aligned}\right\} \qquad (3.41)$$

где φ_{uj} - угол поворота пальцевой модульной фрезы.

Задаваясь подачей на зуб S_z, в соответствии с рекомендациями по назначению режимов резания, можно определить количество резов необходимое для обработки половины зубчатого венца от его плоскости симметрии до выхода РИ на торец зубчатого венца:

$$k_{рез} = b_{w1}/(2 \cdot S_z). \qquad (3.42)$$

Округляем полученный результат расчета количества резов до ближайшего большего целого числа и рассчитываем распределение координат по длине зуба шестерни (зубчатой втулки):

$$z_{Szi}^{mp} = b_{w1} \cdot i/(2 \cdot k_{рез}), \qquad (3.43)$$

где i - номер точки траектории относительного перемещения инструмента, $i=0\ldots k_{рез}$.

Для определения оставшихся двух координат точек траектории относительного перемещения инструмента подставим результаты расчета координат по длине зуба, полученные по зависимости (3.43), в третье уравнение системы (3.30):

$$z_{Szi}^{mp} = \left(1-\lambda_i^{mp}\right)^3 z_0^{mp} + 3\cdot\left(1-\lambda_i^{mp}\right)^2 \lambda_i^{mp} z1_{mp} + 3\cdot\left(1-\lambda_i^{mp}\right)\lambda_i^{mp\,2} z2_{mp} + \lambda_i^{mp\,3} z_n^{mp}. \qquad (3.44)$$

Решив уравнение (3.44) относительно параметра сплайна λ_i^{mp}, определим распределение параметров сплайнов, соответствующих заданным значениям координаты по длине зуба z_{Szi}^{mp}. Подставив полученные таким образом параметры сплайнов точек траектории относительного перемещения РИ в первое и второе уравнения системы (3.30), определим оставшиеся координаты точек траектории перемещения РИ x_{Szi}^{mp} и y_{Szi}^{mp}, соответствующие перемещению РИ на значение подачи на зуб S_z.

Определив распределения координат x_{Szi}^{mp}, y_{Szi}^{mp}, z_{Szi}^{mp} соответствующих перемещению РИ на значение подачи на зуб S_z, найдем для каждой точки траектории относительного перемещения РИ параметры профилирующей плоскости, используя зависимости (3.33) и (3.34).

После определения параметров профилирующей плоскости рассчитываются параметры перехода от системы координат $x_1y_1z_1$ к системе координат $x_0y_0z_0$ по зависимостям (3.35) и (3.36) с учетом найденных по зависимостям (3.33) и (3.34) параметров плоскости, перпендикулярной пространственной кривой траектории относительного перемещения РИ для каждой точки траектории.

Толщина срезаемого слоя зубом пальцевой фрезы определяется по нормали между двумя соседними поверхностями реза, описываемыми в пространстве вращающимися режущими кромками:

$$a = \sqrt{\left(x^u_{1_{i+1,j}} - x^u_{1_{i,j}} \right)^2 + \left(y^u_{1_{i+1,j}} - y^u_{1_{i,j}} \right)^2 + \left(z^u_{1_{i+1,j}} - z^u_{1_{i,j}} \right)^2}, \qquad (3.45)$$

где $x^u_{1_{i,j}}$, $y^u_{1_{i,j}}$, $z^u_{1_{i,j}}$ - координаты рассматриваемой точки режущей кромки;

$x^u_{1_{i+1,j}}$, $y^u_{1_{i+1,j}}$, $z^u_{1_{i+1,j}}$ - координаты точки пересечения нормали из рассматриваемой точки поверхности резания, к предыдущему положению поверхности резания.

Координаты точек, принадлежащих режущей кромке, определяются системой уравнений (3.9), если в нее подставить значения координат точек на режущих кромках в подвижной системе координат (3.41)

$$\left.\begin{aligned} x^u_{1_{i,j}} &= x_{0\,p(l)i}\left(\cos\varphi_{uj}\cos\alpha_{yi} - \sin\varphi_{uj}\sin\alpha_{yi}\right) + x^{mp}_{Szi};\\ y^u_{1_{i,j}} &= -x_{0\,p(l)i}\left(\cos\varphi_{uj}\sin\alpha_{xi}\sin\alpha_{yi} + \sin\varphi_{uj}\cos\alpha_{yi}\sin\alpha_{xi}\right) + y_{0\,p(l)i}\cos\alpha_{xi} + y^{mp}_{Szi} - R_1;\\ z^u_{1_{i,j}} &= -x_{0\,p(l)i}\left(\cos\varphi_{uj}\cos\alpha_{xi}\sin\alpha_{yi} + \sin\varphi_{uj}\cos\alpha_{xi}\cos\alpha_{yi}\right) - y_{0\,p(l)i}\sin\alpha_{xi} + z^{mp}_{Szi}, \end{aligned}\right\} \quad (3.46)$$

Подставив в систему уравнений (3.46) зависимости (3.16) или (3.15) и проведя преобразования, получим систему уравнений для определения координат точек левой режущей кромки инструмента в системе координат шестерни (зубчатой втулки):

$$\left.\begin{aligned} x^u_{1_{i,j}} &= -r_{b1}\left[\sin(\varphi_i) - \varphi_{1i}\cos(\varphi_i)\right]\left(\cos\varphi_{uj}\cos\alpha_{yi} - \sin\varphi_{uj}\sin\alpha_{yi}\right) + x^{mp}_{Szi};\\ y^u_{1_{i,j}} &= r_{b1}\left[\sin(\varphi_i) - \varphi_{1i}\cos(\varphi_i)\right]\left(\cos\varphi_{uj}\sin\alpha_{xi}\sin\alpha_{yi} + \sin\varphi_{uj}\cos\alpha_{yi}\sin\alpha_{xi}\right) +\\ &+ r_{b1}\left[\cos(\varphi_i) + \varphi_{1i}\sin(\varphi_i)\right]\cos\alpha_{xi} + y^{mp}_{Szi} - R_1;\\ z^u_{1_{i,j}} &= r_{b1}\left[\sin(\varphi_i) - \varphi_{1i}\cos(\varphi_i)\right]\left(\cos\varphi_{uj}\cos\alpha_{xi}\sin\alpha_{yi} + \sin\varphi_{uj}\cos\alpha_{xi}\cos\alpha_{yi}\right) -\\ &- r_{b1}\left[\cos(\varphi_i) + \varphi_{1i}\sin(\varphi_i)\right]\sin\alpha_{xi} + z^{mp}_{Szi}, \end{aligned}\right\} \quad (3.47)$$

где φ_i - угол, определяемый зависимостью:

$$\varphi_i = \pi/z_1 + \varphi_{1i} - \phi_{c_1} \quad (3.48)$$

Система уравнений для определения координат точек правой режущей кромки инструмента в системе координат шестерни (зубчатой втулки):

$$\left.\begin{aligned} x^u_{1_{i,j}} &= r_{b1}\left[\sin(\varphi_i) - \varphi_{1i}\cos(\varphi_i)\right]\left(\cos\varphi_{uj}\cos\alpha_{yi} - \sin\varphi_{uj}\sin\alpha_{yi}\right) + x^{mp}_{Szi};\\ y^u_{1_{i,j}} &= -r_{b1}\left[\sin(\varphi_i) - \varphi_{1i}\cos(\varphi_i)\right]\left(\cos\varphi_{uj}\sin\alpha_{xi}\sin\alpha_{yi} + \sin\varphi_{uj}\cos\alpha_{yi}\sin\alpha_{xi}\right) +\\ &+ r_{b1}\left[\cos(\varphi_i) + \varphi_{1i}\sin(\varphi_i)\right]\cos\alpha_{xi} + y^{mp}_{Szi} - R_1;\\ z^u_{1_{i,j}} &= -r_{b1}\left[\sin(\varphi_i) - \varphi_{1i}\cos(\varphi_i)\right]\left(\cos\varphi_{uj}\cos\alpha_{xi}\sin\alpha_{yi} + \sin\varphi_{uj}\cos\alpha_{xi}\cos\alpha_{yi}\right) -\\ &- r_{b1}\left[\cos(\varphi_i) + \varphi_{1i}\sin(\varphi_i)\right]\sin\alpha_{xi} + z^{mp}_{Szi}. \end{aligned}\right\} \quad (3.49)$$

Уравнение нормали, проходящей через рассматриваемую точку поверхности реза, определяется зависимостью [403]:

$$\frac{x_1 - x^u_{1_{i+1,j}}}{\begin{vmatrix} \frac{dy_1}{d\varphi_{1i}} & \frac{dz_1}{d\varphi_{1i}} \\ \frac{dy_1}{d\varphi_{uj}} & \frac{dz_1}{d\varphi_{uj}} \end{vmatrix}} = \frac{y_1 - y^u_{1_{i+1,j}}}{\begin{vmatrix} \frac{dz_1}{d\varphi_{1i}} & \frac{dx_1}{d\varphi_{1i}} \\ \frac{dz_1}{d\varphi_{uj}} & \frac{dx_1}{d\varphi_{uj}} \end{vmatrix}} = \frac{z_1 - z^u_{1_{i+1,j}}}{\begin{vmatrix} \frac{dx_1}{d\varphi_{1i}} & \frac{dy_1}{d\varphi_{1i}} \\ \frac{dx_1}{d\varphi_{uj}} & \frac{dy_1}{d\varphi_{uj}} \end{vmatrix}}, \quad (3.50)$$

где $\frac{dx_1}{d\varphi_{1i}}$, $\frac{dy_1}{d\varphi_{1i}}$, $\frac{dz_1}{d\varphi_{1i}}$ - частные производные зависимостей, определяющих координаты поверхности резания по углу развернутости эвольвенты;

$\frac{dx_1}{d\varphi_{uj}}$, $\frac{dy_1}{d\varphi_{uj}}$, $\frac{dz_1}{d\varphi_{uj}}$ - частные производные зависимостей, определяющих координаты поверхности резания по углу поворота пальцевой модульной фрезы.

Из выражения (3.50) получим два уравнения вида:

$$(x_1 - x^u_{1_{i+1,j}})A_{Ni} = (y_1 - y^u_{1_{i+1,j}})B_{Ni}, \tag{3.51}$$

$$(x_1 - x^u_{1_{i+1,j}})C_{Ni} = (z_1 - z^u_{1_{i+1,j}})B_{Ni}, \tag{3.52}$$

где

$$A_{Ni} = \begin{vmatrix} \frac{dz_1}{d\varphi_{1i}} & \frac{dx_1}{d\varphi_{1i}} \\ \frac{dz_1}{d\varphi_{uj}} & \frac{dx_1}{d\varphi_{uj}} \end{vmatrix}, \tag{3.53}$$

$$B_{Ni} = \begin{vmatrix} \frac{dy_1}{d\varphi_{1i}} & \frac{dz_1}{d\varphi_{1i}} \\ \frac{dy_1}{d\varphi_{uj}} & \frac{dz_1}{d\varphi_{uj}} \end{vmatrix}, \tag{3.54}$$

$$C_{Ni} = \begin{vmatrix} \frac{dx_1}{d\varphi_{1i}} & \frac{dy_1}{d\varphi_{1i}} \\ \frac{dx_1}{d\varphi_{uj}} & \frac{dy_1}{d\varphi_{uj}} \end{vmatrix}. \tag{3.55}$$

Взяв частные производные зависимостей, определяющих координаты поверхности резания по углу развернутости эвольвенты и по углу поворота пальцевой модульной фрезы, подставив в зависимости (3.53), (3.54) и (3.55), решив определители и упростив выражения, получим:

$$A_{Ni} = -r_{b1}{}^2 \cdot \varphi_{1i}(\sin\varphi_i - \varphi_{1i}\cos\varphi_i)(\cos\alpha_y \sin\alpha_x \cos\varphi_i \sin\varphi_{uj} - \cos\alpha_x \sin\varphi_i + \sin\alpha_x \sin\alpha_y \cos\varphi_i \cos\varphi_{uj}); \tag{3.56}$$

$$B_{Ni} = r_{b1}{}^2 \cdot \varphi_{1i}\cos(\varphi_{uj} + \alpha_y)\left[\cos\varphi_i \cdot \sin\varphi_i - \varphi_{1i}(\cos\varphi_i)^2\right]; \tag{3.57}$$

$$C_{Ni} = -r_{b1}{}^2 \cdot \varphi_{1i} \cdot \sin(\varphi_{uj} + \alpha_y)(\sin\varphi_i - \varphi_{1i}\cos\varphi_i)[\cos\alpha_x \cdot \cos\varphi_i + \cos\alpha_y \sin\alpha_x \sin\varphi_i \sin\varphi_{uj} + \\ + \sin\alpha_x \sin\alpha_y \sin\varphi_i \cos\varphi_{uj} - 0{,}5 \cdot r_{b1} \cdot \cos(\varphi_{uj} + \alpha_y)\sin\varphi_i(\sin(\varphi_{uj} - \alpha_x + \alpha_y) - \sin(\varphi_{uj} + \alpha_x + \alpha_y)) \times \\ \times (\varphi_{1i}\cos\varphi_i - \sin\varphi_i)]. \tag{3.58}$$

Таким образом, для определения толщины среза необходимо знать координат точки на поверхности предыдущего реза в соответствии с системой уравнений (3.47), лежащей на нормали. В систему уравнений входят пять неизвестных: координат рассматриваемой точки режущей кромки $x^u_{1_{i,j}}$, $y^u_{1_{i,j}}$, $z^u_{1_{i,j}}$ и два угла – угол поворота фрезы φ_{uj} и угол развернутости эвольвенты рассматриваемой точки φ_{1i}. Для раскрытия неопределённости добавим в систему (3.47) два уравнения вида (3.51) и (3.52) , которые определяют положение нормали к поверхности последующего реза. В результате получим систему из пяти уравнений с пятью неизвестными:

$$\left.\begin{aligned}
&x^u_{1_{i,j}} = -r_{b1}\left[\sin(\varphi_i) - \varphi_{1i}\cos(\varphi_i)\right]\left(\cos\varphi_{uj0}\cos\alpha_{yi} - \sin\varphi_{uj0}\sin\alpha_{yi}\right) + x^{mp}_{Szi};\\
&y^u_{1_{i,j}} = r_{b1}\left[\sin(\varphi_i) - \varphi_{1i}\cos(\varphi_i)\right]\left(\cos\varphi_{uj0}\sin\alpha_{xi}\sin\alpha_{yi} + \sin\varphi_{uj0}\cos\alpha_{yi}\sin\alpha_{xi}\right) +\\
&+ r_{b1}\left[\cos(\varphi_i) + \varphi_{1i}\sin(\varphi_i)\right]\cos\alpha_{xi} + y^{mp}_{Szi} - R_1;\\
&z^u_{1_{i,j}} = r_{b1}\left[\sin(\varphi_i) - \varphi_{1i}\cos(\varphi_i)\right]\left(\cos\varphi_{uj0}\cos\alpha_{xi}\sin\alpha_{yi} + \sin\varphi_{uj0}\cos\alpha_{xi}\cos\alpha_{yi}\right) -\\
&- r_{b1}\left[\cos(\varphi_i) + \varphi_{1i}\sin(\varphi_i)\right]\sin\alpha_{xi} + z^{mp}_{Szi};\\
&(x^u_{1_{i,j}} - x^u_{1_{i+1,j}})A_{Ni+1} = (y^u_{1_{i,j}} - y^u_{1_{i+1,j}})B_{Ni+1};\\
&(x^u_{1_{i,j}} - x^u_{1_{i+1,j}})C_{Ni+1} = (z^u_{1_{i,j}} - z^u_{1_{i+1,j}})B_{Ni+1}.
\end{aligned}\right\} \quad (3.59)$$

Решив систему (3.59) относительно координат $x^u_{1_{i,j}}$, $y^u_{1_{i,j}}$, $z^u_{1_{i,j}}$ и углов φ_{uj}, φ_{1i}, получим значения координат точки пересечения нормали с предыдущей поверхностью резания. Зная координаты пересечения нормали с поверхностью текущего и последующего резов, можно определить толщину слоя, срезаемого зубом пальцевой модульной фрезы при многокоординатной обработке зубчатого венца с пространственной геометрией при относительном перемещении РИ по пространственной траектории.

Одной из особенностей зуборезного РИ, работающего по методу копирования, является криволинейная режущая кромка. Выполнив расчеты толщины среза для нескольких точек по высоте нарезаемых зубьев, получим распределение толщины среза вдоль режущей кромки (рисунок 3.7.). Наибольшая толщина среза для

пальцевой модульной фрезы соответствует углу поворота в 90°. Как видно из рисунка 3.7. толщина срезаемого металла неравномерно распределяется вдоль режущей кромки. Изменение толщины срезаемого слоя составляет до 15%.

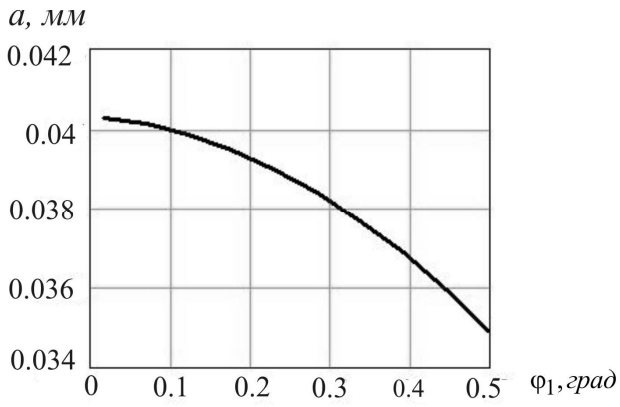


Рисунок 3.7. Распределение толщины среза вдоль режущей кромки

Выполнив расчёты для всех соседних точек, получим распределение толщины среза вдоль траектории относительного перемещения инструмента.

Полученные в результате расчетов по представленным зависимостям данные по распределению толщины срезаемых слоев в зависимости от геометрии режущей кромки и кривизны пространственной траектории относительного перемещения РИ могут быть использованы для совершенствования РИ в плане обеспечения различных функциональных свойств на разных участках режущей кромки, например, путем нанесения износостойких покрытий, при изучении силовых факторов, возникающих в процессе обработки зубчатых венцов, изучении динамических процессов и в вопросах о влиянии изменяющихся условий обработки на параметры качества поверхностного слоя нарезаемых зубьев.

При значительном изменении кривизны траектории относительного перемещения РИ может возникать значительная неравномерность распределения толщины среза вдоль длины обрабатываемого зуба, и тогда полученные зависимости могут быть использованы при расчетах режимов резания, в частности подачи на зуб, при которых обеспечивались бы равные значения толщины среза вне зависимости от кривизны траектории относительного перемещения РИ.

3.3.2. Параметры сечения среза при переменной подаче на зуб

Как было показано в п. 3.3.1 в процессе многокоординатной обработки зубчатых венцов с пространственной модификацией зубьев пальцевой модульной

фрезой имеется значительное до 15% неравномерное распределение толщины среза вдоль режущей кромки, а изменение толщины среза вдоль длины обрабатываемого зуба зависит от кривизны пространственной траектории относительного перемещения РИ. При этом неравномерность распределения толщины среза вдоль режущей кромки зависит только от ее геометрии и эту неравномерность исправить нельзя, можно только влиять на устойчивость того или иного участка в процессе обработки зубчатого венца путем нанесения различного рода покрытий. Что касается неравномерности распределения толщины среза вдоль длины обрабатываемого зуба, то в этом случае выровнять параметры срезаемых слоев можно изменяя режимные параметры обработки, в частности подачи на зуб.

Толщина срезаемого слоя зубом пальцевой фрезы определяется по нормали между двумя соседними поверхностями реза, описываемыми в пространстве вращающимися режущими кромками по зависимости (3.45). Координаты точек, принадлежащих нормали к поверхности резания определяются двумя последними уравнениями системы уравнений (3.59). Координаты точек поверхности предыдущего реза, определяются системой уравнений (3.47).

Координаты точек поверхности последующего реза определяются системой уравнений:

$$\left.\begin{aligned}
x^{u}_{1_{i+1,j}} &= -r_{b1}\left[\sin(\varphi_{i+1}) - \varphi_{1i+1}\cos(\varphi_{i+1})\right]\left(\cos\varphi_{uj}\cos\alpha_{yi+1} - \sin\varphi_{uj}\sin\alpha_{yi+1}\right) + x^{mp}_{Szi+1};\\
y^{u}_{1_{i+1,j}} &= r_{b1}\left[\sin(\varphi_{i+1}) - \varphi_{1i+1}\cos(\varphi_{i+1})\right]\left(\cos\varphi_{uj}\sin\alpha_{xi+1}\sin\alpha_{yi+1} + \sin\varphi_{uj}\cos\alpha_{yi+1}\sin\alpha_{xi+1}\right) +\\
&+ r_{b1}\left[\cos(\varphi_{i+1}) + \varphi_{1i+1}\sin(\varphi_{i+1})\right]\cos\alpha_{xi+1} + y^{mp}_{Szi+1} - R_1;\\
z^{u}_{1_{i+1,j}} &= r_{b1}\left[\sin(\varphi_{i+1}) - \varphi_{1i+1}\cos(\varphi_{i+1})\right]\left(\cos\varphi_{uj}\cos\alpha_{xi+1}\sin\alpha_{yi+1} + \sin\varphi_{uj}\cos\alpha_{xi+1}\cos\alpha_{yi+1}\right) -\\
&- r_{b1}\left[\cos(\varphi_{i+1}) + \varphi_{1i+1}\sin(\varphi_{i+1})\right]\sin\alpha_{xi+1} + z^{mp}_{Szi+1},
\end{aligned}\right\} \quad (3.60)$$

где x^{mp}_{Szi+1}, y^{mp}_{Szi+1}, y^{mp}_{Szi+1} - координаты следующей узловой точки траектории относительного перемещения РИ, при перемещении в которую максимальная толщина среза составит заданное значение:

$$\left.\begin{aligned}
x^{mp}_{Szi+1} &= \left(1-\lambda^{mp}_{i+1}\right)^3 x^{mp}_0 + 3\cdot\left(1-\lambda^{mp}_{i+1}\right)^2 \lambda^{mp}_{i+1} x1_{mp} + 3\cdot\left(1-\lambda^{mp}_{i+1}\right)\lambda^{mp\,2}_{i+1} x2_{mp} + \lambda^{mp\,3}_{i+1} x^{mp}_n;\\
y^{mp}_{Szi+1} &= \left(1-\lambda^{mp}_{i+1}\right)^3 y^{mp}_0 + 3\cdot\left(1-\lambda^{mp}_{i+1}\right)^2 \lambda^{mp}_{i+1} y1_{mp} + 3\cdot\left(1-\lambda^{mp}_{i+1}\right)\lambda^{mp\,2}_{i+1} y2_{mp} + \lambda^{mp\,3}_{i+1} y^{mp}_n;\\
z^{mp}_{Szi+1} &= \left(1-\lambda^{mp}_{i+1}\right)^3 z^{mp}_0 + 3\cdot\left(1-\lambda^{mp}_{i+1}\right)^2 \lambda^{mp}_{i+1} z1_{mp} + 3\cdot\left(1-\lambda^{mp}_{i+1}\right)\lambda^{mp\,2}_{i+1} z2_{mp} + \lambda^{mp\,3}_{i+1} z^{mp}_n,
\end{aligned}\right\} \quad (3.61)$$

Параметры перехода от системы координат $x_1y_1z_1$ к системе координат $x_0y_0z_0$ с учетом зависимостей (3.33) определяются зависимостями (3.35) и (3.36). Объединив в систему зависимости (3.35), (3.36) (3.45) и два последних уравнения системы уравнений (3.59), а также систему уравнений (3.47), (3.60) и (3.61), получим систему из 14 уравнений:

$$\left.\begin{aligned}
&x^u_{1_{i,j}} = -r_{b1}\left[\sin(\varphi_i) - \varphi_{1i}\cos(\varphi_i)\right]\left(\cos\varphi_{uj0}\cos\alpha_{yi} - \sin\varphi_{uj0}\sin\alpha_{yi}\right) + x^{mp}_{Szi};\\
&y^u_{1_{i,j}} = r_{b1}\left[\sin(\varphi_i) - \varphi_{1i}\cos(\varphi_i)\right]\left(\cos\varphi_{uj0}\sin\alpha_{xi}\sin\alpha_{yi} + \sin\varphi_{uj0}\cos\alpha_{yi}\sin\alpha_{xi}\right) +\\
&+ r_{b1}\left[\cos(\varphi_i) + \varphi_{1i}\sin(\varphi_i)\right]\cos\alpha_{xi} + y^{mp}_{Szi} - R_1;\\
&z^u_{1_{i,j}} = r_{b1}\left[\sin(\varphi_i) - \varphi_{1i}\cos(\varphi_i)\right]\left(\cos\varphi_{uj0}\cos\alpha_{xi}\sin\alpha_{yi} + \sin\varphi_{uj0}\cos\alpha_{xi}\cos\alpha_{yi}\right) -\\
&- r_{b1}\left[\cos(\varphi_i) + \varphi_{1i}\sin(\varphi_i)\right]\sin\alpha_{xi} + z^{mp}_{Szi};\\
&x^u_{1_{i+1,j}} = -r_{b1}\left[\sin(\varphi_{i+1}) - \varphi_{1i+1}\cos(\varphi_{i+1})\right]\left(\cos\varphi_{uj}\cos\alpha_{yi+1} - \sin\varphi_{uj}\sin\alpha_{yi+1}\right) + x^{mp}_{Szi+1};\\
&y^u_{1_{i+1,j}} = r_{b1}\left[\sin(\varphi_{i+1}) - \varphi_{1i+1}\cos(\varphi_{i+1})\right]\left(\cos\varphi_{uj}\sin\alpha_{xi+1}\sin\alpha_{yi+1} + \sin\varphi_{uj}\cos\alpha_{yi+1}\sin\alpha_{xi+1}\right) +\\
&+ r_{b1}\left[\cos(\varphi_{i+1}) + \varphi_{1i+1}\sin(\varphi_{i+1})\right]\cos\alpha_{xi+1} + y^{mp}_{Szi+1} - R_1;\\
&z^u_{1_{i+1,j}} = r_{b1}\left[\sin(\varphi_{i+1}) - \varphi_{1i+1}\cos(\varphi_{i+1})\right]\left(\cos\varphi_{uj}\cos\alpha_{xi+1}\sin\alpha_{yi+1} + \sin\varphi_{uj}\cos\alpha_{xi+1}\cos\alpha_{yi+1}\right) -\\
&- r_{b1}\left[\cos(\varphi_{i+1}) + \varphi_{1i+1}\sin(\varphi_{i+1})\right]\sin\alpha_{xi+1} + z^{mp}_{Szi+1}\\
&x^{mp}_{Szi+1} = \left(1-\lambda^{mp}_{i+1}\right)^3 x^{mp}_0 + 3\cdot\left(1-\lambda^{mp}_{i+1}\right)^2 \lambda^{mp}_{i+1} x1_{mp} + 3\cdot\left(1-\lambda^{mp}_{i+1}\right)\lambda^{mp\,2}_{i+1} x2_{mp} + \lambda^{mp\,3}_{i+1} x^{mp}_n;\\
&y^{mp}_{Szi+1} = \left(1-\lambda^{mp}_{i+1}\right)^3 y^{mp}_0 + 3\cdot\left(1-\lambda^{mp}_{i+1}\right)^2 \lambda^{mp}_{i+1} y1_{mp} + 3\cdot\left(1-\lambda^{mp}_{i+1}\right)\lambda^{mp\,2}_{i+1} y2_{mp} + \lambda^{mp\,3}_{i+1} y^{mp}_n;\\
&z^{mp}_{Szi+1} = \left(1-\lambda^{mp}_{i+1}\right)^3 z^{mp}_0 + 3\cdot\left(1-\lambda^{mp}_{i+1}\right)^2 \lambda^{mp}_{i+1} z1_{mp} + 3\cdot\left(1-\lambda^{mp}_{i+1}\right)\lambda^{mp\,2}_{i+1} z2_{mp} + \lambda^{mp\,3}_{i+1} z^{mp}_n;\\
&\alpha_{xi+1} = \arctan\left(\frac{B_{pi+1}}{C_{pi+1}}\right);\\
&\alpha_{yi+1} = a\tan\left(\frac{A_{pi+1}}{B_{pi+1}\sin\alpha_{xi+1} + C_{pi+1}\cos\alpha_{xi+1}}\right);\\
&(x^u_{1_{i,j}} - x^u_{1_{i+1,j}})A_{Ni+1} = (y^u_{1_{i,j}} - y^u_{1_{i+1,j}})B_{Ni+1};\\
&(x^u_{1_{i,j}} - x^u_{1_{i+1,j}})C_{Ni+1} = (z^u_{1_{i,j}} - z^u_{1_{i+1,j}})B_{Ni+1};\\
&a = \sqrt{\left(x^u_{1_{i+1,j}} - x^u_{1_{i,j}}\right)^2 + \left(y^u_{1_{i+1,j}} - y^u_{1_{i,j}}\right)^2 + \left(z^u_{1_{i+1,j}} - z^u_{1_{i,j}}\right)^2}.
\end{aligned}\right\} \quad (3.62)$$

В результате решения системы (3.62) определяются: координаты $x^{u}_{1_{i,j}}$, $y^{u}_{1_{i,j}}$, $z^{u}_{1_{i,j}}$, $x^{u}_{1_{i+1,j}}$, $y^{u}_{1_{i+1,j}}$, $z^{u}_{1_{i+1,j}}$, x^{mp}_{Szi+1}, y^{mp}_{Szi+1}, y^{mp}_{Szi+1}; углы φ_{uj0}, φ_{1i} α_{xi+1}, α_{yi+1} и параметр сплайна пространственной траектории относительного перемещения РИ λ^{mp}_{i+1}. Используя значение параметра сплайна λ^{mp}_{i+1} траектории относительного перемещения РИ в зависимостях, представленных в п. 3.3.1, выполняется проверочный расчет толщины среза для всех точек пространственной траектории относительного перемещения РИ.

Выполнив таким образом расчеты, определяют зависимость для изменения подачи при движении инструмента вдоль пространственной траектории в процессе многокоординатной обработки зубчатых венцов с пространственной модификацией зубьев при обеспечении постоянства значения толщины среза, а значит, и при постоянстве действия силовых факторов со стороны режущего инструмента.

3.4. Аппроксимация координат точек профиля дисковой зуборезной модульной фрезы сплайнами Безье

В процессе обработки на зуборезный инструмент действуют значительные и неравномерно распределенные по режущей кромке нагрузки. Анализ закономерностей изменения параметров срезаемого слоя и силового нагружения режущих кромок инструментов, особенно при решении пространственных технологических задач на различных этапах технологического процесса, может способствовать интенсификации режимов резания, выравниванию нагрузки, повышению качества обработки зубчатых венцов, управлению параметрами поверхностного слоя обрабатываемых поверхностей, совершенствованию геометрии режущей части инструмента, совершенствованию технологического оборудования и процессов формообразования изделий с зубчатыми венцами.

Геометрия профиля РИ, такого как дисковая модульная фреза, задается координатным или матрично-векторным способами. Координатным способом про-

филь зуба дисковой модульной фрезы принято задавать в виде радиусов окружностей в сечении поверхностью, параллельной торцовой поверхности фрезы и расстояний до этих сечений от оси симметрии фрезы или в виде таблицы значений координат [406, 407]. Т.е. задание профиля координатами выполняется дискретно. Такое задание профиля в основном применяется при построении двухмерных изображений. В этом случае проведение автоматических расчетов различного вида с участием координат точек, принадлежащих режущей кромке инструмента, имеет ряд существенных ограничений, так как получение результатов может быть только для ограниченного количества таких точек.

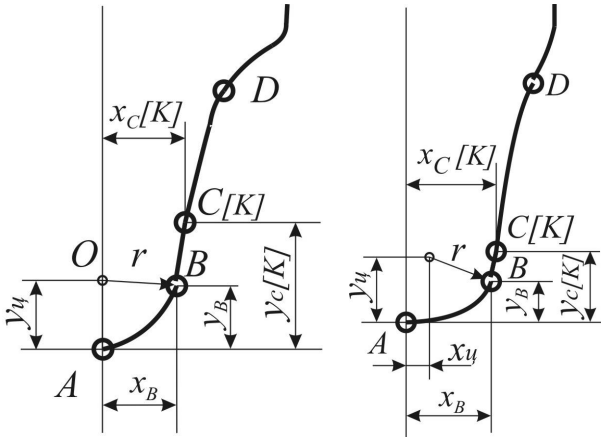
Матрично-векторный способ задания геометрии профиля зуборезного инструмента позволяет задавать множество точек, принадлежащих режущей кромке инструмента [408, 409, 410]. При этом геометрия режущей части инструмента задается в виде функций координат точек, что в значительной мере способствует автоматизации проводимых расчетов и позволяет получать непрерывную последовательность значений координат точек, принадлежащих режущей кромке инструмента. Однако, чем сложнее геометрия режущей кромки, особенно в случае зуборезного инструмента, когда кромка состоит из нескольких участков с различной геометрией (сопряжение прямолинейных участков, дуг окружностей и эвольвентного участка), тем больше расчетных модулей используется для ее описания. При этом каждый участок режущей кромки описывается собственной системой уравнений. Что ведет к увеличению количества расчетных операций в соответствии с количеством участков на режущей кромке. Кроме того отдельное рассмотрение участков в трехмерных постановках технологических задач не позволяет в одном расчетном модуле или подпрограмме рассчитать некоторые величины, например параметры среза, в местах сопряжения двух соседних участков режущей кромки фрезы.

В технологических задачах, особенно в трехмерной постановке, где рассматриваются взаимодействие режущего инструмента со сложной геометрической формой профиля и заготовки желательно рассматривать аналитически описанные гладкие, дважды и более дифференцируемые кривые, с минимальным ко-

личеством управляемых элементов. Так в работе [411] в качестве универсального способа описания геометрии профиля зуба цилиндрического зубчатого колеса предлагаются кривые Безье, которые широко используются в системах автоматизированного проектирования. Применение кривых Безье обусловлено рядом их свойств [404, 405].

Таким образом, геометрия режущей кромки дисковой модульной фрезы является объектом, состоящим из сопряжений прямолинейного участка (или нескольких участков), дуг окружности и эвольвентного участка (рисунок 3.8.).

В нормативно-технической документации на дисковые модульные фрезы приводится три варианта геометрии режущей кромки [407]. Геометрия режущей кромки выбирается в зависимости от количества зубьев обрабатываемого зубчатого колеса. Выполним аппроксимацию координат точек профиля дисковых зуборезных модульных фрез, предназначенных для обработки зубчатых колес с числом зубьев до 79 шт и более 79шт.



а) б)

Рисунок 3.8. Профиль зуба стандартной дисковой зуборезной модульной фрезы: а - при 17≤z≤79; б - при z≥80

Из рисунка 3.8. а видно, что профиль зуба дисковой модульной фрезы при 17≤z≤79 состоит из: дуги окружности, прямолинейного участка и эвольвентного участка. Профиль зуба дисковой модульной фрезы, предназначенной для обработки зубчатых колес с числом зубьев от 80 шт, состоит из: прямолинейного участка, дуги окружности и эвольвентного участка (рисунок 3.8. б). Геометрия участков задается в нормативно-технической документации координатами узловых точек, для участка дуги окружности также задаются координаты центра окружности [407].

Каждый участок профиля зуба фрезы можно аппроксимировать с высокой степенью точности сплайнами Безье различного порядка. Для описания прямоли-

нейного участка режущей кромки достаточно сплайна Безье первого порядка. Для описания криволинейных участков, как правило, используют сплайны третьего порядка. Таким образом, для аналитического описания прямолинейного участка необходимо знать координаты двух точек, определяющих концы рассматриваемого отрезка. Для описания криволинейных участков необходимо задаваться 4 точками на каждой кривой. Исходя из этого, для аппроксимации профиля зуба дисковой модульной фрезы, представленного на рисунке 3.8., необходимо использовать сплайн Безье 5 порядка.

Сплайн Безье пятого порядка определяется зависимостью вида [404, 405]:

$$P(\lambda) = \sum_{i=0}^{N=5} J_i^N(\lambda) \cdot P_i, \tag{3.63}$$

Биномиальные коэффициенты для сплайна Безье пятого порядка составят:

$$C_0^5 = 1;\ C_1^5 = 5;\ C_2^5 = 10;\ C_3^5 = 10;\ C_4^5 = 5;\ C_5^5 = 1.$$

Аппроксимирующие многочлены Бернштейна сплайна Безье пятого порядка:

$$J_0^5(\lambda) = (1-\lambda)^5;\ J_1^5(\lambda) = 5 \cdot \lambda \cdot (1-\lambda)^4;\ J_2^5(\lambda) = 10 \cdot \lambda^2 \cdot (1-\lambda)^3;\ J_3^5(\lambda) = 10 \cdot \lambda^3 \cdot (1-\lambda)^2;\ J_4^5(\lambda) = 5 \cdot \lambda^4 \cdot (1-\lambda);\ J_5^5(\lambda) = \lambda^5. \tag{3.64}$$

С учетом найденных аппроксимирующих многочленов Бернштейна (3.64) зависимость (3.63) примет вид:

$$P(\lambda) = P_0 \cdot (1-\lambda)^5 + 5P_1 \cdot \lambda \cdot (1-\lambda)^4 + 10P_2 \cdot \lambda^2 \cdot (1-\lambda)^3 + 10P_3 \cdot \lambda^3 \cdot (1-\lambda)^2 + 5P_4 \cdot \lambda^4 \cdot (1-\lambda) + P_5 \cdot \lambda^5. \tag{3.65}$$

Записав уравнение (3.65) для каждой из координат рассматриваемой точки на профиле зуба дисковой модульной фрезы, получим систему вида:

$$\begin{cases} X(\lambda) = Xp_0 \cdot (1-\lambda)^5 + 5Xp_1 \cdot \lambda \cdot (1-\lambda)^4 + 10Xp_2 \cdot \lambda^2 \cdot (1-\lambda)^3 + \\ \quad +10Xp_3 \cdot \lambda^3 \cdot (1-\lambda)^2 + 5Xp_4 \cdot \lambda^4 \cdot (1-\lambda) + Xp_5 \cdot \lambda^5, \\ Y(\lambda) = Yp_0 \cdot (1-\lambda)^5 + 5Yp_1 \cdot \lambda \cdot (1-\lambda)^4 + 10Yp_2 \cdot \lambda^2 \cdot (1-\lambda)^3 + \\ \quad +10Yp_3 \cdot \lambda^3 \cdot (1-\lambda)^2 + 5Yp_4 \cdot \lambda^4 \cdot (1-\lambda) + Yp_5 \cdot \lambda^5. \end{cases} \tag{3.66}$$

Неизвестными в системе уравнений (3.66) являются: параметр сплайна λ и координаты опорных точек $Xp_1 - Xp_4$, $Yp_1 - Yp_4$. Для определения неизвестных необходимо записать уравнения (3.66), для восьми точек:

$$\begin{cases} X(\lambda_0) = Xp_0 \cdot (1-\lambda_0)^5 + 5Xp_1 \cdot \lambda_0 \cdot (1-\lambda_0)^4 + 10Xp_2 \cdot {\lambda_0}^2 \cdot (1-\lambda_0)^3 + \\ \quad +10Xp_3 \cdot {\lambda_0}^3 \cdot (1-\lambda_0)^2 + 5Xp_4 \cdot {\lambda_0}^4 \cdot (1-\lambda_0) + Xp_5 \cdot {\lambda_0}^5; \\ Y(\lambda_0) = Yp_0 \cdot (1-\lambda_0)^5 + 5Yp_1 \cdot \lambda_0 \cdot (1-\lambda_0)^4 + 10Yp_2 \cdot {\lambda_0}^2 \cdot (1-\lambda_0)^3 + \\ \quad +10Yp_3 \cdot {\lambda_0}^3 \cdot (1-\lambda_0)^2 + 5Yp_4 \cdot {\lambda_0}^4 \cdot (1-\lambda_0) + Yp_5 \cdot {\lambda_0}^5; \\ X(\lambda_1) = Xp_0 \cdot (1-\lambda_1)^5 + 5Xp_1 \cdot \lambda_1 \cdot (1-\lambda_1)^4 + 10Xp_2 \cdot {\lambda_1}^2 \cdot (1-\lambda_1)^3 + \\ \quad +10Xp_3 \cdot {\lambda_1}^3 \cdot (1-\lambda_1)^2 + 5Xp_4 \cdot {\lambda_1}^4 \cdot (1-\lambda_1) + Xp_5 \cdot {\lambda_1}^5; \\ Y(\lambda_1) = Yp_0 \cdot (1-\lambda_1)^5 + 5Yp_1 \cdot \lambda_1 \cdot (1-\lambda_1)^4 + 10Yp_2 \cdot {\lambda_1}^2 \cdot (1-\lambda_1)^3 + \\ \quad +10Yp_3 \cdot {\lambda_1}^3 \cdot (1-\lambda_1)^2 + 5Yp_4 \cdot {\lambda_1}^4 \cdot (1-\lambda_1) + Yp_5 \cdot {\lambda_1}^5; \\ \quad \dots \\ X(\lambda_7) = Xp_0 \cdot (1-\lambda_7)^5 + 5Xp_1 \cdot \lambda_7 \cdot (1-\lambda_7)^4 + 10Xp_2 \cdot {\lambda_7}^2 \cdot (1-\lambda_7)^3 + \\ \quad +10Xp_3 \cdot {\lambda_7}^3 \cdot (1-\lambda_7)^2 + 5Xp_4 \cdot {\lambda_7}^4 \cdot (1-\lambda_7) + Xp_5 \cdot {\lambda_7}^5; \\ Y(\lambda_7) = Yp_0 \cdot (1-\lambda_7)^5 + 5Yp_1 \cdot \lambda_7 \cdot (1-\lambda_7)^4 + 10Yp_2 \cdot {\lambda_7}^2 \cdot (1-\lambda_7)^3 + \\ \quad +10Yp_3 \cdot {\lambda_7}^3 \cdot (1-\lambda_7)^2 + 5Yp_4 \cdot {\lambda_7}^4 \cdot (1-\lambda_7) + Yp_5 \cdot {\lambda_7}^5. \end{cases} \quad (3.67)$$

Неизвестными в системе уравнений (3.67) являются: параметры сплайна λ_0 – λ_7 и координаты опорных точек $Xp_1 - Xp_4$, $Yp_1 - Yp_4$. Задаются координаты начала и конца кривой профиля зуба дисковой модульной фрезы Xp_0 и Xp_5, Yp_0 и Yp_5.

Подставив в левую часть уравнений вместо функций $X(\lambda_i)$ и $Y(\lambda_i)$ значения координат узловых точек участков профиля дисковой модульной фрезы, а в правую известные данные, получим систему для определения неизвестных параметров системы уравнений сплайна Безье пятого порядка.

Пример аппроксимации координат точек профиля дисковой зуборезной модульной фрезы, предназначенной для обработки зубчатых колес с числом зубьев до 79 шт представлен в Приложении Г. Пример аппроксимации координат точек профиля дисковой зуборезной модульной фрезы, предназначенной для обработки зубчатых колес с числом зубьев более 79 шт представлен в Приложении Д.

Таким образом, получены основные зависимости, которые позволяют выполнить аппроксимацию геометрии профиля зуба дисковой зуборезной модульной фрезы гладкой кривой в виде сплайна Безье 5-го порядка. Выполнены расчеты для дисковой модульной фрезы, предназначенной для обработки зубчатых колес с числом зубьев до 79 шт и более 79шт с модулем 3 мм. Проверка точности выполнения аппроксимации позволила установить, что геометрия профиля дисковой модульной фрезы описана с высокой точностью, т.к. относительная погрешность в определении координаты $X(\lambda)$ *и* $Y(\lambda)$ не превышает 1%.

Полученные в работе результаты могут быть использованы при решении пространственных технологических задач при анализе процессов, происходящих во время формоообразования зубчатых венцов, в том числе и с пространственными модификациями боковой поверхности зубьев.

3.5. Параметры сечения среза при многокоординатном зубофрезеровании методом копирования дисковой модульной фрезой

Параметры срезаемого слоя зависят от режимов резания, геометрии режущей кромки инструмента, расположения оси вращения РИ относительно заготовки и траектории его относительного перемещения. Параметры траектории относительного перемещения РИ определяются (см. п. 3.2) в зависимости от геометрии боковой поверхности зубьев нарезаемого зубчатого венца и геометрии режущей кромки инструмента (см. п.3.4.). Решая систему уравнений (3.32), определяем параметры трехмерного сплайна, описывающего траекторию относительного перемещения РИ, подставив которые в зависимость (3.30) получаем систему уравнений для определения координат узловых точек траектории относительного перемещения РИ.

Схема процесса многокоординатной обработки зубчатых венцов с пространственной модификаций зубьев дисковой модульной фрезой представлена на рисунке 3.1. б. Инструмент в процессе обработки вращается вокруг оси O_0x_0 с постоянной угловой скоростью и перемещается вдоль траектории относительного перемещения с постоянной или переменной подачей на зуб S_z.

Зная параметры траектории относительного перемещения РИ, геометрию профиля РИ и выбрав режимные параметры процесса фрезерования дисковой модульной фрезой, определим параметры сечения среза при многокоординатной обработке зубчатых венцов с пространственной модификацией зубьев при постоянной и переменной подачах на зуб.

3.5.1. Параметры сечения среза при постоянной подаче на зуб

В процессе обработки при вращении фрезы координаты точек режущих кромок, определяемые системой уравнений (3.66), непрерывно изменяются в соответствии с системой уравнений:

$$\left.\begin{aligned} x_{0i,j}^{вр} &= X(\lambda); \\ y_{0i,j}^{вр} &= \left(Y(\lambda) - D_{фр}/2\right)\cdot\cos\varphi_{uj} + a_{фр}; \\ z_{0i,j}^{вр} &= -\left(Y(\lambda) - D_{фр}/2\right)\cdot\sin\varphi_{uj}, \end{aligned}\right\} \qquad (3.68)$$

где φ_{uj} - угол поворота дисковой модульной фрезы;

$D_{фр}$ - диаметр вершин зубьев дисковой модульной фрезы;

$a_{фр}$ - межосевое расстояние между заготовкой и дисковой модульной фрезой.

Задаваясь подачей на зуб S_z, определяем количество резов, необходимое для обработки половины зубчатого венца от его плоскости симметрии до выхода РИ на торец зубчатого венца по зависимости (3.42). Количество резов при врезании определяется по зависимостям:

- при врезании с перемещением вдоль траектории относительного перемещения РИ по зависимости (3.42);

- при врезании с вертикальной подачей:

$$k_{рез} = \frac{R_{a1} + l_1 + m - y_{нач}^{тр}}{S_z}. \qquad (3.69)$$

где l_1 - путь врезания РИ;

$y_{нач}^{тр}$ - координата по высоте зуба шестерни (зубчатой втулки) начальной точки траектории перемещения РИ.

Округляем полученный результат расчета количества резов до ближайшего большего целого числа и рассчитываем распределение координат по длине зуба шестерни (зубчатой втулки) по формуле (3.43).

Для определения оставшихся двух координат точек траектории перемещения РИ подставим результаты расчета координат по длине зуба, полученные по зависимости (3.43) в третье уравнение системы (3.30). Решив уравнение (3.44) от-

носительно параметра сплайна λ_i^{mp}, определим распределение параметров сплайнов, соответствующих заданным значениям координаты по длине зуба z_{Szi}^{mp}. Подставив полученные таким образом параметры сплайнов точек траектории относительного перемещения РИ в первое и второе уравнения системы (3.30), определим оставшиеся координаты точек траектории перемещения РИ x_{Szi}^{mp} и y_{Szi}^{mp}, соответствующие перемещению РИ на значение подачи на зуб S_z.

Определив распределения координат x_{Szi}^{mp}, y_{Szi}^{mp}, z_{Szi}^{mp}, соответствующих перемещению РИ на значение подачи на зуб S_z, найдем для каждой точки траектории перемещения РИ параметры профилирующей плоскости, используя зависимости (3.33) и (3.34).

После определения параметров профилирующей плоскости рассчитываются параметры перехода от системы координат $x_1y_1z_1$ к системе координат $x_0y_0z_0$ по зависимостям (3.35) и (3.36) с учетом найденных по зависимостям (3.33) и (3.34) параметров плоскости, перпендикулярной пространственной кривой траектории относительного перемещения РИ, для каждой точки траектории.

Толщина срезаемого слоя зубом дисковой фрезы определяется по зависимости (3.45). Координаты точек, принадлежащих режущей кромке, определяются системой уравнений (3.9) если в нее подставить значения координат точек на режущих кромках в подвижной системе координат (3.72):

$$\left.\begin{aligned}
x^u_{1_{i,j}} &= X(\lambda_i)\cos\alpha_{yi} - Y(\lambda_i)\sin\alpha_{yi}\sin\varphi_{uj} + \frac{D_{фр}}{2}\sin\alpha_{yi}\sin\varphi_{uj} + x_{Szi}^{mp};\\
y^u_{1_{i,j}} &= -X(\lambda_i)\sin\alpha_{xi}\sin\alpha_{yi} + Y(\lambda_i)\left(\cos\alpha_{xi}\cos\varphi_{uj} - \cos\alpha_{yi}\sin\alpha_{xi}\sin\varphi_{uj}\right) +\\
&+ \frac{D_{фр}}{2}\left(\cos\alpha_{yi}\sin\alpha_{xi}\sin\varphi_{uj} - \cos\alpha_{xi}\cos\varphi_{uj}\right) + a_{фр}\cos\alpha_{xi} + y_{Szi}^{mp} - R_1;\\
z^u_{1_{i,j}} &= -X(\lambda_i)\cos\alpha_{xi}\sin\alpha_{yi} - Y(\lambda_i)\left(\sin\alpha_{xi}\cos\varphi_{uj} + \cos\alpha_{xi}\cos\alpha_{yi}\sin\varphi_{uj}\right) +\\
&+ \frac{D_{фр}}{2}\left(\sin\alpha_{xi}\cos\varphi_{uj} + \cos\alpha_{xi}\cos\alpha_{yi}\sin\varphi_{uj}\right) + z_{Szi}^{mp} - a_{фр}\sin\alpha_{xi}.
\end{aligned}\right\} \quad (3.70)$$

Найдем значение угла поворота дисковой модульной фрезы, при повороте на который она либо только коснется заготовки, либо будет выходить из контакта

с заготовкой. Угол поворота инструмента при обработке в теле зубчатого венца определяется системой уравнений (3.70) если вместо координат точки на режущей кромке инструмента $x^u_{1_{i,j}}$, $y^u_{1_{i,j}}$, $z^u_{1_{i,j}}$ подставить координаты точек принадлежащих поверхности вершин зубьев. Например, для цилиндрической поверхности вершин система (3.70) примет вид:

$$\left.\begin{aligned}
&R_{a1}\cos\varphi_{заг} = X(\lambda_i)\cos\alpha_{yi} - Y(\lambda_i)\sin\alpha_{yi}\sin\varphi_{uj} + \frac{D_{фр}}{2}\sin\alpha_{yi}\sin\varphi_{uj} + x^{mp}_{Szi};\\
&R_{a1}\sin\varphi_{заг} = -X(\lambda_i)\sin\alpha_{xi}\sin\alpha_{yi} + Y(\lambda_i)\left(\cos\alpha_{xi}\cos\varphi_{uj} - \cos\alpha_{yi}\sin\alpha_{xi}\sin\varphi_{uj}\right) +\\
&+\frac{D_{фр}}{2}\left(\cos\alpha_{yi}\sin\alpha_{xi}\sin\varphi_{uj} - \cos\alpha_{xi}\cos\varphi_{uj}\right) + a_{фр}\cos\alpha_{xi} + y^{mp}_{Szi} - R_1;\\
&z_{заг} = -X(\lambda_i)\cos\alpha_{xi}\sin\alpha_{yi} - Y(\lambda_i)\left(\sin\alpha_{xi}\cos\varphi_{uj} + \cos\alpha_{xi}\cos\alpha_{yi}\sin\varphi_{uj}\right) +\\
&+\frac{D_{фр}}{2}\left(\sin\alpha_{xi}\cos\varphi_{uj} + \cos\alpha_{xi}\cos\alpha_{yi}\sin\varphi_{uj}\right) + z^{mp}_{Szi} - a_{фр}\sin\alpha_{xi}.
\end{aligned}\right\} \quad (3.71)$$

где R_{a1} - радиус поверхности вершин зубьев;

$\varphi_{заг}$ - угол, определяющий положение точки на поверхности вершин зубьев;

$z_{заг}$ - координата вдоль линии зуба точки на поверхности вершин.

Угол поворота инструмента при его выходе на торец зубчатого венца определяется, если в третье уравнение системы (3.71) подставить координату по длине зубчатого венца, определяющую положение рассматриваемого торца. Полученное уравнение решается относительного угла поворота дисковой модульной фрезы φ_{uj} при заданном значении параметра сплайна λ_i, определяющего геометрию режущей кромки инструмента.

Как видно из системы уравнений, значения координат зависят от двух параметров λ_i и φ_{uj}. Тогда уравнение нормали, проходящей через рассматриваемую точку поверхности реза, определяется зависимостью [403]:

$$\frac{x_1 - x^u_{1_{i+1,j}}}{\begin{vmatrix} \frac{dy_1}{d\lambda_i} & \frac{dz_1}{d\lambda_i} \\ \frac{dy_1}{d\varphi_{uj}} & \frac{dz_1}{d\varphi_{uj}} \end{vmatrix}} = \frac{y_1 - y^u_{1_{i+1,j}}}{\begin{vmatrix} \frac{dz_1}{d\lambda_i} & \frac{dx_1}{d\lambda_i} \\ \frac{dz_1}{d\varphi_{uj}} & \frac{dx_1}{d\varphi_{uj}} \end{vmatrix}} = \frac{z_1 - z^u_{1_{i+1,j}}}{\begin{vmatrix} \frac{dx_1}{d\lambda_i} & \frac{dy_1}{d\lambda_i} \\ \frac{dx_1}{d\varphi_{uj}} & \frac{dy_1}{d\varphi_{uj}} \end{vmatrix}}, \quad (3.72)$$

где $\frac{dx_1}{d\lambda_i}$, $\frac{dy_1}{d\lambda_i}$, $\frac{dz_1}{d\lambda_i}$ - частные производные зависимостей, определяющих координаты поверхности резания по параметру сплайна, аппроксимирующего координаты точек профиля режущей кромки инструмента;

$\frac{dx_1}{d\varphi_{uj}}$, $\frac{dy_1}{d\varphi_{uj}}$, $\frac{dz_1}{d\varphi_{uj}}$ - частные производные зависимостей, определяющих координаты поверхности резания по углу поворота дисковой модульной фрезы.

Тогда коэффициенты в уравнении нормали определяются зависимостями:

$$A_{Ni} = \begin{vmatrix} \frac{dz_1}{d\lambda_i} & \frac{dx_1}{d\lambda_i} \\ \frac{dz_1}{d\varphi_{uj}} & \frac{dx_1}{d\varphi_{uj}} \end{vmatrix}, \tag{3.73}$$

$$B_{Ni} = \begin{vmatrix} \frac{dy_1}{d\lambda_i} & \frac{dz_1}{d\lambda_i} \\ \frac{dy_1}{d\varphi_{uj}} & \frac{dz_1}{d\varphi_{uj}} \end{vmatrix}, \tag{3.74}$$

$$C_{Ni} = \begin{vmatrix} \frac{dx_1}{d\lambda_i} & \frac{dy_1}{d\lambda_i} \\ \frac{dx_1}{d\varphi_{uj}} & \frac{dy_1}{d\varphi_{uj}} \end{vmatrix}. \tag{3.75}$$

Взяв частные производные зависимостей, определяющих координаты поверхности резания по углу развернутости эвольвенты и по углу поворота дисковой модульной фрезы, подставив в зависимости (3.73), (3.74) и (3.75), решив определители и упростив выражения, получим:

$$A_{Ni} = A_{N1i}(\lambda_i, \varphi_{uj}) + A_{N2i}(\lambda_i, \varphi_{uj}) + A_{N3i}(\lambda_i, \varphi_{uj}); \tag{3.76}$$

$$B_{Ni} = B_{N1i}(\lambda_i, \varphi_{uj}) + B_{N2i}(\lambda_i, \varphi_{uj}); \tag{3.77}$$

$$C_{Ni} = C_{N1i}(\lambda_i, \varphi_{uj}) + C_{N2i}(\lambda_i, \varphi_{uj}) + C_{N3i}(\lambda_i, \varphi_{uj}), \tag{3.78}$$

где $A_{N1i}, A_{N2i}, A_{N3i}, B_{N1i}, B_{N2i} C_{N1i}, C_{N2i}, C_{N3i}$ - составляющие в выражениях для определения коэффициентов уравнения нормали.

Таким образом, для определения толщины среза необходимо определить координаты точки на поверхности последующего реза, лежащей на нормали, в со-

ответствии с системой уравнений (3.70). В систему уравнений входят пять неизвестных: координаты рассматриваемой точки режущей кромки $x^u_{1_{i,j}}$, $y^u_{1_{i,j}}$, $z^u_{1_{i,j}}$, угол поворота фрезы φ_{uj} и параметр сплайна рассматриваемой точки на режущей кромке λ_i. Для раскрытия неопределённости добавим в систему (3.70) два уравнения вида (3.51) и (3.52), которые определяют положение нормали к поверхности последующего реза. В результате получим систему из пяти уравнений с пятью неизвестными, которая позволяет определять координаты точки пересечения поверхности последующего реза с нормалью к рассматриваемой поверхности, проходящей через заданную точку:

$$\left.\begin{aligned}
&x^u_{1_{i+1,j}} = X(\lambda_{i+1})\cos\alpha_{yi+1} - Y(\lambda_{i+1})\sin\alpha_{yi+1}\sin\varphi_{uji+1} + \frac{D_{фр}}{2}\sin\alpha_{yi+1}\sin\varphi_{uji+1} + x^{mp}_{Szi+1};\\
&y^u_{1_{i+1,j}} = -X(\lambda_{i+1})\sin\alpha_{xi+1}\sin\alpha_{yi+1} + Y(\lambda_{i+1})\left(\cos\alpha_{xi+1}\cos\varphi_{uji+1} - \cos\alpha_{yi+1}\sin\alpha_{xi+1}\sin\varphi_{uji+1}\right) +\\
&+ \frac{D_{фр}}{2}\left(\cos\alpha_{yi+1}\sin\alpha_{xi+1}\sin\varphi_{uji+1} - \cos\alpha_{xi+1}\cos\varphi_{uji+1}\right) + a_{фр}\cos\alpha_{xi+1} + y^{mp}_{Szi+1} - R_1;\\
&z^u_{1_{i+1,j}} = -X(\lambda_{i+1})\cos\alpha_{xi+1}\sin\alpha_{yi+1} - Y(\lambda_{i+1})\left(\sin\alpha_{xi+1}\cos\varphi_{uji+1} + \cos\alpha_{xi+1}\cos\alpha_{yi+1}\sin\varphi_{uji+1}\right) +\\
&+ \frac{D_{фр}}{2}\left(\sin\alpha_{xi+1}\cos\varphi_{uji+1} + \cos\alpha_{xi+1}\cos\alpha_{yi+1}\sin\varphi_{uji+1}\right) + z^{mp}_{Szi+1} - a_{фр}\sin\alpha_{xi+1};\\
&(x^u_{1_{i+1,j}} - x^u_{1_{i,j}})A_{Ni+1} = (y^u_{1_{i+1,j}} - y^u_{1_{i,j}})B_{Ni+1};\\
&(x^u_{1_{i+1,j}} - x^u_{1_{i,j}})C_{Ni+1} = (z^u_{1_{i+1,j}} - z^u_{1_{i,j}})B_{Ni+1}.
\end{aligned}\right\} \qquad (3.79)$$

Система (3.79) позволяет определять данные для расчета параметров среза при врезании инструмента в заготовку и в процессе обработки в теле заготовки. Решив систему (3.79) относительно координат $x^u_{1_{i+1,j}}$, $y^u_{1_{i+1,j}}$, $z^u_{1_{i,j}}$, угла φ_{uji+1} и параметра сплайна λ_{i+1}, получим значения координат точки пересечения нормали с поверхностью последующего реза. Зная координаты пересечения нормали с поверхностью текущего и последующего резов, можно определить толщину слоя, срезаемого зубом дисковой модульной фрезы при многокоординатной обработке зубчатого венца с пространственной модификацией зубьев при относительном перемещении РИ по пространственной траектории.

При выходе на торец, в конце рабочего хода, известными являются координаты точек, принадлежащих поверхности последующего реза и торца зубчатого венца. Записав два уравнения нормали для этих точек и уравнения для определения координат точки принадлежащей поверхности предыдущего реза, можно найти координат точек пересечения поверхности предыдущего реза с нормалью к поверхности последующего реза, используя систему вида:

$$\left.\begin{aligned}
&x^u_{1_{i,j}} = X(\lambda_i)\cos\alpha_{yi} - Y(\lambda_i)\sin\alpha_{yi}\sin\varphi_{uji} + \frac{D_{фр}}{2}\sin\alpha_{yi}\sin\varphi_{uji} + x^{mp}_{Szi};\\
&y^u_{1_{i,j}} = -X(\lambda_i)\sin\alpha_{xi}\sin\alpha_{yi} + Y(\lambda_i)\left(\cos\alpha_{xi}\cos\varphi_{uji} - \cos\alpha_{yi}\sin\alpha_{xi}\sin\varphi_{uji}\right) +\\
&+\frac{D_{фр}}{2}\left(\cos\alpha_{yi}\sin\alpha_{xi}\sin\varphi_{uji} - \cos\alpha_{xi}\cos\varphi_{uji}\right) + a_{фр}\cos\alpha_{xi} + y^{mp}_{Szi} - R_1;\\
&z^u_{1_{i,j}} = -X(\lambda_i)\cos\alpha_{xi}\sin\alpha_{yi} - Y(\lambda_i)\left(\sin\alpha_{xi}\cos\varphi_{uji} + \cos\alpha_{xi}\cos\alpha_{yi}\sin\varphi_{uji}\right) +\\
&+\frac{D_{фр}}{2}\left(\sin\alpha_{xi}\cos\varphi_{uji} + \cos\alpha_{xi}\cos\alpha_{yi}\sin\varphi_{uji}\right) + z^{mp}_{Szi} - a_{фр}\sin\alpha_{xi};\\
&(x^u_{1_{i,j}} - x^u_{1_{i+1,j}})A_{Ni+1} = (y^u_{1_{i,j}} - y^u_{1_{i+1,j}})B_{Ni+1};\\
&(x^u_{1_{i,j}} - x^u_{1_{i+1,j}})C_{Ni+1} = (z^u_{1_{i,j}} - z^u_{1_{i+1,j}})B_{Ni+1}.
\end{aligned}\right\} \quad (3.80)$$

Решив систему (3.80) относительно координат $x^u_{1_{i,j}}$, $y^u_{1_{i,j}}$, $z^u_{1_{i,j}}$, угла φ_{uji} и параметра сплайна λ_i, получим значения координат точки пересечения нормали с поверхностью предыдущего реза. Зная координаты пересечения нормали с поверхностью текущего и последующего резов, можно определить толщину слоя, срезаемого зубом дисковой модульной фрезы при многокоординатной обработке зубчатого венца с пространственной модификацией зубьев при относительном перемещении РИ по пространственной траектории.

Выполнив расчёты для всех соседних точек, получим распределение толщины среза вдоль траектории относительного перемещения РИ.

Изменение максимальной толщины среза при движении по пространственной траектории относительного перемещения РИ зависит от кривизны траектории перемещения. При незначительной кривизне траектории максимальная толщина среза изменяется также мало. Большая неравномерность распределения толщины среза наблюдается вдоль режущей кромки рисунок 3.9. При этом больше нагру-

жены вершины зубьев, в середине зубчатого венца имеется четко выраженный минимум толщины срезаемого слоя, а ближе к корню зуба фрезы толщина начинает опять увеличиваться. Такое распределение толщины среза вдоль режущей кромки объясняется как изменением кривизны самой режущей кромки, так и кривизны траектории относительного перемещения РИ.

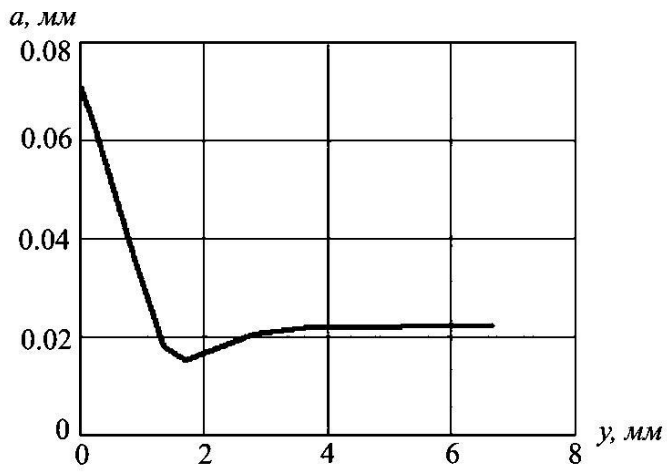


Рисунок 3.9. Изменение толщины срезаемого слоя вдоль режущей кромки дисковой модульной фрезы, m=3мм

При врезании РИ в заготовку возможны три варианта относительного перемещения РИ: вдоль пространственной траектории, врезание с поперечной подачей и смешанное врезание одновременно с подачей вдоль траектории перемещения РИ и с поперечной подачей. При этом наименее производительным будет процесс врезания с движением вдоль траектории относительного перемещения РИ, и в ряде случаев при обработке узковенцовых колес затраты времени на врезание могут быть сопоставимы со временем обработки зубчатого венца, а то и превышать их.

Для уменьшения времени врезания, и таким образом, повышения производительности процесса обработки зубчатого венца дисковой модульной фрезой, при врезании необходимо стремиться к наименьшему перемещению РИ. Наименьшим перемещение РИ будет при врезании с поперечной подачей. Например, для фрезы с m=3мм количество резов при врезании с поперечной подачей будет более чем в 3 раза меньше, чем при врезании вдоль траектории перемещения РИ. При врезании с поперечной подачей максимальная толщина срезаемого слоя будет при входе зуба фрезы в заготовку на поверхности вершин (рисунок 3.10.). Толщина срезаемого слоя при выходе зуба фрезы из заготовки не изменяется.

При выходе дисковой фрезы на торец заготовки параметры сечения среза также непрерывно изменяются, как при изменении координаты по длине зуба (ри-

сунок 3.11. а), так и при изменении координаты по высоте зуба (рисунок 3.11. б). На рисунке 3.11. представлены графики изменения толщины срезаемого слоя при обработке половины зубчатого венца от плоскости симметрии до выхода на торец с модулем 3 мм и шириной 20мм. Рекомендуемое значение подачи на зуб составляет 0,13 мм/зуб. Количество резов, необходимое для обработки половины зубчатого венца при постоянной подаче вдоль траектории относительного перемещения РИ, составит 76 шт. При этом максимальная толщина срезаемого слоя составляет 0,03мм, а должна составлять при глубине резания равной высоте зуба 0,08мм. Как видно из графиков на рисунке 3.11. реальное значение толщины срезаемого слоя в 4 и более раза меньше. Поэтому рекомендуемые значения подачи могут быть увеличены, а, следовательно, можно повысить производительность обработки зубчатых венцов дисковой модульной фрезой. Изменение сечения среза при движении РИ вдоль траектории относительного перемещения связано с непрерывным уменьшением глубины резания от максимального значения в районе торца до 0 при выходе из контакта инструмента и заготовки. А для узковенцовых зубчатых колес в случае, когда путь врезания соизмерим или превышает ширину зубчатого венца параметры среза непрерывно меняются в процессе формообразования впадины зубьев (рисунок 3.11.). И в этом случае выравнивание параметров среза при многокоординатной обработке может привести к существенному повышению производительности обработки.

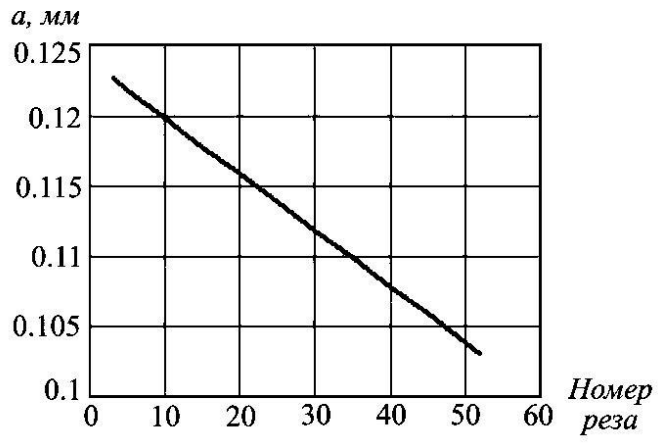


Рисунок 3.10. Изменение толщины среза при врезании с поперечной подачей

Полученные в результате расчетов по представленным зависимостям данные о распределении толщины срезаемых слоев в зависимости от геометрии режущей кромки и кривизны пространственной траектории относительного перемещения РИ могут быть использованы как для совершенствования РИ в плане обеспечения различных функциональных

свойств на разных участках режущей кромки, например, путем нанесения износостойких покрытий, при изучении силовых факторов, возникающих в процессе обработки зубчатых венцов, изучении динамических процессов и в вопросах о влиянии изменяющихся условий обработки на параметры качества поверхностного слоя нарезаемых зубьев.

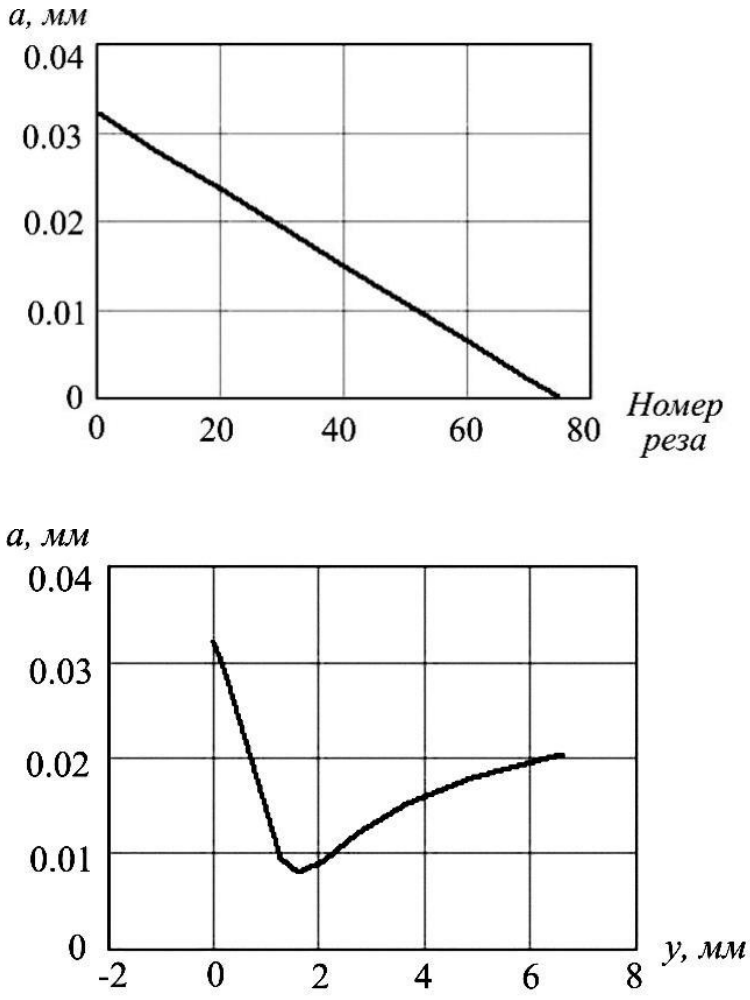


Рисунок 3.11. Изменение толщины среза при выходе на торец заготовки: а – в зависимости от номера реза; б – в зависимости от координаты по высоте зуба

При значительном изменении кривизны траектории относительного перемещения РИ может возникать значительная неравномерность распределения толщины среза вдоль длины обрабатываемого зуба. И тогда полученные зависимости могут быть использованы при расчетах режимов резания, в частности, подачи на зуб, при которых обеспечивалась бы равная величина толщины среза в не зависимости от кривизны траектории перемещения РИ.

3.5.2. Параметры сечения среза при переменной подаче на зуб

В процессе многокоординатной обработки зубчатых венцов с пространственной модификацией зубьев дисковой модульной фрезой толщина среза распределяется неравномерно, как вдоль режущей кромки инструмента, так и вдоль

длины обрабатываемого зуба (см. п. 3.5.1.). При этом неравномерность распределения толщины среза вдоль режущей кромки зависит только от ее геометрии и эту неравномерность исправить нельзя. Что касается неравномерности распределения толщины среза вдоль длины обрабатываемого зуба, то в этом случае выровнять параметры срезаемых слоев можно изменяя режимные параметры обработки, в частности, подачу на зуб.

Толщина срезаемого слоя зубом дисковой фрезы определяется по нормали между двумя соседними поверхностями реза, описываемыми в пространстве вращающимися режущими кромками по зависимости (3.45). Координаты точек, принадлежащих нормали к поверхности резания, определяются двумя последними уравнениями системы уравнений (3.59).

Координаты точек поверхности предыдущего реза определяются системой уравнений (3.70). Координаты точек поверхности последующего реза определяются системой уравнений:

$$\left.\begin{aligned}
&x^{u}_{1_{i+1,j}} = X(\lambda_{i+1})\cos\alpha_{yi+1} - Y(\lambda_{i+1})\sin\alpha_{yi+1}\sin\varphi_{uji+1} + \frac{D_{фр}}{2}\sin\alpha_{yi+1}\sin\varphi_{uji+1} + x^{mp}_{Szi+1};\\
&y^{u}_{1_{i+1,j}} = -X(\lambda_{i+1})\sin\alpha_{xi+1}\sin\alpha_{yi+1} + Y(\lambda_{i+1})\left(\cos\alpha_{xi+1}\cos\varphi_{uji+1} - \cos\alpha_{yi+1}\sin\alpha_{xi+1}\sin\varphi_{uji+1}\right) +\\
&+\frac{D_{фр}}{2}\left(\cos\alpha_{yi+1}\sin\alpha_{xi+1}\sin\varphi_{uji+1} - \cos\alpha_{xi+1}\cos\varphi_{uji+1}\right) + a_{фр}\cos\alpha_{xi+1} + y^{mp}_{Szi+1} - R_1;\\
&z^{u}_{1_{i+1,j}} = -X(\lambda_{i+1})\cos\alpha_{xi+1}\sin\alpha_{yi+1} - Y(\lambda_{i+1})\left(\sin\alpha_{xi+1}\cos\varphi_{uji+1} + \cos\alpha_{xi+1}\cos\alpha_{yi+1}\sin\varphi_{uji+1}\right) +\\
&+\frac{D_{фр}}{2}\left(\sin\alpha_{xi+1}\cos\varphi_{uji+1} + \cos\alpha_{xi+1}\cos\alpha_{yi+1}\sin\varphi_{uji+1}\right) + z^{mp}_{Szi+1} - a_{фр}\sin\alpha_{xi+1}.
\end{aligned}\right\} \quad (3.81)$$

Параметры перехода от системы координат $x_1y_1z_1$ к системе координат $x_0y_0z_0$ с учетом зависимостей (3.33) определяются зависимостями (3.35) и (3.36).

Объединив в систему зависимости (3.35), (3.36) (3.45) и два последних уравнения системы уравнений (3.59), а также систему уравнений (3.70), (3.81), получим систему из 14 уравнений:

$$
\left.\begin{aligned}
&x^{u}_{1_{i,j}} = X(\lambda_i)\cos\alpha_{yi} - Y(\lambda_i)\sin\alpha_{yi}\sin\varphi_{uj} + \frac{D_{фр}}{2}\sin\alpha_{yi}\sin\varphi_{uj} + x^{mp}_{Szi};\\
&y^{u}_{1_{i,j}} = y^{u}_{1_{i,j}} = -X(\lambda_i)\sin\alpha_{xi}\sin\alpha_{yi} + Y(\lambda_i)\left(\cos\alpha_{xi}\cos\varphi_{uj} - \cos\alpha_{yi}\sin\alpha_{xi}\sin\varphi_{uj}\right) +\\
&+\frac{D_{фр}}{2}\left(\cos\alpha_{yi}\sin\alpha_{xi}\sin\varphi_{uj} - \cos\alpha_{xi}\cos\varphi_{uj}\right) + a_{фр}\cos\alpha_{xi} + y^{mp}_{Szi} - R_1;\\
&z^{u}_{1_{i,j}} = -X(\lambda_i)\cos\alpha_{xi}\sin\alpha_{yi} - Y(\lambda_i)\left(\sin\alpha_{xi}\cos\varphi_{uj} + \cos\alpha_{xi}\cos\alpha_{yi}\sin\varphi_{uj}\right) +\\
&+\frac{D_{фр}}{2}\left(\sin\alpha_{xi}\cos\varphi_{uj} + \cos\alpha_{xi}\cos\alpha_{yi}\sin\varphi_{uj}\right) + z^{mp}_{Szi} - a_{фр}\sin\alpha_{xi};\\
&x^{u}_{1_{i+1,j}} = X(\lambda_{i+1})\cos\alpha_{yi+1} - Y(\lambda_{i+1})\sin\alpha_{yi+1}\sin\varphi_{uji+1} + \frac{D_{фр}}{2}\sin\alpha_{yi+1}\sin\varphi_{uji+1} + x^{mp}_{Szi+1};\\
&y^{u}_{1_{i+1,j}} = -X(\lambda_{i+1})\sin\alpha_{xi+1}\sin\alpha_{yi+1} + Y(\lambda_{i+1})\left(\cos\alpha_{xi+1}\cos\varphi_{uji+1} - \cos\alpha_{yi+1}\sin\alpha_{xi+1}\sin\varphi_{uji+1}\right) +\\
&+\frac{D_{фр}}{2}\left(\cos\alpha_{yi+1}\sin\alpha_{xi+1}\sin\varphi_{uji+1} - \cos\alpha_{xi+1}\cos\varphi_{uji+1}\right) + a_{фр}\cos\alpha_{xi+1} + y^{mp}_{Szi+1} - R_1;\\
&z^{u}_{1_{i+1,j}} = -X(\lambda_{i+1})\cos\alpha_{xi+1}\sin\alpha_{yi+1} - Y(\lambda_{i+1})\left(\sin\alpha_{xi+1}\cos\varphi_{uji+1} + \cos\alpha_{xi+1}\cos\alpha_{yi+1}\sin\varphi_{uji+1}\right) +\\
&+\frac{D_{фр}}{2}\left(\sin\alpha_{xi+1}\cos\varphi_{uji+1} + \cos\alpha_{xi+1}\cos\alpha_{yi+1}\sin\varphi_{uji+1}\right) + z^{mp}_{Szi+1} - a_{фр}\sin\alpha_{xi+1};\\
&x^{mp}_{Szi+1} = \left(1-\lambda^{mp}_{i+1}\right)^3 x^{mp}_0 + 3\cdot\left(1-\lambda^{mp}_{i+1}\right)^2\lambda^{mp}_{i+1}x1_{mp} + 3\cdot\left(1-\lambda^{mp}_{i+1}\right)\lambda^{mp\,2}_{i+1}x2_{mp} + \lambda^{mp\,3}_{i+1}x^{mp}_n;\\
&y^{mp}_{Szi+1} = \left(1-\lambda^{mp}_{i+1}\right)^3 y^{mp}_0 + 3\cdot\left(1-\lambda^{mp}_{i+1}\right)^2\lambda^{mp}_{i+1}y1_{mp} + 3\cdot\left(1-\lambda^{mp}_{i+1}\right)\lambda^{mp\,2}_{i+1}y2_{mp} + \lambda^{mp\,3}_{i+1}y^{mp}_n;\\
&z^{mp}_{Szi+1} = \left(1-\lambda^{mp}_{i+1}\right)^3 z^{mp}_0 + 3\cdot\left(1-\lambda^{mp}_{i+1}\right)^2\lambda^{mp}_{i+1}z1_{mp} + 3\cdot\left(1-\lambda^{mp}_{i+1}\right)\lambda^{mp\,2}_{i+1}z2_{mp} + \lambda^{mp\,3}_{i+1}z^{mp}_n;\\
&\alpha_{xi+1} = \arctan\left(\frac{B_{pi+1}}{C_{pi+1}}\right);\\
&\alpha_{yi+1} = a\tan\left(\frac{A_{pi+1}}{B_{pi+1}\sin\alpha_{xi+1} + C_{pi+1}\cos\alpha_{xi+1}}\right);\\
&(x^{u}_{1_{i,j}} - x^{u}_{1_{i+1,j}})A_{Ni+1} = (y^{u}_{1_{i,j}} - y^{u}_{1_{i+1,j}})B_{Ni+1};\\
&(x^{u}_{1_{i,j}} - x^{u}_{1_{i+1,j}})C_{Ni+1} = (z^{u}_{1_{i,j}} - z^{u}_{1_{i+1,j}})B_{Ni+1};\\
&a = \sqrt{\left(x^{u}_{1_{i+1,j}} - x^{u}_{1_{i,j}}\right)^2 + \left(y^{u}_{1_{i+1,j}} - y^{u}_{1_{i,j}}\right)^2 + \left(z^{u}_{1_{i+1,j}} - z^{u}_{1_{i,j}}\right)^2}.
\end{aligned}\right\} \qquad (3.82)
$$

В результате решения системы (3.82) определяются: координаты $x^{u}_{1_{i,j}}$, $y^{u}_{1_{i,j}}$, $z^{u}_{1_{i,j}}$, $x^{u}_{1_{i+1,j}}$, $y^{u}_{1_{i+1,j}}$, $z^{u}_{1_{i+1,j}}$, x^{mp}_{Szi+1}, y^{mp}_{Szi+1}, y^{mp}_{Szi+1}; углы φ_{uj0}, φ_{1i} α_{xi+1}, α_{yi+1} и параметра сплайна пространственной траектории перемещения РИ λ^{mp}_{i+1}. Используя значение параметра сплайна λ^{mp}_{i+1} траектории относительного перемещения РИ и зависимостях, представленные в п. 3.5.1, выполняется проверочный расчет толщины среза для всех точек пространственной траектории относительного перемещения

РИ. При расчете параметров среза, получаемых в процессе врезания и обработки вдоль траектории относительного перемещения инструмента система (3.82) упрощается, количество уравнений сокращается до 11 шт, не используются первые три уравнения системы т.к. $x^{u}_{1_{i,j}}$, $y^{u}_{1_{i,j}}$, $z^{u}_{1_{i,j}}$ являются известными.

Выполнив таким образом расчеты, определяют зависимость для изменения подачи при движении инструмента вдоль пространственной траектории в процессе многокоординатной обработки зубчатых венцов с пространственной модификацией зубьев при обеспечении постоянства величины толщины среза, а значит, и при постоянстве действия силовых факторов со стороны режущего инструмента.

Непрерывное увеличение подачи при движении РИ вдоль траектории перемещения РИ приводит также к повышению производительности процесса формообразования зубчатого венца. Так при обработке половины зубчатого венца от плоскости симметрии до выхода на торец, с модулем 3 мм и шириной 20мм с постоянной подачей на зуб понадобится 76 резов. А при обеспечении толщины срезаемого слоя в пределах 0,08мм понадобится на обработку этого участка до 20 резов.

3.6. Выводы

1. Разработаны способы многокоординатного зубофрезерования цилиндрических колес с пространственной модификацией зубьев методом копирования пальцевыми и дисковыми модульными фрезами, которые в процессе формообразования перемещаются по пространственной траектории, что позволяет нарезать зубья с геометрией боковой поверхности наиболее приближенной к теоретически рассчитанной.

2. Разработана методика аналитического определения параметров пространственной траектории относительного перемещения РИ, работающего по методу копирования, при обработке зубчатых венцов с пространственной модификацией зубьев.

Полученные зависимости позволяют определять координаты узловых точек траектории относительного перемещения РИ в процессе многокоординатной обработки зубчатых венцов цилиндрических колес с пространственной модификацией зубьев на станках с ЧПУ, как с применением стандартного, так и специально спрофилированного РИ. Для специально спрофилированного инструмента получены зависимости по определению геометрии его режущей кромки в зависимости от геометрии боковой поверхности обрабатываемых зубьев.

Отклонения координат по толщине зуба при перемещении РИ по пространственной траектории для специально спрофилированного РИ не превышает 3%, а при обработке стандартным РИ – 5%.

3. Изменение толщины срезаемых слоев вдоль режущей кромки инструмента неравномерно: для пальцевой модульной фрезы изменяется до 15%, дисковой модульной фрезы - до 3 раз. Неравномерность распределение толщины среза вдоль режущей кромки объясняется как изменением кривизны самой режущей кромки, так и кривизны траектории относительного перемещения РИ.

4. Изменение толщины срезаемых слоев по длине нарезаемых зубьев зависит от кривизны пространственной траектории относительного перемещения РИ, которая зависит от значений компенсируемых передачей перемещений, вызванных наличием погрешностей и деформаций.

Неравномерность распределения толщины среза вдоль длины обрабатываемого зуба можно выровнять, непрерывно изменяя в процессе обработки подачу на зуб. Для этого были получены основные расчетные зависимости, позволяющие аналитически определять значения подачи на зуб в зависимости от кривизны пространственной траектории относительного перемещения РИ при обеспечении постоянства толщины среза.

5. Геометрия профиля зуба дисковой зуборезной модульной фрезы может быть аппроксимирована сплайном Безье 5-го порядка. Применение сплайнов Безье пятого порядка позволяет с высокой точностью описать геометрию профиля дисковой модульной фрезы, относительная погрешность в определении координат $X(\lambda)$ и $Y(\lambda)$ не превышает 1%.

РАЗДЕЛ 4.
ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МНОГОКООРДИНАТНОГО ЗУБОФРЕЗЕРОВАНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ КОЛЕС С ПРОСТРАНСТВЕННО-МОДИФИЦИРОВАННЫМИ ЗУБЬЯМИ МЕТОДОМ ОБКАТКИ

4.1. Теоретические основы повышения точности процесса формообразования цилиндрических колес с пространственно-модифицированными зубьями методом обкатки

Технологические способы нарезания зубьев цилиндрических зубчатых колес описаны в разделе 1. В п. 1.4 приведены несколько способов обработки зубьев с продольной и пространственной модификациями цилиндрических зубчатых колес методом обкатки червячной фрезой. Технологические способы нарезания зубьев методом обкатки основаны на смещении РИ относительно заготовки в радиальном или в тангенциальном направлениях. При этом в настоящее время отсутствуют обобщенные расчетные методики для определения элементов технологического обеспечения изготовления методом обкатки зубчатых венцов с пространственной модификацией зубьев произвольной формы, способной компенсировать все погрешности изготовления и монтажа, а также перемещения вызванные деформациями в процессе эксплуатации под рабочей нагрузкой.

Разработка элементов технологического обеспечения должна вестись в рамках системы, которая охватывает все этапы жизненного цикла изделий, например, в соответствии с ФОКТП (см. п. 2.1). При этом получение зубьев с теоретически точной пространственной модификацией возможно при выполнении двух условий

второго способ Оливье, которые целесообразно реализовывать на операциях финишной обработки зубчатых венцов.

Универсальное зуборезное оборудование и зуборезные станки с ЧПУ позволяют получать зубья с приближенной модификацией. Вместе с тем зубья с модификацией, приближенной к заданной пространственной, полученные более производительным методом обкатки, в ряде случаев могут применяться для менее ответственных зубчатых зацеплений или зубофрезерные операции могут быть промежуточными операциями ТП, на которых выполняется черновая обработка зубчатого венца с припуском под последующую обработку. Нарезание зубчатых венцов при этом осуществляется стандартным зуборезным РИ – червячной фрезой.

Цилиндрические зубчатые колеса методом обкатки нарезают с эвольвентным профилем зубьев. В процессе формообразования зубьев эвольвентный профиль воспроизводится в профилирующей плоскости РИ, которая может определенным образом располагаться относительно установленной на станке заготовки. Для зубьев с прямолинейной образующей профилирующая плоскость РИ перпендикулярна оси вращения заготовки и эвольвента образуется в торцовом сечении зубчатого венца. У косозубых колес профилирующая плоскость расположена под углом к оси вращения заготовки соответственно изменяется и положение нарезаемой эвольвенты. Зубья с продольной модификацией получают, смещая инструмент в радиальном и тангенциальном направлениях, а так как профилирующая плоскость располагается перпендикулярно траектории относительного перемещения РИ, соответственно будет меняться и угол наклона профилирующей плоскости и принадлежащей ей эвольвенты.

При осуществлении обработки зубьев с модификацией, приближенной к заданной пространственной методом обкатки, необходимо найти взаимосвязь между:

- геометрией боковой поверхности нарезаемых зубьев;
- геометрией РИ;

- траекторией относительного перемещения РИ и заготовки в процессе формообразования.

Для более близкого приближения геометрии боковой поверхности нарезаемых зубьев к теоретически точной необходимо найти такое положение профилирующей плоскости и принадлежащей ей эвольвенты в пространстве, чтобы минимизировать отклонения эвольвенты от теоретически точного профиля боковой поверхности зубьев во всех сечениях по их длине при относительном перемещении РИ в процессе формообразования. Достичь требуемого результата можно при постановке и решении пространственных технологических задач формообразования и разработки технологического обеспечения обработки зубчатых венцов с пространственной модификацией зубьев. Т.е. при переходе от традиционных схем обработки зубчатых венцов методом обкатки к их многокоординатной обработке. При этом РИ в относительном движении перемещается по пространственной траектории, за счет чего и достигается наибольшее приближение геометрических параметров боковой поверхности нарезаемых зубьев к теоретически рассчитанным.

Поставленная задача разработки технологического обеспечения многокоординатной обработки зубчатых венцов с пространственной модификацией зубьев решается получением аналитических зависимостей, определяющих взаимосвязь между функциональными свойствами зубчатых колес и зубчатых передач на их основе, характеристиками передач и технологическими воздействиями, которые необходимо осуществить для достижения искомых функциональных свойств и характеристик (рисунок 2.2). Отражением функциональных свойств и характеристик зубчатых колес и передач на их основе является обеспечение сопряжения двух зубчатых колес, которое отвечает требованиям условий эксплуатации и основывается на пространственной модификацией зубьев, способной компенсировать все возможные погрешности изготовления и монтажа, а также перемещения, возникающие в процессе эксплуатации под действием рабочей нагрузки.

На основании выше изложенного разработаем обобщенную схему многокоординатного формообразования зубчатых колес с пространственной модификацией зубьев методом обкатки червячной фрезой рисунок 4.1.

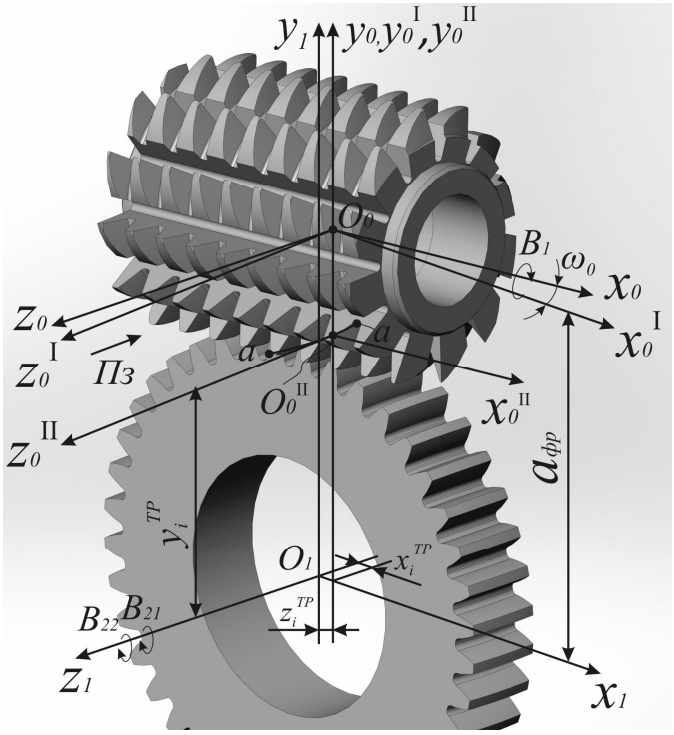


Рисунок 4.1. Схема многокоординатного формообразования зубьев с пространственной модификацией методом обкатки червячной фрезой

На рисунке 4.1. представлена схема обработки зубчатого венца с пространственной модификацией зубьев червячной фрезой. С червячной фрезой связана подвижная система координат $x_0y_0z_0$, начало координат которой расположено на пересечении плоскости симметрии фрезы и ее оси вращения. Для удобства осуществления расчетов выбрана промежуточная подвижная система координат $x_0'' y_0'' z_0''$, которая также связана с РИ. Начало координат O_0' промежуточной системы координат $x_0''O_0''y_0''$ непрерывно изменяет свое местоположение, перемещаясь в относительном движении по пространственной траектории *а-а*. При этом непрерывно изменяется положение профилирующей плоскости $x_0''O_0''y_0''$, в которой на боковой поверхности зуба осуществляет формообразование эвольвентного профиля.

В соответствии с предложной обобщенной схемой формообразования зубчатого венца с пространственной модификацией зубьев в процессе обработки осуществляются следующие движения (рисунок 4.1.):

- главное движение B_1 – вращение червячной фрезы с угловой скоростью ω_1 относительно оси O_0x_0;

- движение подачи РИ $П_З$ – перемещение РИ вдоль пространственной траектории относительного перемещения *а-а*, при этом непрерывно изменяется положение системы координат $x_0'' y_0'' z_0''$ и профилирующей плоскости $x_0''O_0''y_0''$;

- движение обкатки B_{21} – вращение заготовки с угловой скоростью ω_{11} относительно оси O_1z_1 . Движение обкатки взаимосвязано с главным движением РИ;

- заготовке может придаваться дополнительное вращательное движение B_{22} - вращение заготовки с угловой скоростью ω_{12} относительно оси O_1z_1. Дополнительное вращательное движение B_{22} может быть направлено как в одну сторону с движением обкатки B_{21}, так и в противоположную сторону и предназначено для обеспечения заданной глубины модификации боковой поверхности зубьев нарезаемого колеса. Дополнительное вращательное движение B_{22} может быть постоянное по величине или изменяться, как циклически в зависимости от угла поворота заготовки, так и в зависимости от местоположения РИ относительно заготовки при перемещении по пространственной траектории *a-a*.

Обработка по предложенному способу выполняется за два прохода. Таким образом, формируются левая боковая поверхность одного зуба и правая боковая поверхность второго зуба. Или боковая поверхность зубьев формируется по частям, при этом за один рабочий ход обрабатываются противоположные части левой и правой боковых поверхностей зубьев.

Обработка по предложенному способу может осуществляться на станках с ЧПУ. Изменение относительного положения РИ относительно осей неподвижной системы координат может при движении его вдоль траектории перемещения *a-a* осуществляется применением специального приспособления, либо перемещением фрезерного суппорта.

Пространственная постановка задачи формообразования зубчатых венцов с пространственной модификацией зубьев, когда РИ движется по пространственной траектории относительного перемещения, является наиболее общей. Решив задачу в пространственной постановке, можно получить решения и для плоских и для линейных постановок технологических задач. Траектория относительного перемещения может быть простой, составленной из отрезков или кривых одного вида, и комбинированной, составленной из разного сочетания по виду и расположению простых траекторий. Введение дополнительного вращательного движения B_{22} расширяет технологические возможности оборудования по получению специальных зубчатых венцов, применяемых в цилиндрических передачах со скрещивающимися осями и зубчатых венцов, предназначенных для компенсации значитель-

ных перемещений, вызванных погрешностями изготовления и монтажа, а также деформациями в процессе эксплуатации, исключая возможность возникновения явлений подрезания и интерференции зубьев РИ и нарезаемого зубчатого венца. Возможные варианты видов простых траектории в сочетании с дополнительным вращательным движением B_{22} представлены в таблице 4.1.

Из простых по виду и расположению траекторий могут быть составлены комбинированные траектории относительного перемещения РИ, аналогичные указанным в п.3.1.

В дополнение к представленным в таблице 4.1 видам траекторий относительного перемещения РИ для метода обкатки появляется возможность управлять еще одним движением – дополнительным вращательным движением заготовки. Управление дополнительным вращательным движением заготовки в зависимости от геометрии теоретического профиля зуба в профилирующей плоскости и степени его приближения к нарезаемой в рассматриваемом сечении эвольвенты должно способствовать повышению точности процесса формообразования зубьев с пространственной модификацией. И в идеальном случае управление дополнительным вращательным движением заготовки и рациональный выбор траектории относительного перемещения РИ и заготовки позволяют обеспечить нарезание зубьев с геометрией в сечениях профилирующей плоскостью наиболее приближенной к заданной теоретической геометрии.

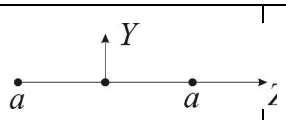
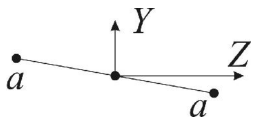
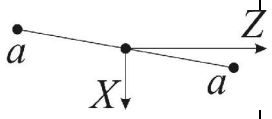
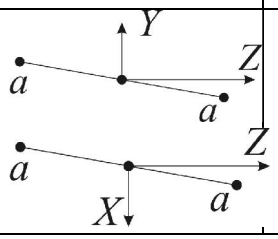
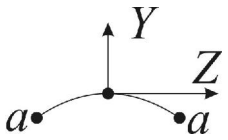
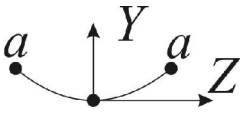
В связи с возможностью управления дополнительным вращательным движением заготовки появляется возможность реализовать три способа обработки червячной фрезой цилиндрических зубчатых венцов с пространственной модификацией зубьев (таблица 4.1):

- обработка с неизменным во времени движением обкатки;

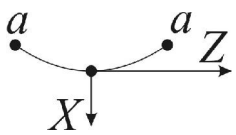
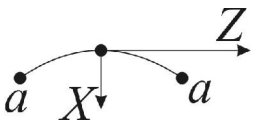
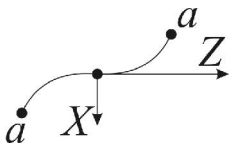
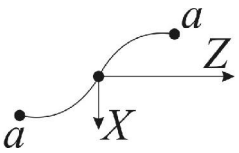
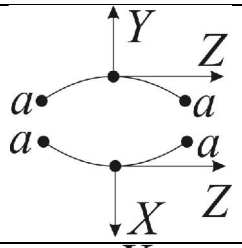
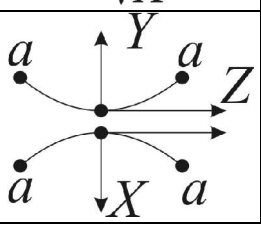
- обработка с переменным во времени движением обкатки, когда к основному движению обкатки добавляется постоянное во времени дополнительное вращательное движение;

- обработка с переменным во времени движением обкатки, когда к основному движению обкатки добавляется переменное во времени дополнительное вращательное движение.

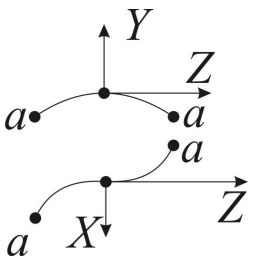
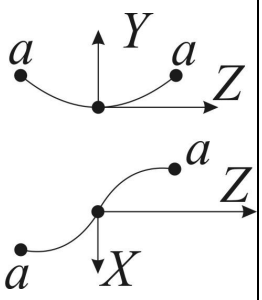
Таблица 4.1. Виды траекторий относительного перемещения РИ в сочетании с дополнительным вращательным движением B_{22}

№ п/п	Наименование	Изображение	Изменяемые координаты движения $П_3$	Дополнительное вращательное движение B_{22}	Область применения
1	2	3	4	5	6
1. Прямолинейные траектории					
1.1	Параллельная оси вращения		Z	$B_{22}=0$	Обработка зубьев с прямолинейной образующей
1.2	Наклонная радиальная		Y и Z	$B_{22}=0$	Обработка наклонных зубьев
				$B_{22}= const$	Обработка наклонных зубьев с пространственной модификацией
				$B_{22}=var$	
1.3	Наклонная тангенциальная		X и Z	$B_{22}=0$	Обработка косозубых зубьев
				$B_{22}= const$	Обработка зубьев с пространственной модификацией
				$B_{22}=var$	
1.4	Наклонная пространственная		X, Y и Z	$B_{22}=0$	Обработка зубьев с пространственной модификацией
				$B_{22}= const$	
				$B_{22}=var$	
2. Криволинейные плоские траектории					
2.1	Радиальная положительная		Y и Z	$B_{22}=0$	Продольная модификация, пространственная модификация, выпуклый зуб
				$B_{22}= const$	
				$B_{22}=var$	
2.2	Радиальная отрицательная		Y и Z	$B_{22}=0$	Продольная модификация, пространственная модификация, вогнутый зуб
				$B_{22}= const$	
				$B_{22}=var$	

Продолжение таблицы 4.1.

1	2	3	4	5	6
2.3	Тангенциальная положительная		X и Z	$B_{22}=0$ $B_{22}=const$ $B_{22}=var$	Продольная модификация, пространственная модификация, выпуклый зуб
2.4	Тангенциальная отрицательная		X и Z	$B_{22}=0$ $B_{22}=const$ $B_{22}=var$	Продольная модификация, пространственная модификация, вогнутый зуб
2.5	Тангенциальная разнонаправленная положительная		X и Z	$B_{22}=0$ $B_{22}=const$ $B_{22}=var$	Продольная модификация, пространственная модификация, нарезаемые на противоположных частях боковой поверхности зубьев, выпуклый зуб
2.6	Тангенциальная разнонаправленная отрицательная		X и Z	$B_{22}=0$ $B_{22}=const$ $B_{22}=var$	Продольная модификация, пространственная модификация, нарезаемые на противоположных частях боковой поверхности зубьев, вогнутый зуб
3. Криволинейные пространственные траектории					
3.1	Пространственная положительная		X, Y и Z	$B_{22}=0$ $B_{22}=const$ $B_{22}=var$	Пространственная модификация, выпуклый зуб
3.2	Пространственная отрицательная		X, Y и Z	$B_{22}=0$ $B_{22}=cost$ $B_{22}=var$	Пространственная модификация, вогнутый зуб

Продолжение таблицы 4.1.

1	2	3	4	5	6
3.3	Пространственная разнонаправленная положительная		X, Y и Z	$B_{22}=0$	Продольная модификация, пространственная модификация, нарезаемые на противоположных частях боковой поверхности зубьев, выпуклый зуб
				$B_{22}=const$	
				$B_{22}=var$	
3.4	Пространственная разнонаправленная отрицательная		X, Y и Z	$B_{22}=0$	Продольная модификация, пространственная модификация, нарезаемые на противоположных частях боковой поверхности зубьев, вогнутый зуб
				$B_{22}=const$	
				$B_{22}=var$	

Таким образом, разработаны три новых способа обработки зубчатых венцов с пространственной модификацией зубьев методом обкатки червячной фрезой, в соответствии с которыми реализуется непрерывное изменение в процессе обработки 5-ти независимых координат, а значит, осуществляется многокоординатная обработка зубчатого венца методом обкатки червячной фрезой. Пространственный подход к решению вопросов формообразования зубчатых венцов с пространственной модификацией зубьев на зубофрезерных операциях и реализация многокоординатной обработки, позволяет получить наибольшее приближение реально нарезаемых зубьев к рассчитанным теоретически.

Для предложенных технологических способов обработки зубьев с пространственной модификацией разработаем методику определения параметров траектории относительного перемещения РИ, работающего по методу обкатки при обработке зубчатых венцов с пространственной модификацией зубьев, представленной в Разделе 2.

4.2. Методика аналитического определения параметров траектории относительного перемещения режущего инструмента при обработке методом обкатки червячной фрезой

Разработаем методику аналитического определения параметров траектории относительного перемещения РИ, при многокоординатном зубофрезеровании методом обкатки (рисунок 4.2.). В соответствии с рисунком 4.2. последовательность определения параметров траектории относительного перемещения заготовки и инструмента, работающего по методу обкатки, содержит следующие этапы:

1. Определение исходных данных. Исходными данными для определения параметров траектории относительного перемещения РИ, работающего по методу обкатки, является геометрия боковой поверхности зубьев. В частности, данные, полученные при выполнении аппроксимации геометрии боковой поверхности зуба с пространственной модификацией сплайнами Безье третьего порядка (п. 2.6), в результате чего определяются параметры сплайна $\lambda_0 - \lambda_3$ и координаты его опорных точек x_1, x_2, z_1, z_2.

2. Предварительное определение координат точек, принадлежащих траектории перемещения РИ. Координаты точек траектории определятся исходя из максимального изменения координат точек сплайна, описывающего геометрию боковой поверхности зуба в сечении делительным цилиндром, причем одна точка принадлежит плоскости симметрии зубчатого венца, вторая - его торцу (3.1). Выбрав предварительно количество точек на траектории, например *n=10*, по зависимости (3.1) можно рассчитать распределение координат точек траектории относительного перемещения инструмента. Соединив точки отрезками получаем, пространственную ломаную, которая определяет предварительную траекторию перемещения инструмента, пример траектории представлен на рисунке 3.3.

3. Предварительное определение параметров профилирующей плоскости. Считая предварительно, что профилирующая плоскость проходит через середину отрезка, соединяющего две соседние точки траектории перемещения РИ, ее урав-

нение имеет вид (3.2). Постоянные коэффициенты в уравнении плоскости (3.2) определяются для рассматриваемого отрезка траектории по зависимостям (3.3).

4. Определение координат точек пересечения профилирующей плоскости с боковой поверхностью зуба с пространственной модификацией. Координаты точек пересечения профилирующей плоскости с боковой поверхностью зуба с комплексной пространственной модификацией определяются при совместном решении систем уравнений (2.51), (2.52) и уравнения профилирующей плоскости (3.2). В итоге получаем системы уравнений, которые позволяют определять геометрию боковой поверхности зубьев шестерни (зубчатой втулки) и параметры контактирования зубчатых колес в сечении профилирующей плоскостью РИ вида:

- для внешнего зацепления

$$\left.\begin{aligned}
&x_1 = r_{b2}Ax_1\left(\sin\left(\varphi_2+\phi_{c_2P}-\phi_1+\phi_2\right)-\varphi_2\cos\left(\varphi_2+\phi_{c_2P}-\phi_1+\phi_2\right)\right)-\\
&-Ax_2\sin\phi_1+Ax_3z_2+Ax_0;\\
&y_1 = r_{b2}\left[\left(Ay_1+Ay_2\varphi_2\right)\cos\left(\varphi_2+\phi_{c_2P}-\phi_1+\phi_2\right)+\left(Ay_1\varphi_2-Ay_2\right)\sin\left(\varphi_2+\phi_{c_2P}-\phi_1+\phi_2\right)\right]+\\
&+Ay_3\cos\phi_1+Ay_4\sin\phi_1-Ay_5z_2+Ay_0;\\
&z_1 = r_{b2}\left[\left(Az_1-Az_2\varphi_2\right)\cos\left(\varphi_2+\phi_{c_2P}-\phi_1+\phi_2\right)+\left(Az_1\varphi_2+Az_2\right)\sin\left(\varphi_2+\phi_{c_2P}-\phi_1+\phi_2\right)\right]+\\
&+Az_3\left(\cos\phi_1-\sin\phi_1\right)+Az_4z_2+Az_0;\\
&y_1 = R_1+tg\alpha\cdot x_1;\\
&\cos\alpha+\cos\left(\varphi_2+\phi_{c_2P}+\phi_2\right)=0;\\
&A_{pi}\cdot x_1+B_{pi}\cdot y_1+C_{pi}\cdot z_1+D_{pi}=0;
\end{aligned}\right\}\quad(4.1)$$

- для внутреннего зацепления

$$\left.\begin{aligned}
&x_1 = r_{b2}Ax_1\left(\sin\left(\varphi_2+\phi_{c_2P}-\phi_1+\phi_2\right)-\varphi_2\cos\left(\varphi_2+\phi_{c_2P}-\phi_1+\phi_2\right)\right)-\\
&-Ax_2\sin\phi_1+Ax_3z_2+Ax_0;\\
&y_1 = r_{b2}\left[\left(Ay_1+Ay_2\varphi_2\right)\cos\left(\varphi_2+\phi_{c_2P}-\phi_1+\phi_2\right)+\left(Ay_1\varphi_2-Ay_2\right)\sin\left(\varphi_2+\phi_{c_2P}-\phi_1+\phi_2\right)\right]+\\
&+Ay_3\cos\phi_1+Ay_4\sin\phi_1-Ay_5z_2+Ay_0;\\
&z_1 = r_{b2}\left[\left(Az_1-Az_2\varphi_2\right)\cos\left(\varphi_2+\phi_{c_2P}-\phi_1+\phi_2\right)+\left(Az_1\varphi_2+Az_2\right)\sin\left(\varphi_2+\phi_{c_2P}-\phi_1+\phi_2\right)\right]+\\
&+Az_3\left(\cos\phi_1-\sin\phi_1\right)+Az_4z_2+Az_0;\\
&y_1 = R_1+tg\alpha\cdot x_1;\\
&\cos\alpha-\cos\left(\varphi_2+\phi_{c_2P}+\phi_2\right)=0;\\
&A_{pi}\cdot x_1+B_{pi}\cdot y_1+C_{pi}\cdot z_1+D_{pi}=0.
\end{aligned}\right\}\quad(4.2)$$

Рисунок 4.2. Методика определения параметров траектории относительного перемещения РИ при многокоординатном зубофрезеровании червячной фрезой

Системы уравнений (4.1) и (4.2) позволяют определить параметры контактирования сопряженных профилей ϕ_1, ϕ_2, z_2 и координаты контактных точек x_1, y_1, z_1 боковой поверхности нарезаемой шестерни (зубчатой втулки) при заданных значениях угла развернутости эвольвенты второго зубчатого колеса φ_2. Решив системы вида (4.1) и (4.2) для условий пересечения профилирующей плоскости для нескольких координат по высоте зуба шестерни (зубчатой втулки), изменяя значения угла развернутости эвольвенты второго зубчатого колеса φ_2 от минимального до максимального значения, получим теоретические значения координат точек на боковой поверхности зуба с пространственной модификацией. Проделав последовательно то же для всех точек траектории относительного перемещения РИ, найдем семейство сечений боковой поверхности зуба с пространственной геометрией профилирующими плоскостями.

5. Определение параметров перехода от системы координат $x_1y_1z_1$ к системе координат $x_0'y_0'z_0'$. Параметры перехода от системы координат $x_1y_1z_1$ к системе координат $x_0'y_0'z_0'$ определяются решением системы уравнений (3.12). Решив систему (3.12), определим значения координат точек, принадлежащих осям системы координат $S_0'(x_0', y_0', z_0')$ в системе координат $S_1(x_1, y_1, z_1)$ и значения углов поворота системы координат α_x и α_y для рассматриваемой точки траектории перемещения РИ. Составив и решив системы вида (3.12) для всех точек траектории, определим распределение параметров перехода от системы координат $x_1y_1z_1$ к системе координат $x_0'y_0'z_0'$, для всех точек траектории относительного перемещения.

6. Приведение координат точек в сечении боковой поверхности зуба шестерни (зубчатой втулки) профилирующей плоскостью к одному положению зуба и к вертикальной оси.

Выполнить приведение координат точек можно при осуществлении поворота точки относительно продольной оси шестерни (зубчатой втулки), координата z_1 при этом не изменяется, а координаты x_1 и y_1 рассчитываются по зависимостям (2.53) с учетом ранее найденных углов поворота сопряженных зубчатых колес по зависимостям (2.54). Приведение координат точек боковой поверхности одного

зуба к вертикальной оси осуществляется в соответствии с системой уравнений (2.55).

7. Аппроксимация координат точек в сечении боковой поверхности зуба шестерни (зубчатой втулки) профилирующей плоскостью, приведенных к одному положению зуба и к вертикальной оси сплайнами Безье. В общем случае в сечении боковой поверхностью зуба профилирующей плоскостью получается гладкая пространственная кривая, близкая по геометрии к эвольвенте окружности. Вследствие этого координаты точек этой кривой могут быть аппроксимированы сплайном Безье четвертого порядка вида:

$$\left.\begin{aligned}
&x_{101_vo_i} = \left(1-\lambda_i^{в.о.}\right)^4 x_{101_vo_0} + 4\cdot\left(1-\lambda_i^{в.о.}\right)^3 \lambda_i^{в.о.} x1_{в.о.} + 6\cdot\left(1-\lambda_i^{в.о.}\right)^2 \lambda_i^{в.о.2} x2_{в.о.} + \\
&+ 4\cdot\left(1-\lambda_i^{в.о.}\right)\lambda_i^{в.о.3} x3_{в.о.} + \lambda_i^{в.о.4} x_{101_vo_4};\\
&y_{101_vo_i} = \left(1-\lambda_i^{в.о.}\right)^4 y_{101_vo_0} + 4\cdot\left(1-\lambda_i^{в.о.}\right)^3 \lambda_i^{в.о.} y1_{в.о.} + 6\cdot\left(1-\lambda_i^{в.о.}\right)^2 \lambda_i^{в.о.2} y2_{в.о.} + \\
&+ 4\cdot\left(1-\lambda_i^{в.о.}\right)\lambda_i^{в.о.3} y3_{в.о.} + \lambda_i^{в.о.4} y_{101_vo_4};\\
&z_{101_vo_i} = \left(1-\lambda_i^{в.о.}\right)^4 z_{101_vo_0} + 4\cdot\left(1-\lambda_i^{в.о.}\right)^3 \lambda_i^{в.о.} z1_{в.о.} + 6\cdot\left(1-\lambda_i^{в.о.}\right)^2 \lambda_i^{в.о.2} z2_{в.о.} + \\
&+ 4\cdot\left(1-\lambda_i^{в.о.}\right)\lambda_i^{в.о.3} z3_{в.о.} + \lambda_i^{в.о.4} z_{101_vo_4},
\end{aligned}\right\} \quad (4.3)$$

где $x_{101_vo_i}, y_{101_vo_i}, z_{101_vo_i}$ - координаты i точки на боковой поверхности зуба шестерни (зубчатой втулки) в сечении профилирующей плоскостью;

$x1_{в.о.}, y1_{в.о.}, z1_{в.о.}$, $x2_{в.о.}, y2_{в.о.}, z2_{в.о.}$ и $x3_{в.о.}, y3_{в.о.}, z3_{в.о.}$ - координаты опорных точек сплайна;

$\lambda_i^{в.о.}$ - i параметр сплайна.

Известными значениями в системе (4.3) являются координаты точек на боковой поверхности зуба шестерни (зубчатой втулки) в сечении профилирующей плоскостью. Таким образом, в систему (4.3) входит 7 неизвестных и для определения координат опорных точек и значение параметра сплайна. Необходимо записать уравнения системы (4.3) для координат 5-ти точек, принадлежащих боковой поверхности зуба в рассматриваемом сечении профилирующей плоскостью, в результате чего получим систему уравнений вида (4.4).

Решив систему (4.4) относительно параметров сплайна $\lambda_i^{в.о.}$ и координат опорных точек $x1_{в.о.}, y1_{в.о.}, z1_{в.о.}$, $x2_{в.о.}, y2_{в.о.}, z2_{в.о.}$ и $x3_{в.о.}, y3_{в.о.}, z3_{в.о.}$, получим систему вида (4.3), которая позволяет аппроксимировать координаты точек в сечении боковой поверхности зуба шестерни (зубчатой втулки) профилирующей плоскостью, приведенные к одному положению зуба и к вертикальной оси сплайнами Безье.

$$\left.\begin{aligned}
x_{101_vo_0} &= \left(1-\lambda_0^{в.о.}\right)^4 x_{101_vo_0} + 4\cdot\left(1-\lambda_0^{в.о.}\right)^3 \lambda_0^{в.о.} x1_{в.о.} + 6\cdot\left(1-\lambda_0^{в.о.}\right)^2 \lambda_0^{в.о.\,2} x2_{в.о.} + 4\cdot\left(1-\lambda_0^{в.о.}\right)\lambda_0^{в.о.\,3} x3_{в.о.} + \lambda_0^{в.о.\,4} x_{101_vo_4};\\
y_{101_vo_0} &= \left(1-\lambda_0^{в.о.}\right)^4 y_{101_vo_0} + 4\cdot\left(1-\lambda_0^{в.о.}\right)^3 \lambda_0^{в.о.} y1_{в.о.} + 6\cdot\left(1-\lambda_0^{в.о.}\right)^2 \lambda_0^{в.о.\,2} y2_{в.о.} + 4\cdot\left(1-\lambda_0^{в.о.}\right)\lambda_0^{в.о.\,3} y3_{в.о.} + \lambda_0^{в.о.\,4} y_{101_vo_4};\\
z_{101_vo_0} &= \left(1-\lambda_0^{в.о.}\right)^4 z_{101_vo_0} + 4\cdot\left(1-\lambda_0^{в.о.}\right)^3 \lambda_0^{в.о.} z1_{в.о.} + 6\cdot\left(1-\lambda_0^{в.о.}\right)^2 \lambda_0^{в.о.\,2} z2_{в.о.} + 4\cdot\left(1-\lambda_0^{в.о.}\right)\lambda_0^{в.о.\,3} z3_{в.о.} + \lambda_0^{в.о.\,4} z_{101_vo_4}\\
x_{101_vo_1} &= \left(1-\lambda_1^{в.о.}\right)^4 x_{101_vo_0} + 4\cdot\left(1-\lambda_1^{в.о.}\right)^3 \lambda_1^{в.о.} x1_{в.о.} + 6\cdot\left(1-\lambda_1^{в.о.}\right)^2 \lambda_1^{в.о.\,2} x2_{в.о.} + 4\cdot\left(1-\lambda_1^{в.о.}\right)\lambda_1^{в.о.\,3} x3_{в.о.} + \lambda_1^{в.о.\,4} x_{101_vo_4};\\
y_{101_vo_1} &= \left(1-\lambda_1^{в.о.}\right)^4 y_{101_vo_0} + 4\cdot\left(1-\lambda_1^{в.о.}\right)^3 \lambda_1^{в.о.} y1_{в.о.} + 6\cdot\left(1-\lambda_1^{в.о.}\right)^2 \lambda_1^{в.о.\,2} y2_{в.о.} + 4\cdot\left(1-\lambda_1^{в.о.}\right)\lambda_1^{в.о.\,3} y3_{в.о.} + \lambda_1^{в.о.\,4} y_{101_vo_4};\\
z_{101_vo_1} &= \left(1-\lambda_1^{в.о.}\right)^4 z_{101_vo_0} + 4\cdot\left(1-\lambda_1^{в.о.}\right)^3 \lambda_1^{в.о.} z1_{в.о.} + 6\cdot\left(1-\lambda_1^{в.о.}\right)^2 \lambda_1^{в.о.\,2} z2_{в.о.} + 4\cdot\left(1-\lambda_1^{в.о.}\right)\lambda_1^{в.о.\,3} z3_{в.о.} + \lambda_1^{в.о.\,4} z_{101_vo_4};\\
x_{101_vo_2} &= \left(1-\lambda_2^{в.о.}\right)^4 x_{101_vo_0} + 4\cdot\left(1-\lambda_2^{в.о.}\right)^3 \lambda_2^{в.о.} x1_{в.о.} + 6\cdot\left(1-\lambda_2^{в.о.}\right)^2 \lambda_2^{в.о.\,2} x2_{в.о.} + 4\cdot\left(1-\lambda_2^{в.о.}\right)\lambda_2^{в.о.\,3} x3_{в.о.} + \lambda_2^{в.о.\,4} x_{101_vo_4};\\
y_{101_vo_2} &= \left(1-\lambda_2^{в.о.}\right)^4 y_{101_vo_0} + 4\cdot\left(1-\lambda_2^{в.о.}\right)^3 \lambda_2^{в.о.} y1_{в.о.} + 6\cdot\left(1-\lambda_2^{в.о.}\right)^2 \lambda_2^{в.о.\,2} y2_{в.о.} + 4\cdot\left(1-\lambda_2^{в.о.}\right)\lambda_2^{в.о.\,3} y3_{в.о.} + \lambda_2^{в.о.\,4} y_{101_vo_4};\\
z_{101_vo_2} &= \left(1-\lambda_2^{в.о.}\right)^4 z_{101_vo_0} + 4\cdot\left(1-\lambda_2^{в.о.}\right)^3 \lambda_2^{в.о.} z1_{в.о.} + 6\cdot\left(1-\lambda_2^{в.о.}\right)^2 \lambda_2^{в.о.\,2} z2_{в.о.} + 4\cdot\left(1-\lambda_2^{в.о.}\right)\lambda_2^{в.о.\,3} z3_{в.о.} + \lambda_2^{в.о.\,4} z_{101_vo_4};\\
x_{101_vo_3} &= \left(1-\lambda_3^{в.о.}\right)^4 x_{101_vo_0} + 4\cdot\left(1-\lambda_3^{в.о.}\right)^3 \lambda_3^{в.о.} x1_{в.о.} + 6\cdot\left(1-\lambda_3^{в.о.}\right)^2 \lambda_3^{в.о.\,2} x2_{в.о.} + 4\cdot\left(1-\lambda_3^{в.о.}\right)\lambda_3^{в.о.\,3} x3_{в.о.} + \lambda_3^{в.о.\,4} x_{101_vo_4};\\
y_{101_vo_3} &= \left(1-\lambda_3^{в.о.}\right)^4 y_{101_vo_0} + 4\cdot\left(1-\lambda_3^{в.о.}\right)^3 \lambda_3^{в.о.} y1_{в.о.} + 6\cdot\left(1-\lambda_3^{в.о.}\right)^2 \lambda_3^{в.о.\,2} y2_{в.о.} + 4\cdot\left(1-\lambda_3^{в.о.}\right)\lambda_3^{в.о.\,3} y3_{в.о.} + \lambda_3^{в.о.\,4} y_{101_vo_4};\\
z_{101_vo_3} &= \left(1-\lambda_3^{в.о.}\right)^4 z_{101_vo_0} + 4\cdot\left(1-\lambda_3^{в.о.}\right)^3 \lambda_3^{в.о.} z1_{в.о.} + 6\cdot\left(1-\lambda_3^{в.о.}\right)^2 \lambda_3^{в.о.\,2} z2_{в.о.} + 4\cdot\left(1-\lambda_3^{в.о.}\right)\lambda_3^{в.о.\,3} z3_{в.о.} + \lambda_3^{в.о.\,4} z_{101_vo_4};\\
x_{101_vo_4} &= \left(1-\lambda_4^{в.о.}\right)^4 x_{101_vo_0} + 4\cdot\left(1-\lambda_4^{в.о.}\right)^3 \lambda_4^{в.о.} x1_{в.о.} + 6\cdot\left(1-\lambda_4^{в.о.}\right)^2 \lambda_4^{в.о.\,2} x2_{в.о.} + 4\cdot\left(1-\lambda_4^{в.о.}\right)\lambda_4^{в.о.\,3} x3_{в.о.} + \lambda_3^{в.о.\,4} x_{101_vo_4};\\
y_{101_vo_4} &= \left(1-\lambda_4^{в.о.}\right)^4 y_{101_vo_0} + 4\cdot\left(1-\lambda_4^{в.о.}\right)^3 \lambda_4^{в.о.} y1_{в.о.} + 6\cdot\left(1-\lambda_4^{в.о.}\right)^2 \lambda_4^{в.о.\,2} y2_{в.о.} + 4\cdot\left(1-\lambda_4^{в.о.}\right)\lambda_4^{в.о.\,3} y3_{в.о.} + \lambda_4^{в.о.\,4} y_{101_vo_4};\\
z_{101_vo_4} &= \left(1-\lambda_4^{в.о.}\right)^4 z_{101_vo_0} + 4\cdot\left(1-\lambda_4^{в.о.}\right)^3 \lambda_4^{в.о.} z1_{в.о.} + 6\cdot\left(1-\lambda_4^{в.о.}\right)^2 \lambda_4^{в.о.\,2} z2_{в.о.} + 4\cdot\left(1-\lambda_4^{в.о.}\right)\lambda_4^{в.о.\,3} z3_{в.о.} + \lambda_4^{в.о.\,4} z_{101_vo_4}.
\end{aligned}\right\} \quad (4.4)$$

8. Определение координат прямолинейных участков режущей кромки в системе координат, связанной с нарезаемой шестерней (зубчатой втулкой).

Для определения координат граничных точек прямолинейных участков режущей кромки в системе координат, связанной с нарезаемой шестерней (зубчатой втулкой), используем систему уравнений (3.9). С учетом расположения отрезков, определяющих геометрию режущей кромки РИ, в профилирующей плоскости $z_0 = 0$ в итоге имеем систему уравнений:

$$\left.\begin{aligned} x_1^{ч.фр.} &= \cos\alpha_y x_0^{ч.фр.} + x_{cpi}; \\ y_1^{ч.фр.} &= -\sin\alpha_x \sin\alpha_y x_0^{ч.фр.} + \cos\alpha_x y_0^{ч.фр.} + y_{cpi}; \\ z_1^{ч.фр.} &= -\cos\alpha_x \sin\alpha_y x_0^{ч.фр.} - \sin\alpha_x y_0^{ч.фр.} + z_{cpi}, \end{aligned}\right\} \quad (4.5)$$

где $x_0^{ч.фр.}$ и $y_0^{ч.фр.}$ - координаты концов отрезков, определяющих геометрию режущей кромки РИ, которые определяются зависимостями:

- для левой режущей кромки

$$x_{l0}^{ч.фр.} = \frac{z0 \cdot y_{l0}^{ч.фр.} + \pi \cdot m \cdot z_i^{инстр.} tg\left(\pi/_2 + \alpha\right)}{z0 \cdot tg\left(\pi/_2 + \alpha\right)}, \quad (4.6)$$

- для правой режущей кромки

$$x_{p0}^{ч.фр.} = \frac{z0 \cdot y_{p0}^{ч.фр.} + \pi \cdot m \cdot tg\left(\pi/_2 + \alpha\right) \cdot \left(z_i^{инстр.} + 0{,}5 \cdot z0\right)}{z0 \cdot tg\left(\pi/_2 + \alpha\right)}, \quad (4.7)$$

где $y_{l0}^{ч.фр.}$ и $y_{p0}^{ч.фр.}$ - координаты концов отрезков вдоль оси y_0O_0. Координата $y_{l0}^{ч.фр.}$ принимает значения m и $-m$, координата $y_{p0}^{ч.фр.}$ принимает значения $-m$ и m;

$z0$ - число стружечных канавок червячной фрезы;

$z_i^{инстр.}$ - номер зуба инструмента, осуществляющего резание.

9. Расчет координат точек, получаемых при формообразовании боковой поверхности зуба шестерни (зубчатой втулки) червячной фрезой. Приведение координат точек, получаемых при формообразовании боковой поверхности зуба шестерни (зубчатой втулки) червячной фрезой к вертикальной оси нарезаемого зуба.

При обработке зубьев обкаткой боковая поверхность зубьев получается с огранкой. Вследствие чего координаты точек реально нарезанного профиля можно разделить на две группы:

- первая группа – точки пересечения прямолинейных участков двух соседних режущих кромок. Таким образом, формируется реальный профиль зуба с огранкой, когда эвольвента состоит из ряда отрезков, которые являются следами прямолинейных участков режущей кромки;

- вторая группа – точки в середине отрезков – координаты этих точек определяются как координаты пересечения прямолинейного участка режущей кромки с проекцией линии зацепления на профилирующую плоскость.

Определим координаты характерных точек реально нарезаемого профиля боковой поверхности зуба шестерни (зубчатой втулки).

Координаты точек пересечения прямолинейных участков двух соседних режущих кромок определяются по зависимостям:

$$\left.\begin{aligned} x_i^{p.к.} &= \frac{b_{i+1}^{p.к.} - b_i^{p.к.}}{k_{i+1}^{p.к.} - k_i^{p.к.}}; \\ y_i^{p.к.} &= b_i^{p.к.} + k_i^{p.к.} x_i^{p.к.}; \\ z_i^{p.к.} &= \frac{z_vo_{l01}^{ч.фр.}\left(x_i^{p.к.} - x_vo_{l02i}^{ч.фр.}\right) + z_vo_{l02i}^{ч.фр.} \cdot \left(x_vo_{l01i}^{ч.фр.} - x_i^{p.к.}\right)}{x_vo_{l01i}^{ч.фр.} - x_vo_{l02i}^{ч.фр.}}; \end{aligned}\right\} \quad (4.8)$$

где $k_i^{p.к.}, k_{i+1}^{p.к.}$ и $b_i^{p.к.}, b_{i+1}^{p.к.}$ - коэффициенты в уравнениях, описывающих положение двух соседних режущих кромок в системе координат, связанной с нарезаемой шестерней (зубчатой втулкой), которые определяются по зависимостям:

$$k_i^{p.к.} = \frac{y_vo_{l01i}^{ч.фр.} - y_vo_{l02i}^{ч.фр.}}{x_vo_{l01i}^{ч.фр.} - x_vo_{l02i}^{ч.фр.}}; \quad (4.9)$$

$$b_i^{p.к.} = y_vo_{l02i}^{ч.фр.} - x_vo_{l02i}^{ч.фр.} \frac{y_vo_{l01i}^{ч.фр.} - y_vo_{l02i}^{ч.фр.}}{x_vo_{l01i}^{ч.фр.} - x_vo_{l02i}^{ч.фр.}}; \quad (4.10)$$

$x_vo_{l01i}^{ч.фр.}, y_vo_{l01i}^{ч.фр.}, z_vo_{l01i}^{ч.фр.}$ и $x_vo_{l02i}^{ч.фр.}, y_vo_{l02i}^{ч.фр.}, z_vo_{l02i}^{ч.фр.}$ - координаты граничных точек на левой режущей кромке в системе координат, связанной с нарезаемой шестерней (зубчатой втулкой), приведенные к одному исходному положению зуба фрезы:

$$\left.\begin{aligned} x_vo_{l0ki}^{ч.фр.} &= x_{l0ki}^{ч.фр.} \cdot \cos(\Delta\varphi_{ui}) - y_{l0ki}^{ч.фр.} \cdot \sin(\Delta\varphi_{ui}); \\ y_vo_{l0ki}^{ч.фр.} &= x_{l0ki}^{ч.фр.} \cdot \sin(\Delta\varphi_{ui}) + y_{l0ki}^{ч.фр.} \cdot \cos(\Delta\varphi_{ui}); \\ z_vo_{l0ki}^{ч.фр.} &= z_{l0ki}^{ч.фр.}; \end{aligned}\right\} \quad (4.11)$$

где $x_{l0ki}^{ч.фр.}, y_{l0ki}^{ч.фр.}, z_{l0ki}^{ч.фр.}$ - координаты граничных точек на левой режущей кромке в системе координат, связанной с нарезаемой шестерней (зубчатой втулкой);

$\Delta\varphi_{ui}$ - угол поворота заготовки нарезаемого зубчатого колеса в процессе обкатки в станочном зацеплении, определяемый по зависимости:

$$\Delta\varphi_{ui} = \frac{2\pi \cdot z_i^{инстр.}}{z_1 \cdot z0}. \tag{4.12}$$

Координаты точек пересечения прямолинейного участка левой режущей кромки с проекцией линии зацепления на профилирующую плоскость определяются по зависимостям:

$$\left.\begin{aligned} x_{р.к.i}^{пл.з.} &= \frac{\left(y_{l01i}^{ч.фр.} - R_1\right)\left(x_{l02i}^{ч.фр.} - x_{l01i}^{ч.фр.}\right) - x_{l01i}^{ч.фр.} \cdot \left(y_{l02i}^{ч.фр.} - y_{l01i}^{ч.фр.}\right)}{tg(\alpha) \cdot \left(x_{l02i}^{ч.фр.} - x_{l01i}^{ч.фр.}\right) - y_{l02i}^{ч.фр.} - y_{l01i}^{ч.фр.}}; \\ y_{р.к.i}^{пл.з.} &= tg(\alpha) x_{р.к.i}^{пл.з.} + R_1; \\ z_{р.к.i}^{пл.з.} &= \frac{z_{l01i}^{ч.фр.}\left(x_{р.к.i}^{пл.з.} - x_{l02i}^{ч.фр.}\right) + z_{l02i}^{ч.фр.} \cdot \left(x_{l01i}^{ч.фр.} - x_{р.к.i}^{пл.з.}\right)}{x_{l01i}^{ч.фр.} - x_{l02i}^{ч.фр.}}; \end{aligned}\right\} \tag{4.13}$$

Приведение координат точек пересечения прямолинейного участка левой режущей кромки с проекцией линии зацепления на профилирующую плоскость к нулевому положению зуба фрезы осуществляется в соответствии с системой уравнений:

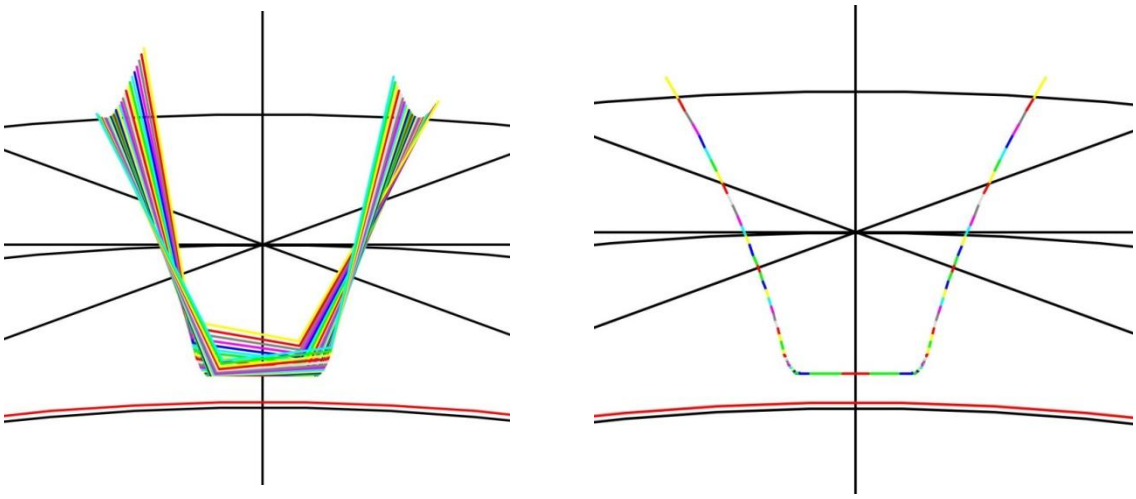
$$\left.\begin{aligned} x0_{р.к.i}^{пл.з.} &= x_{р.к.i}^{пл.з.} \cdot \cos(\Delta\varphi_{ui}) - y_{р.к.i}^{пл.з.} \cdot \sin(\Delta\varphi_{ui}); \\ y0_{р.к.i}^{пл.з.} &= x_{р.к.i}^{пл.з.} \cdot \sin(\Delta\varphi_{ui}) + y_{р.к.i}^{пл.з.} \cdot \cos(\Delta\varphi_{ui}); \\ z0_{р.к.i}^{пл.з.} &= z_{р.к.i}^{пл.з.}; \end{aligned}\right\} \tag{4.14}$$

В результате приведения координат точек, получаемых при формообразовании боковой поверхности зуба шестерни (зубчатой втулки) червячной фрезой к нулевому положению зуба фрезы, получаем картину формирования впадины зуба методом обкатки рисунок 4.3. а и геометрию реально нарезаемого профиля с огранкой рисунок 4.3. б.

Приведение координат точек, получаемых при формообразовании боковой поверхности зуба шестерни (зубчатой втулки) червячной фрезой к вертикальной оси нарезаемого зуба, осуществляется по зависимостям:

- для координат точек пересечения прямолинейных участков двух соседних режущих кромок:

$$\left.\begin{aligned} x0_vo_{l0ki}^{ч.фр.} &= x0_{l0ki}^{ч.фр.}\cdot\cos\left(-\phi_{c_1}-\phi_{c_2P}\right)-y0_{l0ki}^{ч.фр.}\cdot\sin\left(-\phi_{c_1}-\phi_{c_2P}\right);\\ y0_vo_{l0ki}^{ч.фр.} &= x0_{l0ki}^{ч.фр.}\cdot\sin\left(-\phi_{c_1}-\phi_{c_2P}\right)+y0_{l0ki}^{ч.фр.}\cdot\cos\left(-\phi_{c_1}-\phi_{c_2P}\right);\\ z0_vo_{l0ki}^{ч.фр.} &= z0_{l0ki}^{ч.фр.}; \end{aligned}\right\} \quad (4.15)$$



а) б)

Рисунок 4.3. Приведение координат точек, получаемых при формообразовании боковой поверхности зуба шестерни (зубчатой втулки) к нулевому положению зуба фрезы: а - картина формирования впадины зуба методом обкатки; б - геометрия реально нарезаемого профиля

- для координат точек пересечения прямолинейного участка левой режущей кромки с проекцией линии зацепления на профилирующую плоскость:

$$\left.\begin{aligned} x0_vo_{p.к.i}^{пл.з.} &= x0_{p.к.i}^{пл.з.}\cdot\cos\left(-\phi_{c_1}-\phi_{c_2P}\right)-y0_{p.к.i}^{пл.з.}\cdot\sin\left(-\phi_{c_1}-\phi_{c_2P}\right);\\ y0_vo_{p.к.i}^{пл.з.} &= x0_{p.к.i}^{пл.з.}\cdot\sin\left(-\phi_{c_1}-\phi_{c_2P}\right)+y0_{p.к.i}^{пл.з.}\cdot\cos\left(-\phi_{c_1}-\phi_{c_2P}\right);\\ z0_vo_{p.к.i}^{пл.з.} &= z0_{p.к.i}^{пл.з.}. \end{aligned}\right\} \quad (4.16)$$

10. Определение значения радиальной коррекции положения РИ.

Значение радиальной коррекции положения режущего инструмента определяется решением системы уравнений, в которую входят два первых уравнения системы (4.3) с учетом того, что координата по высоте зуба шестерни (зубчатой втулки) изменяется на значение радиальной коррекции. А в левую часть первых двух уравнений системы (4.3) подставляются координаты точек пересечения прямолинейного участка левой режущей кромки с проекцией линии зацепления на профилирующую плоскость, приведенные к вертикальной оси по зависимостям

(4.16). В итоге получаем систему, позволяющую определить минимальное значение радиальной коррекции РИ вида:

$$\left.\begin{aligned} x0_vo_{p.к.i}^{пл.з.} &= \left(1-\lambda_i^{в.о.}\right)^4 x_{101_vo_0} + 4\cdot\left(1-\lambda_i^{в.о.}\right)^3 \lambda_i^{в.о.} x1_{в.о.} + 6\cdot\left(1-\lambda_i^{в.о.}\right)^2 \lambda_i^{в.о.^2} x2_{в.о.} + \\ &+ 4\cdot\left(1-\lambda_i^{в.о.}\right)\lambda_i^{в.о.^3} x3_{в.о.} + \lambda_i^{в.о.^4} x_{101_vo_4}; \\ y0_vo_{p.к.i}^{пл.з.} &= \left(1-\lambda_i^{в.о.}\right)^4 y_{101_vo_0} + 4\cdot\left(1-\lambda_i^{в.о.}\right)^3 \lambda_i^{в.о.} y1_{в.о.} + 6\cdot\left(1-\lambda_i^{в.о.}\right)^2 \lambda_i^{в.о.^2} y2_{в.о.} + \\ &+ 4\cdot\left(1-\lambda_i^{в.о.}\right)\lambda_i^{в.о.^3} y3_{в.о.} + \lambda_i^{в.о.^4} y_{101_vo_4} + k_{ri}. \end{aligned}\right\} \quad (4.17)$$

Наиболее рациональным значением радиальной коррекции РИ будет такое значение, при котором к минимуму будет стремиться значение тангенциальной коррекции инструмента. Поэтому для получения рационального значения радиальной коррекции инструмента в зависимости (4.17) необходимо подставлять координаты точки боковой поверхности зуба с пространственной модификацией в рассматриваемом сечении профилирующей плоскостью с максимальным значением координаты по высоте зуба.

В результате решения системы уравнений (4.17) определяется параметр сплайна $\lambda_i^{в.о.}$ и рациональное значение радиальной коррекции РИ k_{ri}, соответствующие заданным координатам точки на боковой поверхности зуба с пространственной модификацией. Решив системы вида (4.17) для всех сечений по длине зуба шестерни (зубчатой втулки), получим распределение значений радиальной коррекции РИ вдоль траектории перемещения инструмента.

Значение радиальной коррекции в плоскости симметрии зубчатого венца определяется исходя из условий, что обеспечиваются минимальное относительное отклонение реально нарезаемого профиля от теоретически рассчитанного и что траектория относительного перемещения РИ проходит через вертикальную ось впадины зуба. Для определения значения радиальной коррекции в плоскости симметрии зубчатого венца решается система уравнений вида:

$$\left.\begin{aligned} \Delta x0_vo &= \left|\left(x_{101_vo_0}(\lambda_0) - x0_vo_{p.к.0}^{пл.з.}\right) \Big/ x_{101_vo_0}(\lambda_0)\right|; \\ y_{101_vo_0}(\lambda_0) &= y0_vo_{p.к.0}^{пл.з.}; \\ \Delta x0_vo &= \left|\left(x_{101_vo_n}(\lambda_n) - x0_vo_{p.к.n}^{пл.з.}\right) \Big/ x_{101_vo_n}(\lambda_n)\right|; \\ y_{101_vo_n}(\lambda_n) &= y0_vo_{p.к.n}^{пл.з.}, \end{aligned}\right\} \quad (4.18)$$

где $x_{101_vo_i}(\lambda_0)$, $y_{101_vo_i}(\lambda_0)$ - уравнения, описывающие теоретическую геометрию профиля зуба в сечении профилирующей плоскостью сплайнами Безье;

$\Delta x0_vo$ - величина отклонения теоретического значения координаты по толщине зуба от значения, которое будет получено в процессе нарезания.

11. Определение значения тангенциальной коррекции положения режущего инструмента.

Для определения значения тангенциальной коррекции положения РИ рассчитаем параметры сплайна, описывающего профиль боковой поверхности зубьев с пространственной модификацией в сечении профилирующей плоскостью. Для чего во второе уравнение системы (4.17) подставляем координаты по высоте зуба начала $y0_vo_{р.к.0}^{пл.з.}$ и конца $y0_vo_{р.к.n}^{пл.з.}$ кривой профиля, приведенные к вертикальной оси, и решаем систему вида:

$$\left.\begin{aligned} y0_vo_{р.к.0}^{пл.з.} &= \left(1-\lambda_0^{в.о.}\right)^4 y_{101_vo_0} + 4\cdot\left(1-\lambda_0^{в.о.}\right)^3 \lambda_0^{в.о.} y1_{в.о.} + 6\cdot\left(1-\lambda_0^{в.о.}\right)^2 \lambda_0^{в.о.\,2} y2_{в.о.} + \\ &+ 4\cdot\left(1-\lambda_0^{в.о.}\right)\lambda_0^{в.о.\,3} y3_{в.о.} + \lambda_0^{в.о.\,4} y_{101_vo_4} + k_{ri}; \\ y0_vo_{р.к.n}^{пл.з.} &= \left(1-\lambda_n^{в.о.}\right)^4 y_{101_vo_0} + 4\cdot\left(1-\lambda_n^{в.о.}\right)^3 \lambda_n^{в.о.} y1_{в.о.} + 6\cdot\left(1-\lambda_n^{в.о.}\right)^2 \lambda_n^{в.о.\,2} y2_{в.о.} + \\ &+ 4\cdot\left(1-\lambda_n^{в.о.}\right)\lambda_n^{в.о.\,3} y3_{в.о.} + \lambda_n^{в.о.\,4} y_{101_vo_4} + k_{ri}. \end{aligned}\right\} \quad (4.19)$$

Полученные в результате решения системы уравнений (4.19) параметры сплайна $\lambda_0^{в.о.}$ и $\lambda_n^{в.о.}$ для граничных точек кривой пересечения боковой поверхности пространственно-модифицированного зуба с профилирующей плоскостью подставляем в первое уравнение системы (4.17) и определяем координаты по толщине зуба, соответствующие теоретическим значениям толщины:

$$\begin{aligned} x0_vo_i &= \left(1-\lambda_i^{в.о.}\right)^4 x_{101_vo_0} + 4\cdot\left(1-\lambda_i^{в.о.}\right)^3 \lambda_i^{в.о.} x1_{в.о.} + 6\cdot\left(1-\lambda_i^{в.о.}\right)^2 \lambda_i^{в.о.\,2} x2_{в.о.} + \\ &+ 4\cdot\left(1-\lambda_i^{в.о.}\right)\lambda_i^{в.о.\,3} x3_{в.о.} + \lambda_i^{в.о.\,4} x_{101_vo_4}. \end{aligned} \quad (4.20)$$

Значение тангенциальной коррекции определяется исходя из того, что обеспечиваются минимальное относительное отклонение реально нарезаемого профиля от теоретически рассчитанного. С учетом найденных величин отклонений

толщины зуба и, принимая во внимание разницу в толщине зуба на его головке и ножке, находим величину тангенциальной коррекции по зависимости:

$$k_{ti} = \frac{2x0_vo_0 \cdot x0_vo_n - x0_vo_n \cdot x0_vo_{p.к.0}^{пл.з.} - x0_vo_0 \cdot x0_vo_{p.к.1}^{пл.з.}}{x0_vo_0 + x0_vo_n}. \quad (4.21)$$

Определяем координаты реально нарезаемого профиля с учетом того, что перемещение РИ осуществляется в плоскости профилирования:

- для точек пересечения прямолинейных участков двух соседних режущих кромок:

$$\left.\begin{aligned} xk_i^{р.к.} &= x_i^{р.к.} + k_{ti}; \\ yk_i^{р.к.} &= y_i^{р.к.} + k_{ri}; \\ zk_i^{р.к.} &= z_i^{р.к.}; \end{aligned}\right\} \quad (4.22)$$

- для координат точек пересечения прямолинейного участка левой режущей кромки с проекцией линии зацепления на профилирующую плоскость:

$$\left.\begin{aligned} x0k_{р.к.i}^{пл.з.} &= x0_{р.к.i}^{пл.з.} + k_{ti}; \\ y0k_{р.к.i}^{пл.з.} &= y0_{р.к.i}^{пл.з.} + k_{ri}; \\ z0k_{р.к.i}^{пл.з.} &= z0_{р.к.i}^{пл.з.}. \end{aligned}\right\} \quad (4.23)$$

12. Определение уточненных координат точек пространственной траектории относительного перемещения РИ.

Координаты точек пространственной траектории относительного перемещения РИ определяются с учетом найденных значений радиальной и тангенциальной коррекции по сечениям боковой поверхности зубьев шестерни (зубчатой втулки) с пространственной модификацией профилирующими плоскостями:

$$\left.\begin{aligned} x_i^{mp} &= k_{ti}\cos\alpha_y + k_{ri}\sin\alpha_y + x_{mpi}^{np}; \\ y_i^{mp} &= -k_{ti}\sin\alpha_x\sin\alpha_y + k_{ri}\cos\alpha_x + y_{mpi}^{np}; \\ z_i^{mp} &= -k_{ti}\cos\alpha_x\sin\alpha_y - k_{ri}\sin\alpha_x + z_{mpi}^{np}, \end{aligned}\right\} \quad (4.24)$$

13. Аппроксимация координат точек пространственной траектории относительного перемещения РИ сплайном Безье третьего порядка. В общем случае траектория относительного перемещения РИ это гладкая пространственная кривая,

геометрия которой зависит от геометрии боковой поверхности зубьев обрабатываемого зубчатого колеса. Вследствие этого траектория относительного перемещения инструмента может быть аппроксимирована сплайном Безье третьего порядка вида (3.30). Известными значениями в системе (3.30) являются координаты начала и конца траектории перемещения РИ. Таким образом, в систему (3.30) входит 9 неизвестных, и для определения координат опорных точек и значения параметра сплайна необходимо записать уравнения системы (3.30) для координат 3-х точек, лежащих на траектории относительного перемещения РИ, получив в итоге систему уравнений вида (3.31). Координаты $x_1^{mp}, y_1^{mp}, z_1^{mp}$ точки на траектории относительного перемещения инструмента выбираются таким образом, что бы обеспечить наибольшее приближение сплайна Безье. Решив систему (3.31) относительно параметров сплайна λ_i^{mp} и координат опорных точек $x1_{mp}, y1_{mp}, z1_{mp}$ и $x2_{mp}, y2_{mp}, z2_{mp}$, получим систему вида (3.30), которая позволяет аппроксимировать точки пространственной кривой относительного перемещения РИ сплайном Безье третьего порядка.

14. Определение параметров профилирующей плоскости при перемещении РИ по криволинейной пространственной траектории, описанной сплайном Безье третьего порядка. Исходя из того, что профилирующая плоскость перпендикулярна траектории относительного перемещения РИ, то ее уравнение имеет вид (3.32). Частные производные зависимостей координат системы уравнений (3.30) сплайна Безье третьего порядка по параметру λ_i^{mp} определяются зависимостями (3.33). Подставив зависимости (3.33) в уравнение нормальной плоскости (3.32) и раскрыв скобки, приведем уравнение нормальной плоскости к общему виду (3.2), где коэффициенты при координатах x_1, y_1, z_1 равны производным по соответствующим координатам $A_{pi} = \frac{dx_i^{mp}}{d\lambda_i^{mp}}$, $B_{pi} = \frac{dy_i^{mp}}{d\lambda_i^{mp}}$, $C_{pi} = \frac{dz_i^{mp}}{d\lambda_i^{mp}}$ и определяются зависимостями (3.33), а свободный член определяются зависимостью (3.34).

15. Уточненный расчет координат точек пересечения профилирующей плоскости с боковой поверхностью зуба с пространственной модификацией. Рас-

четы координат выполняются с использование систем уравнений (4.1) для внешнего зацепления и (4.2) для внутреннего зацепления.

16. Уточнение параметров перехода от системы координат $x_1y_1z_1$, связанной с шестерней (зубчатой втулкой) к системе координат $x_0' y_0' z_0'$, связанной с РИ. В результате решения системы уравнений (3.12) определяем значения углов поворота системы координат α_x и α_y для рассматриваемой точки траектории перемещения РИ по зависимостям (3.35) и (3.36).

17. Уточнение значения координат точек пересечения профилирующей плоскости с боковой поверхностью зуба с пространственной модификацией, приведенных к одному положению зуба и к вертикальной оси. Расчет координат x_1 и y_1 осуществляется по зависимостям (2.53) с учетом ранее найденных углов поворота сопряженных зубчатых колес (2.54). Приведение координат точек боковой поверхности одного зуба к вертикальной оси осуществляется в соответствии с системой уравнений (2.55).

18. Выполнение аппроксимации уточненных координат точек в сечении боковой поверхности зуба шестерни (зубчатой втулки) профилирующей плоскостью, приведенных к одному положению зуба и к вертикальной оси сплайнами Безье. Для чего составляем и решаем системы вида (4.4) для всех точек траектории относительного перемещения РИ.

19. Определение координат прямолинейных участков режущей кромки в системе координат, связанной с нарезаемой шестерней (зубчатой втулкой), с учетом новых значений координат точек траектории относительного перемещения РИ с использование зависимостей (4.5).

20. Расчет уточненных координат точек, получаемых при формообразовании боковой поверхности зуба шестерни (зубчатой втулки) червячной фрезой. Приведение уточненных координат точек, получаемых при формообразовании боковой поверхности зуба шестерни (зубчатой втулки) червячной фрезой, к вертикальной оси нарезаемого зуба. Координаты точек пересечения прямолинейных участков двух соседних режущих кромок определяются по зависимостям (4.8). Координаты точек пересечения прямолинейного участка левой режущей кромки с

проекцией линии зацепления на профилирующую плоскость определяются по зависимостям (4.13).

Приведение уточненных координат точек, получаемых при формообразовании боковой поверхности зуба, к нулевому положению зуба фрезы осуществляется в соответствии с зависимостями (4.13) и (4.14). Приведение координат точек, получаемых при формообразовании боковой поверхности зуба шестерни (зубчатой втулки) червячной фрезой к вертикальной оси нарезаемого зуба, осуществляется по зависимостям (4.15) и (4.16).

21. Оценка точности получения координат боковой поверхности зуба шестерни (зубчатой втулки) с пространственной модификацией при многокоординатной обработке зубчатого венца методом обкатки червячной фрезой.

Сравним теоретические значения координат точек боковой поверхности зубьев с пространственной модификацией с координатами, которые будут получены при обработке в случае перемещении РИ относительно заготовки по рассчитанной траектории без учета деформаций элементов системы СПИД.

Для оценки точности нарезаемых зубьев с пространственной модификацией подставим во второе уравнение системы (4.3), ранее рассчитанные значение координаты по высоте зуба нарезаемого колеса, получаемые в процессе формообразования, приведенные к оси нарезаемого зуба $y0_vo_{l0ki}^{ч.фр.}$ или $y0_vo_{р.к.i}^{пл.з.}$:

$$y0_vo_i = \left(1-\lambda_i^{в.о.}\right)^4 y_{101_vo_0} + 4\cdot\left(1-\lambda_i^{в.о.}\right)^3 \lambda_i^{в.о.} y1_{в.о.} + 6\cdot\left(1-\lambda_i^{в.о.}\right)^2 \lambda_i^{в.о.\,2} y2_{в.о.} + \\ + 4\cdot\left(1-\lambda_i^{в.о.}\right)\lambda_i^{в.о.\,3} y3_{в.о.} + \lambda_i^{в.о.\,4} y_{101_vo_4}. \quad (4.25)$$

Из полученного таким образом уравнения определяем значение параметра сплайна $\lambda_i^{в.о.}$, соответствующее текущему значению координаты точки боковой поверхности, получаемой при формообразовании. Подставив полученное значение параметра сплайна $\lambda_i^{в.о.}$ в первое уравнение системы (4.3), определяющее координату по толщине зуба, рассчитаем теоретическое значение координаты $x_{101_vo_i}$ точки.

Рассчитаем погрешности определения положения РИ относительно заготовки:

- абсолютная погрешность

$$\Delta x_vo_i = x_{101_vo_i} - x0_vo_i; \tag{4.26}$$

- относительная погрешность

$$\delta x_vo_i = \frac{x_{101_vo_i} - x0_vo_i}{x_{101_vo_i}} 100\%. \tag{4.27}$$

Для оценки точности нарезаемых зубьев с пространственной модификацией рассчитаем погрешности определения положения РИ относительно заготовки по зависимостям (4.26) и (4.27) для всех рассчитанных точек реально получаемого профиля для рассматриваемого сечения и для ряда сечений вдоль зуба.

Таким образом, разработана методика аналитического определения зависимостей, описывающих пространственную траекторию относительного перемещения РИ инструмента, работающего по методу обкатки, при обработке зубчатых венцов с пространственной модификацией зубьев. Реализация методики позволяет определять координаты узловых точек траектории относительного перемещения РИ в процессе многокоординатной обработки пространственно-модифицированных зубьев цилиндрических зубчатых колес на станках с ЧПУ.

Результаты, полученные при разработке методики определения траектории перемещения РИ, могут в дальнейшем быть использованы при расчетах, связанных с назначением режимных параметров обработки. Применение предложенных подходов может иметь место при обработке зубчатых венцов в условиях мелкосерийного и серийного производств при выборе технологического оборудовании и РИ, а так же в процессе написания управляющих программ как для зубообрабатывающих станков с ЧПУ, так и для расчета параметров для настройки универсальных зубофрезерных станков.

4.3. Теоретические исследования параметров траектории относительного перемещения РИ. Оценка геометрической точности нарезаемых зубьев

4.3.1. Проектирование зубчатого венца с пространственно-модифицированными зубьями

Основные этапы проектирования пространственно-модифицированных зубьев цилиндрических зубчатых колес в пространственном зубчатом зацеплении на базе цилиндрического эвольвентного зубчатого колеса представлены в п. 2.5.

В качестве исходных данных для расчета задавались: модуль - 4 мм; число зубьев шестерни - 32 шт; число зубьев колеса - 32 шт; угол профиля - 20°; ширина зубчатого венца шестерни и колеса - 25 и 20 мм соответственно. После чего рассчитывались основные геометрические параметры колес в передаче: радиусы основной окружности 60,1403мм, делительной окружности 64 мм, окружности впадин 59 мм и окружности вершин 68 мм зубьев.

Угол смещения начала эвольвенты колеса в полюс зацепления определялся решением системы уравнений (2.44) и составил -0,0149 рад.

Для выполнения расчетов по профилированию зубчатого венца с пространственно-модифицированными зубьями задаемся суммарными значениями погрешностей изготовления, монтажа и перемещений, возникающих вследствие деформаций в процессе эксплуатации элементов зубчатых передач:

- суммарные углы перекоса: $\phi_{x\Sigma} = \phi_{y\Sigma} = 0{,}5°$;

- суммарные перемещения: $\Delta x_\Sigma = \Delta y_\Sigma = \Delta z_\Sigma = 0{,}125$мм.

Координаты точек принадлежащих боковой поверхности пространственно-модифицированного зуба определяется решением системы уравнений (2.45). При этом постоянные коэффициенты Ax_i, Ay_i, Az_i, зависящие от величин суммарных перемещений и суммарных углов перекоса составят (2.46):

$$Ax_0 = -0{,}1239;\ Ax_1 = 0{,}99996;\ Ax_2 = 127{,}99513;\ Ax_3 = -8{,}72654 * 10^{-3};$$

$$Ay_0 = -0{,}1239;\ Ay_1 = 0{,}99996;\ Ay_2 = 9{,}51905 * 10^{-6};\ Ay_3 = 127{,}9951;\ Ay_4 = 1{,}21844 * 10^{-3};$$

$$Ay_5 = 8{,}7262 * 10^{-3};\ Az_0 = -0{,}12717;\ Az_1 = 8{,}72654 * 10^{-3};\ Az_2 = 8{,}7262 * 10^{-3};$$

$$Az_3 = 1{,}117;\ Az_4 = 1{,}117.$$

Параметры контактирования: углы поворота ϕ_1 шестерни и ϕ_2 колеса, координаты x_1 и y_1 точки на боковой поверхности зуба шестерни и координата по длине зуба колеса z_2 определяются решением системы уравнений (2.51) при заданном значении угла развернутости эвольвенты φ_2. Используя зависимости (2.51), выполняем профилирование боковой поверхности зуба шестерни. Для чего определяем координаты точек пересечения боковой поверхности зубьев шестерни с плоскостями, параллельными плоскости XOY абсолютной системы координат. В результате решения системы уравнений (2.51) получаем массив координат контактных точек линии пересечения боковой поверхности зуба шестерни с проекцией линии зацепления на плоскость XOY абсолютной системы координат, результаты расчетов сводим в Приложение Е.

Найденные координаты контактных точек на боковой поверхности зуба шестерни приводим к одному положению зуба, используя зависимости (2.53) и к вертикальной оси системы координат, используя зависимости (2.55). Рассчитаем предварительно углы поворота шестерни (2.54) и колеса (2.59). Результаты расчетов значений углов поворота и координат точек на боковой поверхности зуба сводим в Приложение Е.

4.3.2. Исходные данные для выполнения конструкторско-технологической подготовки производства зубчатого венца с пространственно-модифицированными зубьями

Исходными данными для проведения конструкторско-технологической подготовки производства изделий с зубчатыми венцами, являются их основные геометрические характеристики, полученные в результате выполнения проектировочных расчетов и полученные распределения координат контактных точек. Выполним описание кривых, представляющих собой линии пересечения боковой по-

верхности пространственно-модифицированного зуба плоскостями, параллельными плоскости $x_1O_1y_1$, используя семейство сплайнов Безье третьего порядка по высоте зуба (см. п. 2.6.). Параметры сплайна Безье третьего порядка определяются решением системы уравнений (2.70). Решив систему (2.70) относительно параметров сплайна $\lambda_0 - \lambda_3$ и координат опорных точек x_1, x_2, y_1, y_2 получим систему уравнений (2.69), которая позволяет аппроксимировать профиль зуба шестерни в рассматриваемом сечении. Результаты аппроксимации по высоте пространственно-модифицированных зубьев представлены в Приложении Ж.

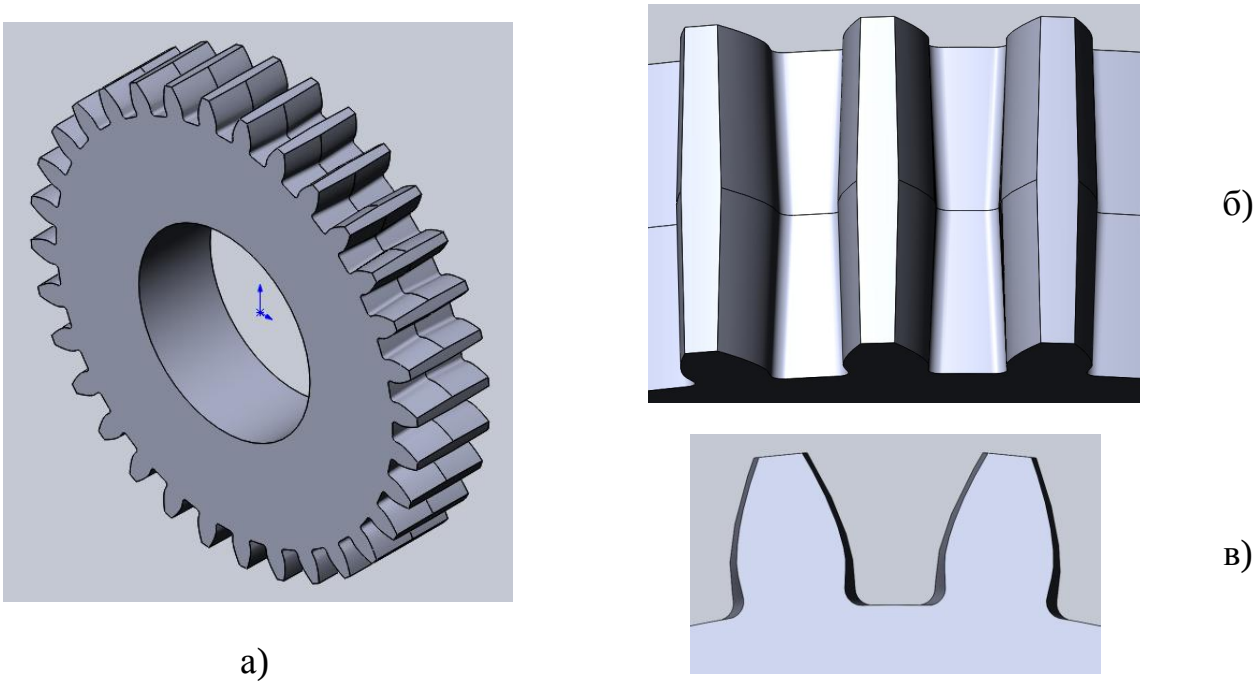
Для оценки точности аппроксимации кривых в сечении пространственно-модифицированного зуба плоскостями, параллельными плоскости $x_1O_1y_1$, используем уравнение (2.71), из которого определим значение параметра сплайна λ, соответствующего текущему значению координаты по высоте y_{1teor} зуба. Полученное значение параметра сплайна λ подставляем в уравнение системы (2.72) для определения координаты по толщине зуба и рассчитываем значение x_{1sp} точки, принадлежащей сплайну Безье. После чего выполняем численную оценку точности аппроксимации профиля зуба сплайнами, рассчитав относительную погрешность (2.74). Результаты расчетов заносим в Приложение Ж. Как видно из данных Приложения Ж, максимальная относительная погрешность описания боковой поверхности зуба сплайнами Безье не превышает 0,3%.

Используя данные, полученные в результате профилирования (Приложение Е) и описания геометрии боковой поверхности сплайнами Безье третьего порядка (Приложение Ж) строим 3D -модель шестерни рисунок 4.4.

4.3.3. Определение параметров пространственной траектории относительного перемещения РИ при нарезании зубчатого венца с комплексной пространственной модификацией зубьев

В соответствии с методикой, представленной в п. 4.2., определим параметры пространственной траектории относительного перемещения РИ, при многокоординатном зубофрезеровании методом обкатки (рисунок 4.2.) зубчатого венца с

комплексной пространственной модификацией зубьев (рисунок 4.4.) с модулем 4 мм и числом зубьев 32 шт.



а) б) в)

Рисунок 4.4. 3D -модель шестерни с комплексной пространственной модификацией зубьев: а - шестерня; б - вид на зубья сверху; в - вид на зубья с боку

Исходными данными для определения параметров пространственной траектории относительного перемещения РИ, работающего по методу обкатки, являются данные, полученные при выполнении аппроксимации профиля зуба с пространственной модификацией сплайнами Безье третьего порядка (п. 4.3.2.). Координаты точек пространственной траектории предварительно определятся исходя из максимального изменения координат точек сплайна, в сечении делительным цилиндром. Выбрав предварительно количество точек на траектории $n=10$, по зависимости (3.1) рассчитываем распределение координат точек траектории относительного перемещения РИ и заносим в таблицу 4.2.

Считая, что профилирующая плоскость проходит через середину отрезка, соединяющего две соседние точки траектории перемещения РИ, определяем постоянные коэффициенты в уравнении плоскости по зависимостям (3.3). Параметры перехода от системы координат $x_1y_1z_1$ к системе координат $x_0' y_0' z_0'$ определяются решением системы уравнений (3.12). Решив системы вида (3.12) для всех точек траектории, определим распределение параметров перехода от системы ко-

ординат $x_1y_1z_1$ к системе координат $x_0' y_0' z_0'$. Значения, полученные в результате расчетов, заносим в таблицу 4.2.

Координаты точек пересечения профилирующей плоскости с боковой поверхностью зуба с комплексной пространственной модификацией определяются решением системы уравнений (4.1). В результате решения системы уравнений (4.1) получаем параметры контактирования сопряженных профилей ϕ_1, ϕ_2, z_2 и координаты контактных точек x_1, y_1, z_1 на боковой поверхности зуба при заданных значениях угла развернутости эвольвенты зубчатого колеса φ_2. Решив системы вида (4.1) для условий пересечения профилирующей плоскости для нескольких координат по высоте зуба шестерни, изменяя значения угла развернутости эвольвенты зубчатого колеса φ_2 от минимального до максимального значения, получим теоретические значения координат точек на боковой поверхности зуба с пространственной модификацией. Выполнив последовательно расчеты для всех точек траектории относительного перемещения РИ, найдем семейство сечений боковой поверхности зуба с пространственной модификацией профилирующими плоскостями. Для совместного рассмотрения координат точек на боковой поверхности зубьев выполняем приведение координат точек в сечении боковой поверхности зуба шестерни профилирующей плоскостью к одному положению зуба (2.53) и к вертикальной оси одного зуба (2.55). Значения координат точек на боковой поверхности зуба, полученные в результате расчетов заносим в Приложение И.

Аппроксимация координат точек кривой в сечении боковой поверхности зуба шестерни профилирующей плоскостью, приведенных к одному положению зуба и к вертикальной оси зуба выполняется сплайнами Безье четвертого порядка (4.3). Параметры сплайнов определяются решением системы уравнений вида (4.4). Значения параметров сплайна, полученные в результате расчетов заносим в Приложение И.

Координаты граничных точек прямолинейных участков режущей кромки инструмента (таблица 4.3.) определяются зависимостями (4.6) и (4.7). Координаты граничных точек прямолинейных участков режущей кромки инструмента с уче-

том параметров траектории относительного перемещения РИ определяются системой уравнений (4.5). Значения координат точек, получаемых при формообразовании боковой поверхности зуба шестерни червячной фрезой, рассчитываются по зависимостям: для координат точек пересечения прямолинейных участков двух соседних режущих кромок по зависимостям (4.8), для координат точек пересечения прямолинейного участка левой режущей кромки с проекцией линии зацепления на профилирующую плоскость по зависимостям (4.13).

Таблица 4.2. Параметры пространственной траектории относительного перемещения РИ и профилирующих плоскостей

№ точки	x_i^{mp}, мм	y_i^{mp}, мм	z_i^{mp}, мм	Ap	Bp	Cp	Dp	αx, рад	αy, рад
0	-0,041	63,978	0	-0,057	0	1,349	0	0	-0,042
1	-0,049	63,954	0,675	-0,015	-0,049	1,349	2,191	-0,0359	-0,0114
2	-0,065	63,907	2,023	-0,016	-0,046	1,348	0,206	-0,034	-0,0122
3	-0,082	63,862	3,368	-0,017	-0,043	1,342	-1,751	-0,0323	-0,013
4	-0,1	63,82	4,706	-0,018	-0,041	1,334	-3,676	-0,0306	-0,0136
5	-0,118	63,78	6,034	-0,019	-0,038	1,322	-5,545	-0,0289	-0,0144
6	-0,138	63,743	7,349	-0,02	-0,036	1,307	-7,328	-0,0274	-0,0151
7	-0,158	63,709	8,647	-0,02	-0,033	1,289	-9,027	-0,0258	-0,0158
8	-0,179	63,677	9,925	-0,021	-0,031	1,267	-10,615	-0,0244	-0,0166
9	-0,2	63,647	11,18	-0,021	-0,028	1,243	-12,088	-0,0229	-0,0172

Приведение координат точек получаемых при формообразовании к нулевому положению зуба фрезы осуществляется в соответствии с системой уравнений (4.14). Приведение координат точек, получаемых при формообразовании боковой поверхности зуба шестерни червячной фрезой к вертикальной оси нарезаемого зуба, осуществляется по зависимостям: для координат точек пересечения прямолинейных участков двух соседних режущих кромок (4.15) и для координат точек пересечения прямолинейного участка левой режущей кромки с проекцией линии зацепления на профилирующую плоскость (4.16). Значения координат точек, при-

надлежащих режущей кромке инструмента, полученные в результате расчетов заносим в Приложение И.

Для повышения геометрической точности нарезаемых зубьев определим значения тангенциальной коррекции положения РИ. Значения тангенциальной коррекции положения РИ определяются для всех сечений по длине пространственно-модифицированного зуба. Решением системы уравнений (4.19) определяются параметры сплайна $\lambda_0^{в.о.}$ и $\lambda_n^{в.о.}$ для граничных точек кривой пересечения боковой поверхности пространственно-модифицированного зуба с профилирующей плоскостью. Решая уравнение (4.20) определяем координаты по толщине зуба, соответствующие теоретическим значениям толщины. Значение тангенциальной коррекции определяется исходя из того, что обеспечиваются минимальное относительное отклонение реально нарезаемого профиля от теоретически рассчитанного по зависимости (4.21). Данные с результатами расчетов значений тангенциальной коррекции положения РИ по сечениям вдоль линии зуба записываем в таблицу 4.4.

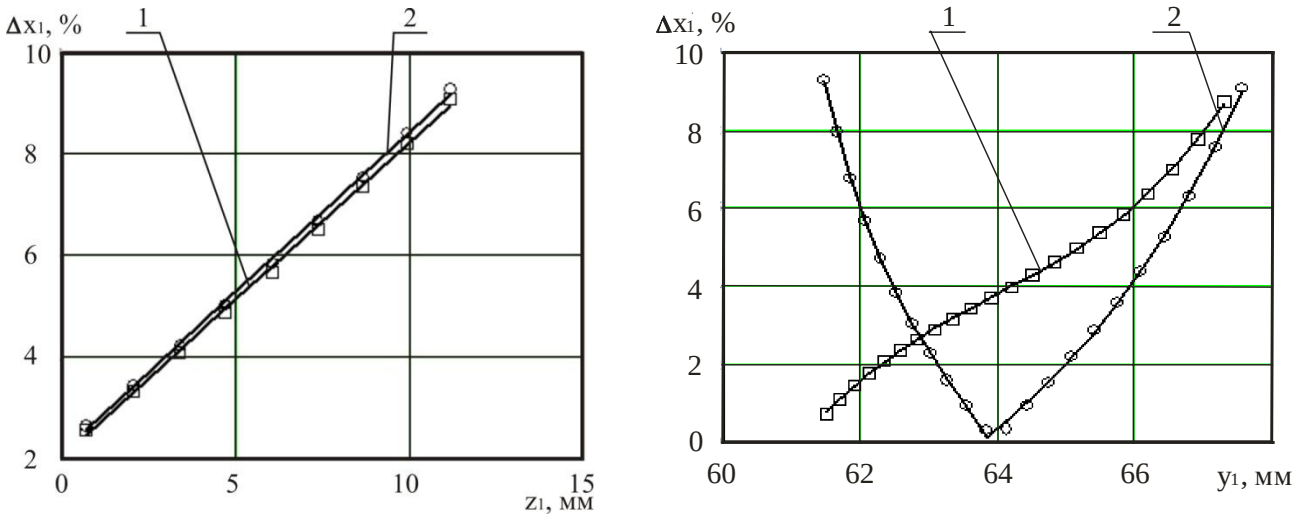
После определения значений тангенциальной коррекции РИ по сечениям зуба рассчитываем координаты реально нарезаемого профиля по зависимостям (4.22) и (4.23). Значения, полученные в результате расчетов, заносим в Приложение И. Из данных Приложения И видно, что отклонения толщины зубьев распределены неравномерно как по высоте зубьев, так и по их длине рисунок 4.5. Так в средней части активной боковой поверхности зубьев отклонения минимальны, а в районе делительной окружности стремятся к нулю. Максимальные отклонения толщины зубьев наблюдаются на головке и ножке зубьев. Такая картина распределения отклонений свидетельствует о том, что профиль зуба, который можно получить выбранным способом обработки, отличается от теоретического профиля. И дальнейшее повышение точности обработки возможно путем коррекции исходного производящего контура в соответствии с геометрией боковой поверхности нарезаемых зубьев.

Таблица 4.3. Координаты граничных точек прямолинейных участков режущей кромки инструмента

№ п/п	Левая режущая кромка				Правая режущая кромка			
	$x_0^{ч.фр.}$, мм	$y_0^{ч.фр.}$, мм	$x_0^{ч.фр.}$, мм	$y_0^{ч.фр.}$, мм	$x_0^{ч.фр.}$, мм	$y_0^{ч.фр.}$, мм	$x_0^{ч.фр.}$, мм	$y_0^{ч.фр.}$, мм
0	10,213	4	13,125	-4	16,496	-4	19,408	4
1	9,315	4	12,227	-4	15,598	-4	18,510	4
2	8,418	4	11,329	-4	14,701	-4	17,613	4
3	7,520	4	10,432	-4	13,803	-4	16,715	4
4	6,623	4	9,534	-4	12,906	-4	15,817	4
5	5,725	4	8,637	-4	12,008	-4	14,920	4
6	4,827	4	7,739	-4	11,11	-4	14,022	4
7	3,930	4	6,841	-4	10,213	-4	13,125	4
8	3,032	4	5,944	-4	9,315	-4	12,227	4
9	2,135	4	5,046	-4	8,418	-4	11,329	4
10	1,237	4	4,149	-4	7,520	-4	10,432	4
11	0,339	4	3,251	-4	6,623	-4	9,534	4
12	-0,558	4	2,353	-4	5,725	-4	8,637	4
13	-1,456	4	1,456	-4	4,827	-4	7,739	4
14	-2,353	4	0,558	-4	3,930	-4	6,841	4
15	-3,251	4	-0,339	-4	3,032	-4	5,944	4
16	-4,149	4	-1,237	-4	2,135	-4	5,046	4
17	-5,046	4	-2,135	-4	1,237	-4	4,149	4
18	-5,944	4	-3,032	-4	0,339	-4	3,251	4
19	-6,841	4	-3,930	-4	-0,558	-4	2,353	4
20	-7,739	4	-4,827	-4	-1,456	-4	1,456	4
21	-8,637	4	-5,725	-4	-2,353	-4	0,558	4
22	-9,534	4	-6,623	-4	-3,251	-4	-0,339	4
23	-10,432	4	-7,520	-4	-4,149	-4	-1,237	4
24	-11,329	4	-8,418	-4	-5,046	-4	-2,135	4
25	-12,227	4	-9,315	-4	-5,944	-4	-3,032	4
26	-13,125	4	-10,213	-4	-6,841	-4	-3,930	4

Таблица 4.4. Расчет значений тангенциальной коррекции положения РИ

№ сечения	λp_0	λp_n	$x0_vo_0$, мм	$x0_vo_n$, мм	kt_i
0	$-5{,}6434*10^{-3}$	0,097	1,517	3,917	0
1	$9{,}371*10^{-3}$	0,1194	1,532	3,656	$-3{,}024*10^{-4}$
2	$9{,}4957*10^{-3}$	0,1224	1,501	3,628	$-6{,}049*10^{-4}$
3	$9{,}2415*10^{-3}$	0,1199	1,471	3,598	$-1{,}435*10^{-3}$
4	$9{,}2254*10^{-3}$	0,1205	1,441	3,568	$-2{,}221*10^{-3}$
5	$9{,}3307*10^{-3}$	0,1229	1,411	3,538	$-3{,}094*10^{-3}$
6	$9{,}1298*10^{-3}$	0,121	1,381	3,508	$-3{,}947*10^{-3}$
7	$9{,}2084*10^{-3}$	0,123	1,352	3,479	$-4{,}8*10^{-3}$
8	$9{,}0407*10^{-3}$	0,1216	1,322	3,449	$-5{,}501*10^{-3}$
9	$8{,}9888*10^{-3}$	0,1218	1,293	3,421	$-6{,}392*10^{-3}$



а) б)

Рисунок 4.5. Графики изменения относительных значений отклонений толщины зуба: а - по длине зуба (1 - на головке зуба, 2 - на ножке зуба) б - по высоте зуба (1 - в среднем сечении зубчатого венца, 2 - в торцовом сечении зубчатого венца)

Относительные отклонения толщины зубьев на головке и ножке не существенно отличаются друг от друга, и составляют в среднем до 2,88% (без учета первого сечения, где профиль пересекает линию раздела двух боковых поверхностей), что свидетельствует о достаточности приближения зубьев, которые могут быть нарезаны в соответствии с предложенным способом обработки, к теоретически рассчитанным.

Параметры предварительно принятой траектории относительного перемещения инструмента были скорректированы с учетом рассчитанных значений тангенциальной коррекции инструмента. Поэтому, рассчитаем уточненные координаты точек траектории относительного перемещения РИ по зависимостям (4.24). Уточненные значения координат точек траектории заносим в таблицу 4.5, проекции уточненной пространственной траектории на плоскости абсолютной системы координат представляем на рисунке 4.6.

После уточнения параметров траектории относительного перемещения РИ определяются параметры профилирующей плоскости по зависимостям (3.33), (3.34) и параметры перехода от системы координат $x_1y_1z_1$, к системе координат x_0' y_0' z_0' , решением системы уравнений (3.12). Затем выполняется расчет координат точек пересечения профилирующей плоскости с боковой поверхностью зуба с

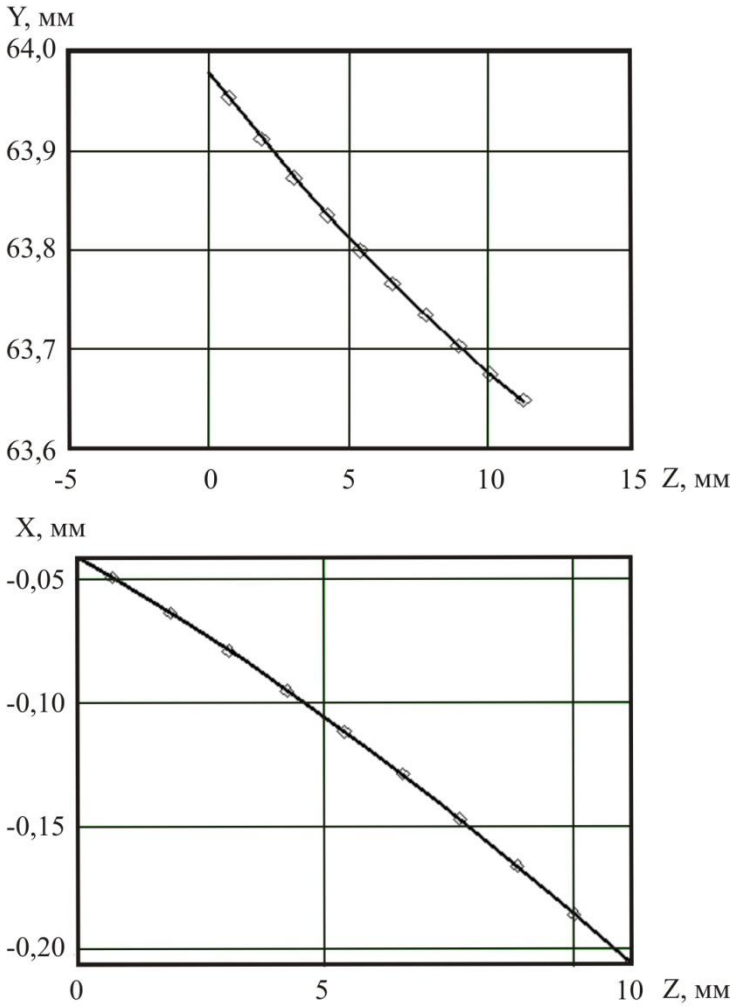


Рисунок 4.6. Проекции уточненной пространственной траектории относительного перемещения РИ: а - на плоскость XOZ; б - на плоскость YOZ

пространственной модификацией, используя системы уравнений (4.1). Координаты точек на боковой поверхности зубьев приводятся к одному положению зуба (2.53) и к вертикальной оси одного зуба (2.55). После чего выполняется аппроксимация уточненных координат точек в сечении боковой поверхности зуба шестерни профилирующей плоскостью, приведенных к одному положению зуба и к вертикальной оси сплайнами Безье. Параметры сплайнов определяем решением системы уравнений (4.4). Значения, полученные в результате расчетов заносим в Приложение И.

Таблица 4.5. Параметры траектории относительного перемещения РИ с учетом значений тангенциальной коррекций положения инструмента

№ точки	x_i^{mp}, мм	y_i^{mp}, мм	z_i^{mp}, мм	Ap	Bp	Cp	Dp	αx, рад	αy, рад
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	-0,049	63,954	0,675	-6,5628	-19,7808	552,8693	891,7459	-0,03576	-0,01186
1	-0,064	63,912	1,86	-6,9181	-18,8709	550,7935	181,072	-0,03425	-0,01255
2	-0,079	63,873	3,041	-7,2683	-17,9782	548,6981	-520,9712	-0,03275	-0,01324
3	-0,095	63,835	4,218	-7,6134	-17,1028	546,5835	-1,2143e3	-0,03128	-0,01392
4	-0,112	63,799	5,39	-7,9533	-16,2444	544,4498	-1,899e3	-0,02983	-0,0146

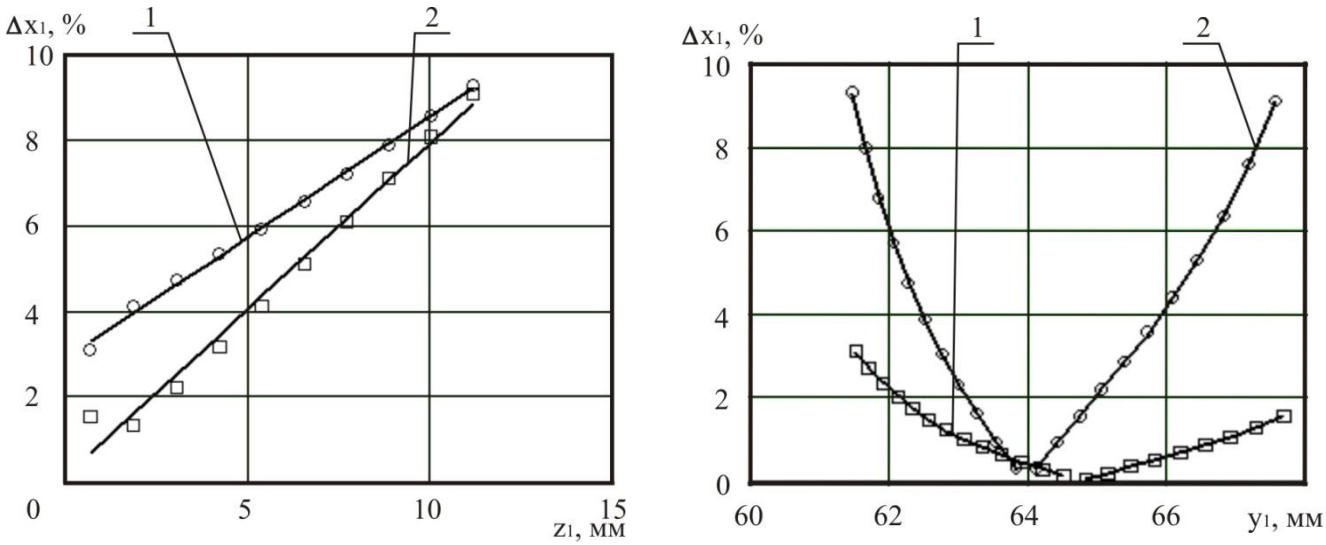
Продолжение таблицы 4.5.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5	-0,129	63,765	6,557	-8,2881	-15,403	542,2971	-2,5748e3	-0,0284	-0,01528
6	-0,147	63,733	7,72	-8,6179	-14,5785	540,1255	-3,2419e3	-0,02698	-0,01595
7	-0,166	63,703	8,878	-8,9426	-13,7708	537,9353	-3,9001e3	-0,02559	-0,01662
8	-0,186	63,674	10,031	-9,2623	-12,9797	535,7266	-4,5494e3	-0,02422	-0,01728
9	-0,206	63,647	11,18	-9,5769	-12,2052	533,4995	-5,1897e3	-0,02287	-0,01794

Уточняются значения координат граничных точек прямолинейных участков режущей кромки инструмента (4.5), рассчитываются координаты точек, получаемых при формообразовании боковой поверхности зуба шестерни червячной фрезой по зависимостям (4.8) и (4.13). Полученные значения координат приводятся к нулевому положению зуба фрезы в соответствии с системой уравнений (4.14) и к вертикальной оси нарезаемого зуба (4.15) и (4.16). Значения координат точек, принадлежащих режущей кромке инструмента, полученные в результате расчетов заносим в Приложение И.

Сравним теоретические значения координат точек на боковой поверхности пространственно-модифицированного зуба с координатами, которые будут получены при обработке в случае перемещении РИ относительно заготовки по рассчитанной траектории без учета деформаций элементов системы СПИД. Для оценки геометрической точности нарезаемых зубьев с пространственной модификацией рассчитаем теоретические значения координат для найденных ранее координат реально нарезаемого профиля используя зависимость (4.25). В результате решения уравнения определяем значение параметра сплайна $\lambda_i^{в.о.}$, соответствующего текущему значению координаты точки боковой поверхности, получаемой при формообразовании. Подставив полученное значение параметра сплайна $\lambda_i^{в.о.}$ в первое уравнение системы (4.3), рассчитаем теоретическое значение координаты $x_{101_vo_i}$ точки. Для полученных таким образом теоретического и, получаемого в результате теоретического формообразования, значений координат рассчитаем абсолютную (4.26) и относительную (4.27) погрешности для всех рассчитанных

точек реально получаемого профиля рассматриваемого сечения и для ряда сечений вдоль зуба. Используя результаты расчетов, строим графики зависимости отклонений координат по длине и по высоте зубьев рисунок 4.7.



а) б)

Рисунок 4.7. Графики изменения относительных значений отклонений толщины зуба: а - по длине зуба (1 - на ножке зуба, 2 - на головке зуба); б - по высоте зуба (1 - в среднем сечении зубчатого венца, 2 - в торцовом сечении зубчатого венца)

Как видно из графиков наибольшая относительная погрешность отклонения толщины зуба не превышает: на границах активной боковой поверхности зубьев ±9,3%, в пределах активной боковой поверхности зубьев порядка ±6,3%. В районе делительного диаметра шестерни отклонения толщины нарезаемых зубьев стремятся к нулю.

Таким образом, аналитически получены параметры пространственной криволинейной траектории относительного перемещения РИ при зубофрезеровании зубьев с комплексной пространственной модификацией методом обкатки червячной фрезой.

4.3.4. Определение параметров линейной траектории относительного перемещения РИ при нарезании зубчатого венца с комплексной пространственной модификацией зубьев

Исходными данными для определения параметров траектории относительного перемещения РИ, работающего по методу обкатки, являются данные, полученные при выполнении аппроксимации профиля зуба с пространственной модификацией сплайнами Безье третьего порядка (п. 4.3.2.). Координаты точек линейной траектории предварительно определятся исходя из максимального изменения координат точек сплайна, в сечении делительным цилиндром, которое составляет -0,05мм. Выбрав предварительно количество точек на траектории *n=10,* по зависимости (3.1) рассчитываем распределение координат точек траектории относительного перемещения РИ и заносим в таблицу 4.6.

Считая, что профилирующая плоскость проходит через середину отрезка, соединяющего две соседние точки траектории перемещения РИ, определяем постоянные коэффициенты в уравнении плоскости по зависимостям (3.3). Параметры перехода от системы координат $x_1y_1z_1$ к системе координат $x_0' y_0' z_0'$ определяются решением системы уравнений (3.12). Решив системы вида (3.12) для всех точек траектории, определим распределение параметров перехода от системы координат $x_1y_1z_1$ к системе координат $x_0' y_0' z_0'$. Значения, полученные в результате расчетов, заносим в таблицу 4.6.

Координаты точек пересечения профилирующей плоскости с боковой поверхностью зуба с комплексной пространственной модификацией определяются решением системы уравнений (4.1). В результате решения системы уравнений (4.1), получаем параметры контактирования сопряженных профилей ϕ_1, ϕ_2, z_2 и координаты контактных точек x_1, y_1, z_1 на боковой поверхности зуба при заданных значениях угла развернутости эвольвенты зубчатого колеса φ_2. Решив системы вида (4.1) для условий пересечения профилирующей плоскости для нескольких координат по высоте зуба шестерни, изменяя значения угла развернутости эвольвенты зубчатого колеса φ_2 от минимального до максимального значения,

получим теоретические значения координат точек на боковой поверхности зуба с пространственной модификацией. Выполнив последовательно расчеты для всех точек траектории относительного перемещения РИ, найдем семейство сечений боковой поверхности зуба с пространственной модификацией профилирующими плоскостями. Для совместного рассмотрения координат точек на боковой поверхности зубьев выполняем приведение координат точек в сечении боковой поверхности зуба шестерни профилирующей плоскостью к одному положению зуба (2.53) и к вертикальной оси одного зуба (2.55). Значения координат точек на боковой поверхности зуба, полученные в результате расчетов заносим в Приложение К.

Таблица 4.6. Параметры траектории относительного перемещения РИ и профилирующих плоскостей

№ точки	x_i^{mp}, мм	y_i^{mp}, мм	z_i^{mp}, мм	Ap	Bp	Cp	Dp	αx, рад	αy, рад
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	64	0	$-3{,}056*10^{-4}$	0	1,3889	0	0	$-2{,}2*10^{-4}$
1	$-1{,}528*10^{-4}$	64	0,694	$-3{,}056*10^{-4}$	0	1,3889	-0,9645	0	$-2{,}2*10^{-4}$
2	$-1{,}069*10^{-3}$	64	2,083	$-1{,}528*10^{-3}$	0	1,3889	-2,8935	0	$-1{,}1*10^{-3}$
3	$-3{,}323*10^{-3}$	64	3,472	$-2{,}979*10^{-3}$	0	1,3889	-4,8225	0	$-2{,}145*10^{-3}$
4	$-7{,}295*10^{-3}$	64	4,861	$-4{,}965*10^{-3}$	0	1,3889	-6,7516	0	$-3{,}575*10^{-3}$
5	-0,013	64	6,25	$-5{,}5*10^{-3}$	0	1,3889	-8,6806	0	$-3{,}96*10^{-3}$
6	-0,019	64	7,639	-6,722*10-3	0	1,3889	-10,6097	0	-4,84*10-3
7	-0,026	64	9,028	-7,944*10-3	0	1,3889	-12,5388	0	-5,7199*10-3
8	-0,035	64	10,417	-9,167*10-3	0	1,3889	-14,4679	0	-6,5999*10-3
9	-0,045	64	11,806	-0,011	0	1,3889	-16,3971	0	-7,8398*10-3

Аппроксимация координат точек кривой в сечении боковой поверхности зуба шестерни профилирующей плоскостью, приведенных к одному положению зуба и к вертикальной оси зуба выполняется сплайнами Безье четвертого порядка (4.3). Параметры сплайнов определяются решением системы уравнений вида (4.4). Значения параметров сплайна, полученные в результате расчетов заносим в Приложение К.

Координаты граничных точек прямолинейных участков режущей кромки инструмента с учетом параметров траектории относительного перемещения РИ определяются системой уравнений (4.5). Значения координат точек, получаемых при формообразовании боковой поверхности зуба шестерни червячной фрезой, рассчитываются по зависимостям: для координат точек пересечения прямолинейных участков двух соседних режущих кромок по зависимостям (4.8), для координат точек пересечения прямолинейного участка левой режущей кромки с проекцией линии зацепления на профилирующую плоскость по зависимостям (4.13). Приведение координат точек получаемых при формообразовании к нулевому положению зуба фрезы осуществляется в соответствии с системой уравнений (4.14). Приведение координат точек, получаемых при формообразовании боковой поверхности зуба шестерни червячной фрезой к вертикальной оси нарезаемого зуба, осуществляется по зависимостям: для координат точек пересечения прямолинейных участков двух соседних режущих кромок (4.15) и для координат точек пересечения прямолинейного участка левой режущей кромки с проекцией линии зацепления на профилирующую плоскость (4.16). Значения координат точек, принадлежащих режущей кромке инструмента, полученные в результате расчетов заносим в Приложение К.

Для повышения геометрической точности нарезаемых зубьев определим значения радиальной и тангенциальной коррекций положения РИ. При обработке выбранным способом - с постоянной величиной радиальной коррекции РИ, значение радиальной коррекции в плоскости симметрии зубчатого венца определяется исходя из условий, что обеспечивается минимальное относительное отклонение реально нарезаемого профиля от теоретически рассчитанного и что траектория относительного перемещения РИ проходит через вертикальную ось впадины зуба, решением системы уравнений (4.18). Подставив в систему уравнений (4.18) известные значения координат (таблица 4.7.), определим неизвестные параметры сплайна, значение отклонения толщины зуба и значение радиальной коррекции положения РИ.

Таблица 4.7. Данные для определения значение радиальной коррекции положения РИ

$x_{101_vo_0}(\lambda_0)$, мм	$y_{101_vo_0}(\lambda_0)$, мм	$x_{101_vo_n}(\lambda_n)$, мм	$y_{101_vo_n}(\lambda_n)$, мм	$x0_vo^{пл.з.}_{р.к.0}$, мм	$y0_vo^{пл.з.}_{р.к.0}$, мм
1,2123	68,5186	3,7893	61,0069	1,5861	67,7542
$x0_vo^{пл.з.}_{р.к.n}$, мм	$y0_vo^{пл.з.}_{р.к.n}$, мм	λ_0	λ_n	$\Delta x0_vo$, мм	$k_г$, мм
3,5835	61,5209	$8{,}23473*10^{-3}$	0,11551	0,0313	-0,1283

Решив систему уравнений (4.18) для рассматриваемых условий обработки, получим значение -0,1283 мм (таблица 4.7.). Принимаем значение радиальной коррекции положения РИ -0,13 мм.

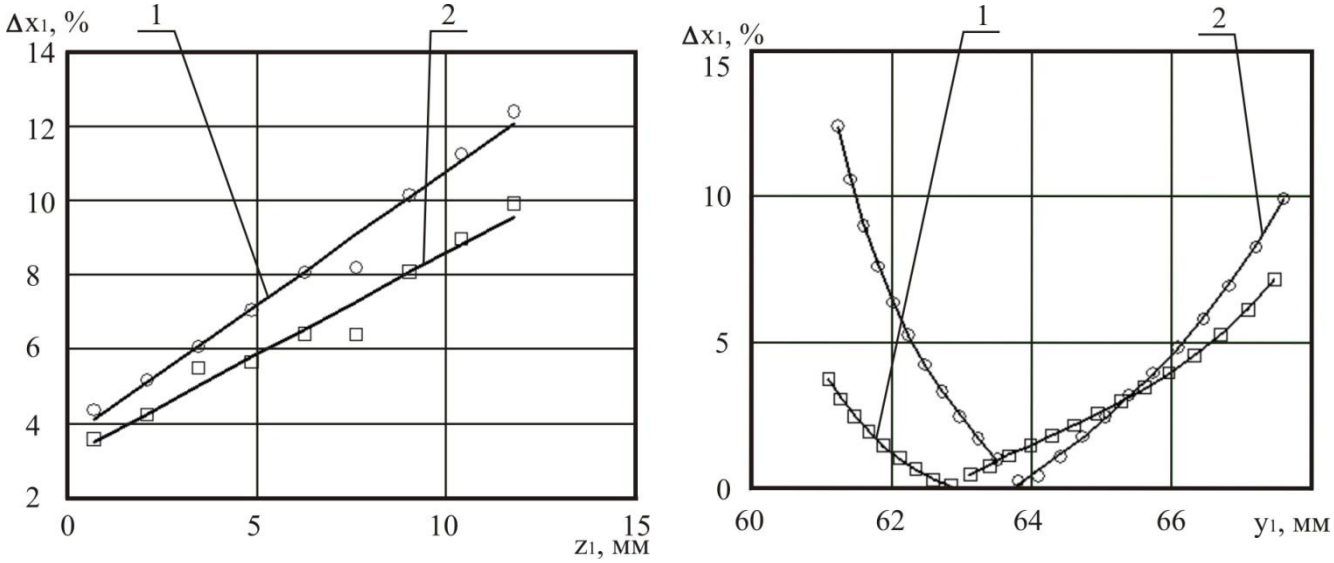
Значения тангенциальной коррекции положения РИ определяются для всех сечений по длине пространственно-модифицированного зуба. Решением системы уравнений (4.19) определяются параметры сплайна $\lambda_0^{в.о.}$ и $\lambda_n^{в.о.}$ для граничных точек кривой пересечения боковой поверхности пространственно-модифицированного зуба с профилирующей плоскостью. Решая уравнение (4.20) определяем координаты по толщине зуба, соответствующие теоретическим значениям толщины. Значение тангенциальной коррекции определяется исходя из того, что обеспечивается минимальное относительное отклонение реально нарезаемого профиля от теоретически рассчитанного по зависимости (4.21). Данные с результатами расчетов значений тангенциальной коррекции положения РИ по сечениям вдоль линии зуба записываем в таблицу 4.8.

После определения значений тангенциальной коррекции РИ рассчитываем координаты точек реально нарезаемого профиля по зависимостям (4.22) и (4.23). Значения, полученные в результате расчетов, заносим в Приложение К. Из данных Приложения К видно, что отклонения толщины зубьев распределены неравномерно как по высоте зубьев, так и по их длине рисунок 4.8. Так в средней части активной боковой поверхности зубьев отклонения минимальны, а в районе делительной окружности стремятся к нулю. Максимальные отклонения толщины

зубьев наблюдаются на головке и ножке зубьев. Такая картина распределения отклонений свидетельствует о том, что:

Таблица 4.8. Расчет значений тангенциальной коррекции положения РИ

№ сечения	λp_0	λp_n	$x0_vo_0$, мм	$x0_vo_n$, мм	kt_i
0	$8{,}2347*10^{-3}$	0,1155	1,536	3,696	0
1	$8{,}3465*10^{-3}$	0,1184	1,539	3,696	-0,018
2	$8{,}6063*10^{-3}$	0,1230	1,543	3,697	-0,052
3	$8{,}5588*10^{-3}$	0,1208	1,545	3,697	-0,086
4	$8{,}6944*10^{-3}$	0,1215	1,546	3,695	-0,118
5	$8{,}9413*10^{-3}$	0,1238	1,545	3,692	-0,149
6	$9{,}0261*10^{-3}$	0,1239	1,544	3,688	-0,179
7	$9{,}0600*10^{-3}$	0,1233	1,541	3,682	-0,208
8	$9{,}1568*10^{-3}$	0,1237	1,537	3,676	-0,236
9	$9{,}1942*10^{-3}$	0,1235	1,531	3,669	-0,263



а) б)

Рисунок 4.8. Графики изменения относительных значений отклонений толщины зуба: а - по длине зуба (1 - на ножке зуба, 2 - на головке зуба); б - по высоте зуба (1 - в среднем сечении зубчатого венца, 2 - в торцовом сечении зубчатого венца)

- профиль зуба, который можно получить выбранным способом обработки, отличается от теоретического профиля, и в случае значительного отклонения необходимо корректировать исходный производящий контур в соответствии с геометрией нарезаемых зубьев;

- параметры предварительно принятой траектории относительного перемещения инструмента не позволяют в достаточной мере приблизиться к параметрам

нарезаемых зубьев к теоретически точной пространственной модификации зубьев, и требуется уточнение параметров траектории относительного перемещения РИ путем введения радиальной и тангенциальной коррекции положения инструмента;

- относительные отклонения толщины зубьев на головке и ножке существенно отличаются друг от друга, в среднем до 23,18%, что так же свидетельствует о не достаточности приближения зубьев к теоретически рассчитанной пространственной модификации.

Так как в данной работе принят стандартный исходный производящий контур, то управлять геометрической точностью зубьев можно, изменяя параметры траектории относительного перемещения РИ путем введения радиальной и тангенциальной коррекции положения инструмента.

Координаты точек траектории относительного перемещения РИ уточняются с учетом найденных значений радиальной и тангенциальной коррекций положения инструмента по зависимостям (4.24). Уточненные значения координат точек траектории заносим в таблицу 4.9.

Таблица 4.9. Параметры траектории относительного перемещения РИ с учетом значений радиальной и тангенциальной коррекций положения инструмента

№ точки	x_i^{mp}, мм	y_i^{mp}, мм	z_i^{mp}, мм	Расчетный угол наклона линии зуба, град
0	$2{,}823*10^{-5}$	63,872	0	-
1	-0,018	63,872	0,694	1,46126
2	-0,053	63,872	2,083	1,46428
3	-0,089	63,872	3,472	1,46658
4	-0,125	63,872	4,861	1,4694
5	-0,161	63,872	6,249	1,47224
6	-0,197	63,872	7,638	1,47687
7	-0,233	63,872	9,027	1,47936
8	-0,27	63,872	10,415	1,48369
9	-0,385	63.872	11,803	1,48769

Расчетное среднее значение угла наклона линии зуба 1,47344 °. Принимаем угол наклона линии зуба 1,5° и уточняем координаты узловых точек траектории (таблица 4.10.)

Таблица 4.10. Параметры уточненной траектории относительного перемещения РИ и профилирующих плоскостей

№ точки	x_i^{mp}, мм	y_i^{mp}, мм	z_i^{mp}, мм	Ap	Bp	Cp	Dp	αx, рад	αy, рад
0	0	63,8717	0	$-8.8574*10^{-3}$	0	0.3382	0	0	-0.0262
1	-0,0177	63,8717	0,6765	-0.0177	0	0.6776	-0.229	0	-0.0262
2	-0,0533	63,8717	2,0336	-0.0355	0	1.3571	-1.8403	0	-0.0262
3	-0,0889	63,8717	3,3947	-0.0356	0	1.361	-3.6965	0	-0.0262
4	-0,1247	63,8717	4,7615	-0.0358	0	1.3668	-5.5779	0	-0.0262
5	-0,1606	63,8717	6,1337	-0.0359	0	1.3722	-7.4804	0	-0.0262
6	-0,1969	63,8717	7,5202	-0.0363	0	1.3865	-9.4721	0	-0.0262
7	-0,2331	63,8717	8,9024	-0.0362	0	1.3821	-11.357	0	-0.0262
8	-0,2698	63,8717	10,3018	-0.0366	0	1.3994	-13.4466	0	-0.0262
9	-0,3065	63,8717	11,7066	-0.0368	0	1.4048	-15.4693	0	-0.0262

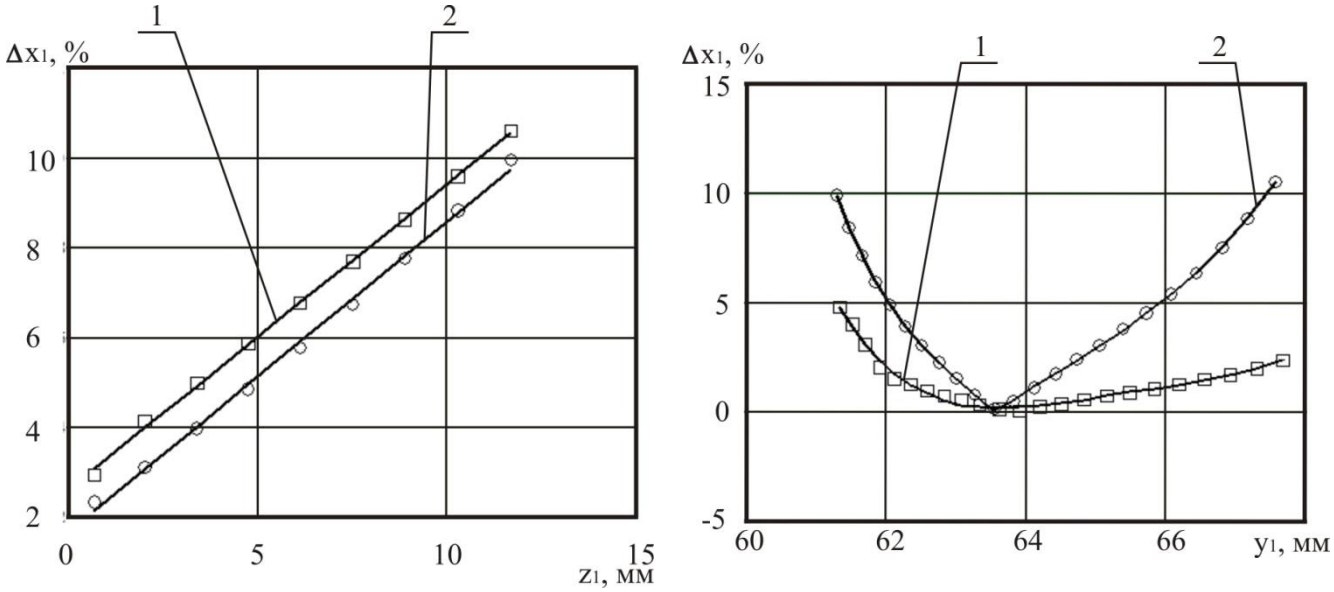
После уточнения параметров траектории относительного перемещения РИ определяются параметры профилирующей плоскости по зависимостям (3.33), (3.34) и параметры перехода от системы координат $x_1y_1z_1$, к системе координат $x_0' y_0' z_0'$, решением системы уравнений (3.12). После чего выполняется расчет координат точек пересечения профилирующей плоскости с боковой поверхностью зуба с пространственной модификацией, используя системы уравнений (4.1). Координаты точек на боковой поверхности зубьев приводятся к одному положению зуба (2.53) и к вертикальной оси одного зуба (2.55). Затем выполняется аппроксимация уточненных координат точек в сечении боковой поверхности зуба шестерни профилирующей плоскостью, приведенных к одному положению зуба и к вертикальной оси сплайнами Безье, параметры сплайнов определяем решением системы уравнений (4.4). Значения, полученные в результате расчетов, заносим в Приложение К.

Уточняются значения координат граничных точек прямолинейных участков режущей кромки инструмента (4.5), рассчитываются координаты точек, получаемых при формообразовании боковой поверхности зуба шестерни червячной фрезой по зависимостям (4.8) и (4.13). Полученные значения координат приводятся к нулевому положению зуба фрезы в соответствии с системой уравнений (4.14) и к вертикальной оси нарезаемого зуба (4.15) и (4.16). Значения координат точек принадлежащих режущей кромке инструмента, полученные в результате расчетов заносим в Приложение К.

Сравним теоретические значения координат точек на боковой поверхности пространственно-модифицированного зуба с координатами, которые будут получены при обработке в случае перемещении РИ относительно заготовки по рассчитанной траектории без учета деформаций элементов системы СПИД. Для оценки геометрической точности нарезаемых зубьев с пространственной модификацией рассчитаем теоретические значения координат для найденных ранее координат реально нарезаемого профиля, используя зависимость (4.25). В результате решения уравнения определяем значение параметра сплайна $\lambda_i^{в.о.}$, соответствующего текущему значению координаты точки боковой поверхности, получаемой при формообразовании. Подставив полученное значение параметра сплайна $\lambda_i^{в.о.}$ в первое уравнение системы (4.3), рассчитаем теоретическое значение координаты $x_{101_vo_i}$ точки. Для полученных таким образом теоретического и, получаемого в результате теоретического формообразования, значений координат рассчитаем абсолютную (4.26) и относительную (4.27) погрешности для всех рассчитанных точек реально получаемого профиля рассматриваемого сечения и для ряда сечений вдоль зуба. Используя результаты расчетов, строим графики зависимости отклонений координат по длине и по высоте зубьев (рисунок 4.9) и график изменения в процентном отношении отклонений на головке и ножке зуба (рисунок 4.10).

Как видно из графиков - рисунок 4.9. а значения относительных отклонений на головке и ножке зуба приближаются друг к другу, а значит, обеспечивается примерно одинаковая геометрическая точность получения координат по толщине

зубьев. Наибольшая относительная погрешность отклонения толщины зуба не превышает: на границах активной боковой поверхности зубьев ±10,6%, в пределах активной боковой поверхности зубьев не более ±8%. В районе делительного диаметра шестерни отклонения толщины нарезаемых зубьев стремятся к нулю. Относительные отклонения толщины зубьев на головке и ножке вдоль линии зуба менее существенно отличаются друг от друга, в среднем до 14,84%.



а) б)

Рисунок 4.9. Графики изменения относительных значений отклонений толщины зуба: а - по длине зуба (1 - на головке зуба, 2 - на ножке зуба); б - по высоте зуба (1 - в среднем сечении зубчатого венца, 2 - в торцовом сечении зубчатого венца)

Таким образом, аналитически получены параметры для настройки зубофрезерного станка при обработке зубчатого венца с комплексной пространственной модификацией зубьев на существующем серийном оборудовании стандартным режущим инструментом методом обкатки.

Выполним оценку точности подхода по аналитическому определению параметров для настройки зубофрезерного станка. Для чего рассчитаем значения относительных отклонений толщины зубьев в зависимости от изменения угла наклона траектории относительного перемещения РИ. Результаты расчетов заносим в таблицу 4.11. По данным таблицы 4.11 строим графики изменения относительного отклонения толщины зубьев в зависимости от отклонения угла траектории относительного перемещения РИ (рисунок 4.10).

Таблица 4.11. Значения максимальных относительных отклонений толщины зубьев в зависимости от изменения угла наклона траектории относительного перемещения РИ

Отклонения угла наклона траектории относительного перемещения РИ, град	-0,75	-0,50	-0,25	0	0,25	0,50	0,75
δx_vo max головки зуба, %	-0,3257	4,328	6,988	10,577	13,703	17,29	19,333
δx_vo max ножки зуба, %	-14,721	-15,521	-11,625	-9,933	-9,879	-8,115	-7,384

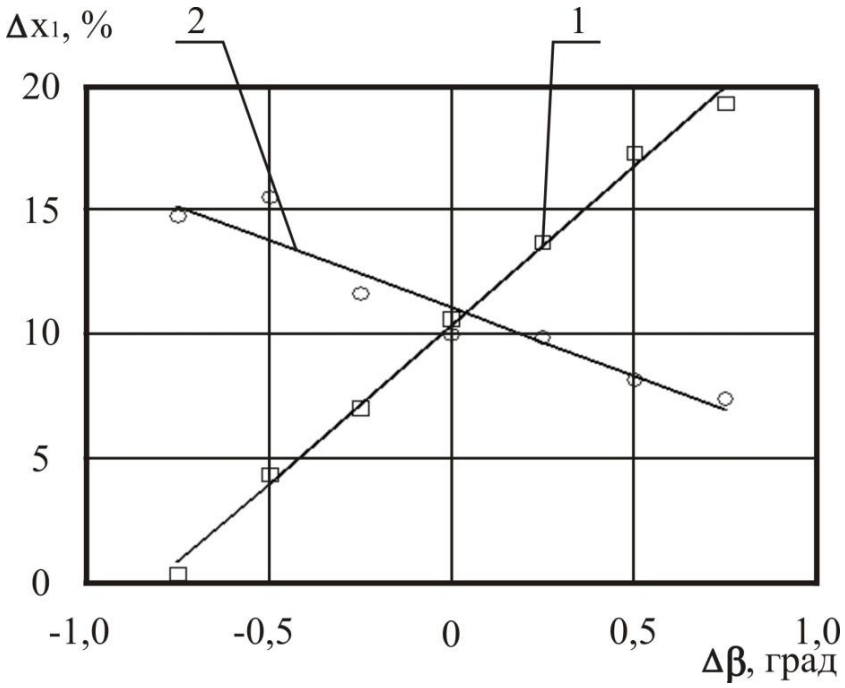


Рисунок 4.10. Графики зависимости максимальных отклонений толщины зубьев от изменения угла наклона траектории относительного перемещения РИ (1 - на головке зуба, 2 - на ножке зуба)

Как видно из рисунка 4.10, при отклонении угла наклона траектории относительного перемещения РИ от расчетного значения максимальная величина относительной погрешности растет, а также не равномерно распределяются отклонения на головке и ножке зуба шестерни. И существует такой угол наклона траектории, соответствующий аналитически полученному значению, при котором величины относительных отклонений являются минимальными и равными по модулю. Таким образом, предложенный подход по повышению геометрической точности пространственно-модифицированных зубьев позволяет обеспечить наибольшую точность нарезания зубчатых венцов для рассматриваемых технологических способов.

Многокоординатная обработка зубчатых венцов в соответствии с предложенным в п. 4.1 способом, позволяет получать зубчатые венцы с приближенной пространственной модификацией зубьев с достаточной точностью. Отклонения координат по толщине зуба при обработке червячной фрезой в среднем не превышают при перемещении:

- по пространственной относительной траектории: максимальные ±9,3%; в пределах активной боковой поверхности зубьев - ±6,3%;

- по линейной траектории - максимальные ±10,6%; в пределах активной боковой поверхности зубьев - ±8%.

Таким образом, перемещение РИ по пространственной траектории относительного перемещения позволяет повысить геометрическую точность нарезаемых зубьев на 21,2%, а максимальные отклонения снижаются на 12,3% по сравнению с линейной траекторией относительного перемещения РИ.

4.4. Аппроксимация координат точек исходного профиля стандартных червячных фрез сплайнами Безье

Геометрия профиля режущей кромки зуба червячной фрезы традиционно задается размерами [406, 412] или зависимостями в матрично-векторном виде [408, 409]. Задание геометрии профиля режущей кромки размерами выполняется дискретно и в основном применяется при построении двухмерных изображений. В этом случае проведение автоматизированных расчетов различного вида с участием координат точек, принадлежащих режущей кромке инструмента, имеет ряд существенных ограничений, так как получение результатов может быть только для ограниченного количества таких точек.

Матрично-векторный способ задания геометрии профиля зуборезного инструмента позволяет задавать множество точек, принадлежащих режущей кромке инструмента. При этом геометрия режущей части инструмента задается в виде функций координат точек, что в значительной мере способствует автоматизации проводимых расчетов и позволяет получать непрерывную последовательность

значения координат точек принадлежащих режущей кромке инструмента [408, 409, 410]. Кромка червячной фрезы состоит из нескольких участков с различной геометрией (сопряжение прямолинейных участков, дуг окружностей и прямолинейных участков, расположенных под углом) каждый из участков описывается собственной системой уравнений. Чем сложнее геометрия режущей кромки, особенно в случае зуборезного инструмента, тем большее требуется расчетных модулей и выполняемых операций, в соответствии с количеством участков на режущей кромке. Кроме того отдельное рассмотрение участков в трехмерных постановках технологических задач не позволяет в одном расчетном модуле или подпрограмме рассчитать некоторые величины, например параметры среза, в местах сопряжения двух соседних участков режущей кромки фрезы.

В технологических задачах, особенно в трехмерной их постановке, где рассматриваются взаимодействие режущего инструмента со сложной геометрической формой профиля и заготовки, желательно рассматривать аналитически описанные гладкие, дважды и более дифференцируемые кривые, с минимальным количеством управляемых элементов. В качестве таких кривых используем сплайны Безье [404, 405, 411].

Геометрия режущей кромки зуба червячной фрезы является объектом, состоящим из сопряжений прямолинейного участка, двух дуг окружности и двух прямолинейных участков расположенных под углом 20° к вертикальной оси (рисунок 4.11) [412]. По вертикальной оси режущую кромку можно разделить на правую и левую части и рассматривать отдельно, так как для описания целиком понадобится использовать сплайны Безье более высокого порядка - более пятого. Поэтому рассмотрим раздельно правую и левую части режущей кромки зуба червячной фрезы.

Геометрия каждого из участков задается в нормативно-технической документации размерами, определяющими координаты узловых точек. Для описания прямолинейных участков режущей кромки достаточно сплайнов Безье первого порядка. Для описания дуги окружности используют сплайны третьего порядка. Таким образом, для аналитического описания прямолинейного участка необходи-

мо знать координаты двух точек, определяющих концы рассматриваемого отрезка. Для описания дуги окружности необходимо задаваться 4 точками. Так как габаритные размеры участков – прямолинейного, расположенного под углом, и дуги окружности и прямолинейного на вершине зуба, существенно отличаются, то для повышения точности аппроксимации добавим еще по одной точке для дуги окружности и для прямолинейного участка расположенного под углом. Исходя из этого для аппроксимации профиля зуба червячной фрезы, представленного на рисунке 4.11, необходимо использовать сплайн Безье 5-го порядка.

Сплайн Безье пятого порядка определяется зависимостью вида (3.65). Записав уравнение (3.65) для каждой из координат рассматриваемой точки на профиле зуба червячной фрезы, получим систему для определения координат режущей кромки в Декартовой системе координат (3.66). Неизвестными в системе уравнений (3.66) являются: параметр сплайна λ и координаты опорных точек $Xp_1 – Xp_4$, $Yp_1 – Yp_4$. Для определения неизвестных координат опорных точек $Xp_1 – Xp_4$, $Yp_1 – Yp_4$ необходимо записать уравнения, входящие в систему (3.66), для восьми точек (3.67).

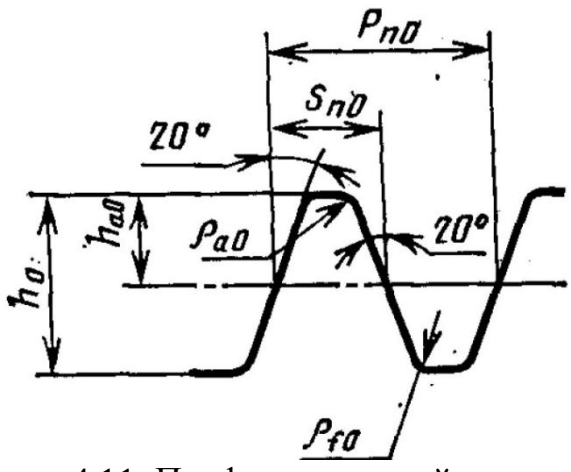


Рисунок 4.11. Профиль режущей кромки зуба червячной фрезы в нормальном сечении

Задаваясь координатами начала и конца кривой профиля зуба червячной фрезы Xp_0 и Xp_5, Yp_0 и Yp_5 и подставив в левую часть уравнений вместо функций $X(\lambda_i)$ и $Y(\lambda_i)$ значения координат узловых точек участков режущей кромки фрезы, получим систему для определения неизвестных параметров системы уравнений сплайна Безье пятого порядка (3.66).

Проведем расчеты по определению параметров сплайна, позволяющего выполнить аппроксимацию левой и правой части режущей кромки зуба червячной

фрезы. Координаты точек на режущей кромке червячной фрезы, в безразмерном виде (отнесенные к модулю), приведены в таблице 4.12.

Точки с номерами от 0 до 1 принадлежат прямолинейному участку профиля зуба, точки с 1 по 5 - участку дуги окружности, точки с 5 по 7 - прямолинейному участку, расположенному под углом 20°.

Подставив в левую часть уравнений системы (3.67) вместо функций $X(\lambda_i)$ и $Y(\lambda_i)$ значения координат узловых точек участков режущей кромки червячной фрезы, получим системы для определения параметров сплайна Безье пятого порядка, описывающего геометрию левой и правой частей режущей кромки зуба червячной фрезы. Решив полученные таким образом системы уравнений численными методами в математическом пакете MathCAD, определим неизвестные параметры сплайна (таблица 4.13).

Таблица 4.12. Координаты точек принадлежащих режущей кромке зуба червячной фрезы

№ точки левой части кромки	0	1	2	3	4	5	6	7
X, мм	0	-0,0644	-0,1953	-0,2823	-0,3224	-0,4214	-0,7650	-1,1086
Y, мм	0	0	0,0233	0,0687	0,1010	0,2500	1,1940	2,1381
№ точки правой части кромки	0	1	2	3	4	5	6	7
X, мм	0	0,0644	0,1953	0,2823	0,3224	0,4214	0,7650	1,1086
Y, мм	0	0	0,0233	0,0687	0,1010	0,2500	1,1940	2,1381

Подставив полученные в результате решения систем уравнений (3.67) координаты опорных точек в систему уравнений (3.66), получим зависимости для определения координат точек, описывающих геометрию режущей кромки зуба червячной фрезы. Выполнив расчеты по зависимостям (3.66), изменяя параметр сплайна λ от 0 до 1 с шагом 0,05, получим координаты точек принадлежащих сплайну, который описывает геометрию режущей кромки червячной фрезы (таблица 4.14 и таблица 4.15). По результатам расчета строим сплайны в Декартовой системе координат (рисунок 4.12).

Таблица 4.13. Результаты расчета параметров сплайна

Левая часть режущей кромки							
Xp_1, мм	Yp_1, мм	Xp_2, мм	Yp_2, мм	Xp_3, мм	Yp_3, мм	Xp_4, мм	Yp_4, мм
-0,07876	0,01539	-0,36159	-0,1286	-0,54397	0,55882	-0,17641	-0,41331
λ_0	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5	λ_6	λ_7
0	0,11065	0,27055	0,38114	0,44044	0,62336	0,90381	1
Правая часть режущей кромки							
Xp_1, мм	Yp_1, мм	Xp_2, мм	Yp_2, мм	Xp_3, мм	Yp_3, мм	Xp_4, мм	Yp_4, мм
0,06303	0,01931	0,3557	-0,14436	0,54846	0,56434	0,1715	-0,4255
λ_0	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5	λ_6	λ_7
0	0,11897	0,27923	0,38906	0,44776	0,62716	0,9043	1

Как видно из рисунка 4.12, полученные параметры сплайна позволяют достаточно точно аппроксимировать профиль зуба червячной фрезы сплайном Безье 5-го порядка. Для оценки точности аппроксимации профиля зуба фрезы сплайном определим значения координаты $X(\lambda)$ для заданного значения координаты Y (таблица 4.12) и сравним полученные значения координат $X(\lambda)$ с табличным стандартным значением X. Для чего определим параметр сплайна λ, подставив во второе уравнение системы (3.66) соответствующее значение координаты Y. Уравнение можно решить численными методами в математическом пакете MathCAD, составив программный блок в соответствии с блок-схемой представленной Приложении Г.

Таблица 4.14. Результаты расчетов координат точек сплайна, аппроксимирующего левую часть режущей кромки червячной фрезы

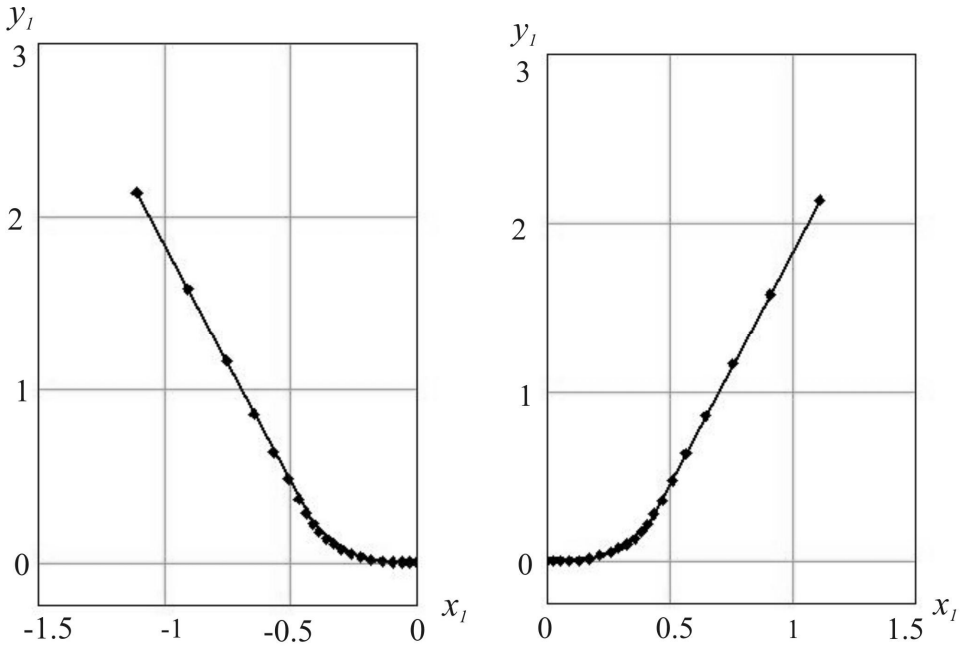
№ п/п	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
λ	0	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50
$X(\lambda)$, мм	0	-0,024	-0,057	-0,095	-0,136	-0,178	-0,220	-0,259	-0,296	-0,328	-0,358
$Y(\lambda)$, мм	0	$9{,}967 \cdot 10^{-4}$	$3{,}653 \cdot 10^{-5}$	$1{,}156 \cdot 10^{-3}$	$6{,}619 \cdot 10^{-3}$	0,017	0,033	0,054	0,078	0,107	0,139
№ п/п	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	
λ	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	1,00	
$X(\lambda)$, мм	-0,384	-0,409	-0,436	-0,468	-0,509	-0,566	-0,645	-0,755	-0,906	-1,109	
$Y(\lambda)$, мм	0,177	0,224	0,284	0,366	0,480	0,639	0,861	1,167	1,582	2,138	

Найденный параметр сплайна λ подставляем в уравнения системы (3.66) и определяем значения координат $X(\lambda)$ и $Y(\lambda)$ точки сплайна. Выполнив расчеты для всех координат Y точек, заданных в таблице 4.12, определим параметры сплайна λ

и значения координат. Для рассчитанных значений координат точек сплайна определим относительную погрешность.

Таблица 4.15. Результаты расчетов координат точек сплайна, аппроксимирующего правую часть режущей кромки червячной фрезы

№ п/п	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
λ	0	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50
$X(\lambda)$, мм	0	0,021	0,051	0,088	0,128	0,171	0,213	0,253	0,29	0,324	0,354
$Y(\lambda)$, мм	0	1,463 $*10^{-3}$	2,125 $*10^{-4}$	6,214 $*10^{-4}$	5,201 $*10^{-4}$	0,015	0,030	0,050	0,074	0,102	0,135
№ п/п	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	
λ	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	1,00	
$X(\lambda)$, мм	0,381	0,407	0,434	0,466	0,508	0,564	0,644	0,754	0,905	1,109	
$Y(\lambda)$, мм	0,173	0,219	0,2800	0,362	0,475	0,635	0,857	1,163	1,58	2,138	



а) б)

Рисунок 4.12. Аппроксимация геометрии режущей кромки червячной фрезы сплайном Безье пятого порядка: а – левая часть режущей кромки; б - правая часть режущей кромки

Таким образом, получены зависимости, которые позволяют выполнить аппроксимацию геометрии режущей кромки зуба червячной фрезы гладкой кривой в виде сплайна Безье 5-го порядка. Применение сплайнов Безье пятого порядка для аппроксимации геометрии режущей кромки червячной фрезы позволяет с высокой точностью описать ее геометрию, относительная погрешность в определении координаты $X(\lambda)$ *и* $Y(\lambda)$, которая не превышает 1%.

Полученные зависимости могут применяться при анализе закономерностей изменения параметров срезаемого слоя и силового нагружения режущих кромок инструментов, особенно при решении пространственных технологических задач на различных этапах технологического процесса.

4.5. Выводы

1. Разработаны способы многокоординатного зубофрезерования цилиндрических колес с пространственной модификацией зубьев методом обкатки червячной фрезой, которая в процессе формообразования перемещается по пространственной траектории, что позволяет нарезать зубья с геометрией боковой поверхности наиболее приближенной к теоретически рассчитанной.

2. Разработана методика аналитического определения параметров пространственной траектории относительного перемещения РИ, работающего по методу обкатки, при обработке зубчатых венцов с пространственной модификацией зубьев. Полученные зависимости позволяют определять координаты узловых точек траектории относительного перемещения РИ в процессе многокоординатной обработки зубчатых венцов с пространственной модификацией зубьев на станках с ЧПУ.

3. В результате выполнения теоретических исследований геометрической точности зубьев, нарезаемых способом обкатки червячной фрезой, было установлено, что точность зубьев зависит от вида траектории относительного перемещения РИ. Отклонения координат точек боковой поверхности зубьев не постоянны как по длине зуба, так и по его высоте. Причем наименьшие отклонения наблюдаются в районе активной части боковой поверхности зубьев, а в районе делительного диаметра стремятся к нулю. Наибольшие отклонения наблюдаются на вершине и у основания ножки зуба, а также при выходе на торец. Это объясняется наибольшими отклонениями нарезаемого эвольвентного профиля от расчетного криволинейного профиля в профилирующей плоскости.

Отклонения координат по толщине зуба при обработке червячной фрезой в среднем не превышают при перемещении:

- по пространственной относительной траектории: максимальные ±9,3%; в пределах активной боковой поверхности зубьев - ±6,3%;

- по линейной траектории - максимальные ±10,6%; в пределах активной боковой поверхности зубьев - ±8%.

Таким образом, перемещение РИ по пространственной траектории относительного перемещения позволяет повысить геометрическую точность нарезаемых зубьев на 21,2%, а максимальные отклонения снижаются на 12,3% по сравнению с линейной траекторией относительного перемещения РИ.

4. Геометрия профиля зуба червячной фрезы может быть аппроксимирована сплайном Безье 5-го порядка. Применение сплайнов Безье пятого порядка позволяет с высокой точностью описать геометрию профиля червячной фрезы, относительная погрешность в определении координат $X(\lambda)$ и $Y(\lambda)$ не превышает 1%.

РАЗДЕЛ 5.
ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ КОНТРОЛЯ ПРОСТРАНСТВЕННО-МОДИФИЦИРОВАННЫХ ЗУБЬЕВ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ КОЛЕС

5.1. Общие положения контроля пространственно-модифицированных зубьев цилиндрических колес. Определение исходных данных для контроля геометрии боковой поверхности зубьев

В процессе обработки заготовки на зубофрезерном станке, как показано в Разделе 3 и Разделе 4, получают зубчатый венец с модификацией зубьев, приближенной к заданной пространственной модификации. Характерной особенностью зубьев с пространственной модификацией является непрерывное изменение толщины зуба в зависимости от его высоты и координаты по длине (см. п.1.3). Поэтому, для контроля пространственно-модифицированных зубьев цилиндрических колес необходимо определить распределение толщины зуба шестерни (зубчатой втулки) с геометрией, приближенной к заданной пространственной, и сравнить полученные в результате измерительного эксперимента данные с соответствующими теоретическими значениями.

Как было показано в п. 1.5 для определения геометрии поверхностей, подобных пространственной боковой поверхности зубьев, имеется не так много возможностей, тем более с учетом того, что для полного контроля всех зубьев зубчатого венца, контактные методы будут слишком затратные. И один из возможных методов бесконтактного контроля является 3-D сканирование. 3-D сканированием можно получить геометрию всего зубчатого венца при небольших затратах времени. А также 3-D сканирование можно выполнять непосредственно на

станке не снимая заготовку с установочных элементов приспособления. Таким образом, 3-D сканирование достаточно производительный процесс, а современное оборудование обеспечивает достаточно высокую точность измерения координат изделий порядка 0,015 - 0,05мм при разрешении порядка 0,05мм [399, 400, 401].

В результате 3-D сканирования, в зависимости от точности дискретизации модели, можно оценить практически все параметры точности зубчатого колеса. В данной работе остановимся на определении толщины пространственно-модифицированных зубьев шестерни (зубчатой втулки), в зависимости от координат по длине и высоте зуба.

После 3-D сканирования получается STL (от англ. stereolithography) модель контролируемого изделия рисунок 5.1. Файлы формата STL используются для хранения трёхмерных моделей объектов, и нашли широкое применение в аддитивных технологиях. Файл содержит информацию об объекте, которая хранится как список треугольных граней, которые описывают его поверхность, и их нормалей.

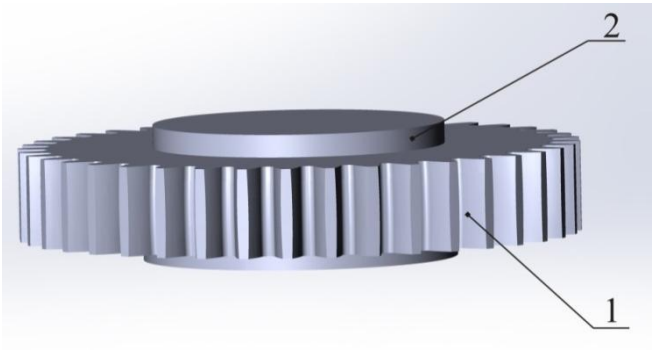


Рисунок 5.1. STL модель контролируемой шестерни на оправке

На рисунке 5.1 показана шестерня 1 с пространственно-модифицированными зубьями, установленная на оправке 2. Непосредственно на STL модели шестерни измерить координаты точек боковой поверхности зубьев невозможно. Поэтому с помощью специальных программ STL файл модели преобразуется в файл сетки с расширением OBJ (рисунок 5.2) или в файл с расширением SAT, который можно открыть одной из CAD систем, например SolidWorks. Файл формата OBJ содержит только геометрию измеряемой 3-D модели - координаты каждой вершины сетки, связь координат текстуры с вершиной, нормаль для каждой вершины, а также параметры, которые создают полигоны. Открыв файл сетки в формате OBJ, получим тем самым координаты

всех узловых точек сетки для всех поверхностей модели, в том числе и координаты точек сетки на боковой поверхности зубьев.

В полученном таким образом массиве данных, общий объем которых может содержать координаты нескольких десятков тысяч точек, в зависимости от точности дискретизации модели при сканировании, содержатся группы координат точек определяющих геометрию следующих поверхностей:

- плоская поверхность - верхний торец оправки;

- цилиндрическая поверхность оправки, предназначенная для базирования изделия;

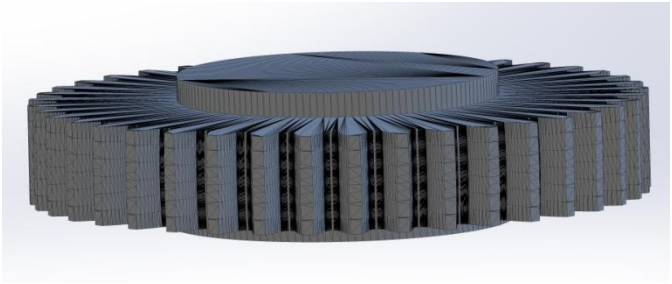


Рисунок 5.2. Сетка измеряемой модели

- цилиндрическая поверхность оправки – буртик, в который упирается изделие;

- плоская поверхность – торец буртика оправки, по которому базируется заготовка в осевом направлении;

- плоская поверхность - нижний торец оправки, предназначенный для установки при выполнении 3-D сканирования;

- плоская поверхность - верхний торец измеряемой шестерни;

- плоская поверхность - нижний торец измеряемой шестерни;

- поверхность вершин зубьев (может быть цилиндрической или криволинейной);

- поверхность впадин зубьев (как правило, криволинейная поверхность для зубьев с пространственной модификацией, получаемая как след, оставляемый при формообразовании впадины зубчатого венца при движении РИ вдоль заданной пространственной траектории относительного перемещения инструмента - см. Раздел 3 и Раздел 4);

- пространственная боковая поверхность зубьев левая и правая.

В процессе 3-D сканирования и последующей обработки полученных данных в общем случае известно положение измеряемого зубчатого колеса относи-

тельно базирующих поверхностей оправки. Оправка служит для базирования заготовки и имеет точные установочные поверхности, размеры, которых известны до измерения параметров зубчатого венца. Вместе с тем оправка с измеряемым колесом может занимать произвольное положение на измерительной плоскости, а также неизвестен масштабный коэффициент полученной в результате 3-D сканирования модели.

Для определения распределения толщины нарезанных зубьев с пространственной модификацией в зависимости от изменения координаты по их длине и координаты по их высоте необходимо найти положение оси вращения шестерни, масштабный коэффициент измеренной STL модели, выполнить привязку координат точек элементов зубчатого венца к осям системы координат. Для чего из общего массива координат узловых точек сетки, путем их сортировки, выделяют точки, которые принадлежат цилиндрической поверхности оправки (или цилиндрической поверхности посадочного отверстия шестерни) и боковым поверхностям зубьев или, используя файл формата SAT, координаты точек измеряемых поверхностей определяют с использованием стандартных функций CAD систем. Полученные таким образом данные и будут исходными для определения распределения толщины зубьев с пространственной модификацией.

5.2. Привязка модели к глобальной системе координат

Координаты точки, принадлежащей оси вращения шестерни, определяются в следующей последовательности:

— на изображении, полученном в результате обработки измерительной информации, выделяется геометрическая фигура, в алгебраическое уравнение которой входят координаты ее центра;

— составляется уравнение данной фигуры и определяется количество входящих в него переменных;

— составляется система уравнений, в которой количество уравнений равно ранее определенному количеству переменных;

— решается система уравнений, и определяются параметры фигуры.

В качестве геометрической фигуры на рассматриваемом изображении можно использовать кромку пересечения цилиндрической поверхности оправки, предназначенной для базирования изделия и верхний торец оправки. Координаты точек, принадлежащих оси оправки при достаточно плотной посадке измеряемой шестерни или при использовании разжимного устройства, будут определять реальное положение зубьев измеряемого зубчатого венца. С учетом погрешности установки шестерни на оправке, можно говорить об определении координат точек, принадлежащих оси вращения шестерни, и привязывать к положению этой оси координаты остальных, определяемых в процессе измерительного эксперимента точек. Кроме, указанной кромки, может быть использована линия пересечения горизонтальной плоскости с поверхностью посадочного отверстия шестерни. Координаты точек на кромке и линия на поверхности отверстия шестерни описываются уравнением окружности.

Уравнение окружности произвольно расположенной на плоскости определяется уравнением [403, 413, 414, 415]:

$$\left(x - x_{ц.о.}\right)^2 + \left(y - y_{ц.о.}\right)^2 = {R_o}^2, \tag{5.1}$$

где $x_{ц.о}$, $y_{ц.о}$ — значения координат точки центра окружности;

$R_{ц.о}$ - радиус окружности.

В уравнение (5.1) входит три неизвестных: значения координат центра окружности $x_{ц.о}$, $y_{ц.о}$ и величина радиуса окружности $R_{ц.о}$. Положение окружности заданного радиуса на плоскости определяется координатами трех точек, ей принадлежащих. Поэтому для определения неизвестных параметров уравнения окружности составим систему из трех уравнений:

$$\left.\begin{aligned}
\left(x_1 - x_{ц.о}\right)^2 + \left(y_1 - y_{ц.о}\right)^2 &= {R_o}^2; \\
\left(x_2 - x_{ц.о}\right)^2 + \left(y_2 - y_{ц.о}\right)^2 &= {R_o}^2; \\
\left(x_3 - x_{ц.о}\right)^2 + \left(y_3 - y_{ц.о}\right)^2 &= {R_o}^2,
\end{aligned}\right\} \tag{5.2}$$

где x_i, y_i — координаты точек, которые принадлежат рассматриваемой окружности.

Решив систему уравнений (5.2), подставив в нее значения координат x_i, y_i, найдем параметры уравнения окружности. Для повышения точности расчетов можно выбрать несколько наборов точек, а затем определить среднее значение параметров уравнения окружности.

При наличии погрешностей установки шестерни на поверхности стола в процессе 3D-сканирования, в сечении поверхности посадочного отверстия горизонтальной плоскостью будет кривая второго порядка - эллипс. Для определения параметров эллипса необходимо задаваться координатами 5-ти точек, принадлежащих эллипсу [403, 413, 414, 415].

Таким образом, координаты центра окружности или эллипса являются координатами первой точки, принадлежащей оси оправки. А сама ось будет перпендикулярна плоскости верхнего торца оправки или плоскости, которая проходит под углом к горизонтальной плоскости через малую ось эллипса. Угол наклона плоскости, перпендикулярной оси вращения заготовки, будет зависеть от отношения длин малой и большой осей эллипса.

Для определения координат второй точки, принадлежащей оси вращения шестерни, найдем уравнение плоскости торца оправки или плоскости перпендикулярной оси отверстия и уравнение нормали.

Уравнение плоскости, проходящей через три точки, определяется определителем вида [403, 413, 414, 415]:

$$\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ x_3-x_1 & y_3-y_1 & z_3-z_1 \end{vmatrix} = 0. \qquad (5.3)$$

Находим аналитическое решение определителя и получаем общее уравнение плоскости [403, 413, 414, 415]:

$$F = A \cdot x + B \cdot y + C \cdot z + D = 0, \qquad (5.4)$$

где A, B, C, D - коэффициенты в уравнении плоскости:

$$A = y_1(z_2 - z_3) + y_2(z_3 - z_1) + y_3(z_1 - z_2),$$

$$B = x_1(z_3 - z_2) + x_2(z_1 - z_3) + x_3(z_2 - z_1),$$
$$C = x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2), \quad (5.5)$$
$$D = x_1(y_3 z_2 - y_2 z_3) + x_2(y_1 z_3 - y_3 z_1) + x_3(y_2 z_1 - y_1 z_2).$$

Уравнение нормали к плоскости в точке с координатами $x_{ц.о.}$, $y_{ц.о.}$, $z_{ц.о.}$ определяется выражением [403, 413, 414, 415]:

$$\frac{x - x_{ц.о.}}{\frac{dF}{dx}} = \frac{y - y_{ц.о.}}{\frac{dF}{dy}} = \frac{z - z_{ц.о.}}{\frac{dF}{dz}}, \quad (5.6)$$

где $z_{ц.о.}$ - значение третьей координаты точки центра окружности (эллипса).

Третью координату центра окружности (эллипса) можно определить, подставив в уравнение плоскости (5.4) первые две координаты:

$$z_{ц.о.} = \frac{-A \cdot x_{ц.о.} - B \cdot y_{ц.о.} - D}{C}. \quad (5.7)$$

Подставив частные производные в выражение (5.6), получим два уравнения:

$$B(x - x_{ц.о.}) = A(y - y_{ц.о.}); \quad (5.8)$$

$$C(y - y_{ц.о.}) = B(z - z_{ц.о.}). \quad (5.9)$$

В уравнения (5.8) и (5.9) входят два неизвестных для нахождения точки пересечения с плоскостью *z=0* абсолютной системы координат. Выразив неизвестные координаты, получим зависимости для определения координат точки пересечения нормали и горизонтальной плоскости абсолютной системы координат:

$$x_{н.к.} = \frac{C \cdot x_{ц.о.} - A \cdot z_{ц.о.}}{C}. \quad (5.10)$$

$$y_{н.к.} = \frac{B(z - z_{ц.о.}) + C \cdot y_{ц.о.}}{C}; \quad (5.11)$$

Таким образом, определено местоположение оси оправки, что позволяет привести координаты всех точек к началу координат абсолютной системы координат.

Для определения истинных значений координат точек найдем масштабный коэффициент модели:

$$\mu = \frac{R}{R_o}, \tag{5.12}$$

где R — физический размер окружности.

Приведем полученные в результате 3-D сканирования и последующей обработки данные к новому началу координат, расположенному в точке с координатами $x_{н.к.}$ и $y_{н.к.}$, т.е. точке пересечения плоскости $z=0$ и оси вращения шестерни:

$$\left.\begin{aligned} x &= x_{т.изм} - x_{н.к.}; \\ y &= y_{т.изм} - y_{н.к.}; \\ z &= z_{т.изм}, \end{aligned}\right\} \tag{5.13}$$

где $x_{т.изм}, y_{т.изм}, z_{т.изм}$ - координаты узловых точек сетки, полученные в результате 3-D сканирования и последующей обработки.

Приведение координат точек к новому началу координат позволяет облегчить процесс сортировки и распределения измерительной информации при автоматизированной обработке данных измерений.

Для удобства сравнения измеренных координат точек боковой поверхности зубьев с соответствующими им теоретическими значениями необходимо выбрать начало координат зубчатого венца. Таким условиям отвечает точка пересечения плоскости симметрии зубчатого венца и оси вращения шестерни.

Переход от абсолютной системы координат xyz к системе координат модели $x_M y_M z_M$ осуществляется (рисунок 5.3):

- переносом системы координат в точку пересечения плоскости симметрии зубчатого венца и оси вращения шестерни O_M с координатами $x_{O_M}, y_{O_M}, z_{O_M}$;

- поворотом системы координат вокруг оси $O_M x'$ на угол φ_x;

- поворотом системы координат вокруг оси $O_M y''$ на угол φ_y.

Матрицы перехода от абсолютной системы координат xyz к системе координат модели $x_M y_M z_M$ имеют следующий вид:

- при переносе системы координат в точку пересечения плоскости симметрии зубчатого венца и оси вращения шестерни O_M с координатами $x_{O_M}, y_{O_M}, z_{O_M}$:

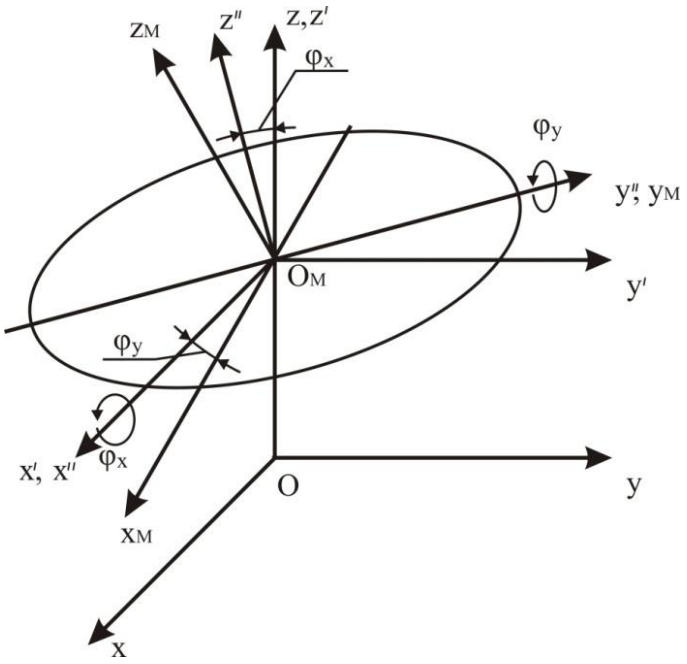


Рисунок 5.3. Системы координат при переходе от абсолютной системы координат *xyz* к системе координат модели $x_M y_M z_M$

$$M_{O_M} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & x_{O_M} \\ 0 & 1 & 0 & y_{O_M} \\ 0 & 0 & 1 & z_{O_M} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}; \qquad (5.14)$$

- при повороте системы координат вокруг оси $O_M x'$ на угол φ_x:

$$M\varphi_x = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi_x & \sin\varphi_x & 0 \\ 0 & -\sin\varphi_x & \cos\varphi_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}; \qquad (5.15)$$

- при повороте системы координат вокруг оси $O_M y''$ на угол φ_y:

$$M\varphi_y = \begin{vmatrix} \cos\varphi_y & 0 & \sin\varphi_y & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\varphi_y & 0 & \cos\varphi_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}. \qquad (5.16)$$

Найдя произведение матриц M_{O_M}, $M\phi_x$ и $M\phi_y$, получим матрицу перехода от системы координат модели $x_M y_M z_M$ к абсолютной системе координат *xyz*:

$$M = M_{O_M} M\varphi_x M\varphi_y = \begin{vmatrix} \cos\varphi_y & 0 & \sin\varphi_y & x_{O_M} \\ -\sin\varphi_x \sin\varphi_y & \cos\varphi_x & \cos\varphi_y \sin\varphi_x & y_{O_M} \\ -\cos\varphi_x \sin\varphi_y & -\sin\varphi_x & \cos\varphi_x \cos\varphi_y & z_{O_M} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \qquad (5.17)$$

Система уравнений при переходе от системы координат модели $x_M y_M z_M$ к абсолютной системе координат *xyz*:

$$\left.\begin{aligned} x &= x_M \cos\varphi_y + z_M \sin\varphi_y + x_{O_M}; \\ y &= -x_M \sin\varphi_x \sin\varphi_y + y_M \cos\varphi_x + z_M \cos\varphi_y \sin\varphi_x + y_{O_M}; \\ z &= -x_M \cos\varphi_x \sin\varphi_y - y_M \sin\varphi_x + z_M \cos\varphi_x \cos\varphi_y + z_{O_M}. \end{aligned}\right\} \qquad (5.18)$$

Матрица перехода от абсолютной системы координат *xyz* к системе координат модели $x_M y_M z_M$ имеет вид:

$$M' = \begin{vmatrix} \cos\varphi_y & -\sin\varphi_x \sin\varphi_y & -\cos\varphi_x \sin\varphi_y & \begin{matrix} y_{O_M} \sin\varphi_x \sin\varphi_y - x_{O_M} \cos\varphi_y + \\ + z_{O_M} \cos\varphi_x \sin\varphi_y \end{matrix} \\ 0 & \cos\varphi_x & -\sin\varphi_x & z_{O_M} \sin\varphi_x - y_{O_M} \cos\varphi_x \\ \sin\varphi_y & \sin\varphi_x \cos\varphi_y & \cos\varphi_x \cos\varphi_y & \begin{matrix} -x_{O_M} \sin\varphi_y - y_{O_M} \sin\varphi_x \cos\varphi_y - \\ - z_{O_M} \cos\varphi_x \cos\varphi_y \end{matrix} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \qquad (5.19)$$

Система уравнений для перехода от абсолютной системы координат *xyz* к системе координат модели $x_M y_M z_M$ имеет следующий вид:

$$\left.\begin{aligned} x_M &= x\cos\varphi_y - y\sin\varphi_x\sin\varphi_y - z\cos\varphi_x\sin\varphi_y + y_{O_M}\sin\varphi_x\sin\varphi_y - x_{O_M}\cos\varphi_y + \\ &+ z_{O_M}\cos\varphi_x\sin\varphi_y; \\ y_M &= y\cos\varphi_x - z\sin\varphi_x + z_{O_M}\sin\varphi_x - y_{O_M}\cos\varphi_x; \\ z_M &= x\sin\varphi_y + y\sin\varphi_x\cos\varphi_y + z\cos\varphi_x\cos\varphi_y - x_{O_M}\sin\varphi_y - y_{O_M}\sin\varphi_x\cos\varphi_y - \\ &- z_{O_M}\cos\varphi_x\cos\varphi_y. \end{aligned}\right\} \quad (5.20)$$

Координаты $x_{O_M}, y_{O_M}, z_{O_M}$ точки начала координат O_M модели определим используя зависимости по делению отрезка в заданном отношении (рисунок 5.4) [403] с учетом известных координат граничных точек на оси вращения шестерни. После подстановки известных координат и преобразования получим:

$$\begin{aligned} x_{O_M} &= \frac{\mu\cdot\lambda_{O_M}\cdot\left(x_{ц.о.} - x_{н.к.}\right)}{1+\lambda_{O_M}}; \\ y_{O_M} &= \frac{\mu\cdot\lambda_{O_M}\cdot\left(y_{ц.о.} - y_{н.к.}\right)}{1+\lambda_{O_M}}; \\ z_{O_M} &= \frac{\mu\cdot\lambda_{O_M}\cdot z_{ц.о.}}{1+\lambda_{O_M}}, \end{aligned} \quad (5.21)$$

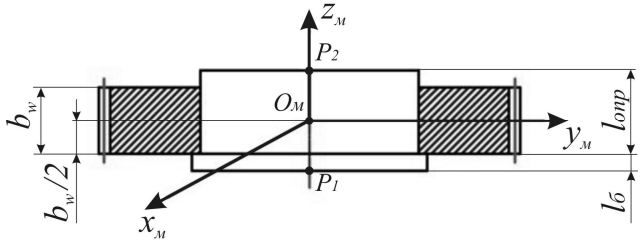


Рисунок 5.4. Расчетная схема для определения координат точки начала координат системы координат модели

где λ_{O_M} - параметр, устанавливающий отношение в котором делится отрезок (рисунок 5.4.):

$$\lambda_{O_M} = \frac{b_w + 2\cdot l_b}{2\cdot l_{опр} - b_w}, \quad (5.22)$$

где $l_{опр}$ - длина оправки между верхним ее торцом и базовым торцом буртика;

l_b - длина буртика.

Для определения параметров перехода от системы координат модели $x_M y_M z_M$ к абсолютной системе координат *xyz*, подставим во второе и третье уравнения системы (5.18) известные значения координат точки, принадлежащей оси вращения шестерни, например $x_M=0$, $y_M=0$, $z_M=1$. Координаты этой же точки в абсолют-

ной системе координат определим по зависимостям (5.21) подставив параметр, устанавливающий отношение в котором делится отрезок (рисунок 5.4):

$$\lambda_{O_M}^{+1} = \frac{b_w + 2 \cdot l_b + 2}{2l_{onp} - b_w - 2}, \tag{5.23}$$

Подставив полученные таким образом известные значения координаты во второе и третье уравнение системы (5.18), получим систему уравнений с двумя неизвестными, которая позволяет определить параметры перехода от системы координат модели $x_M y_M z_M$ к абсолютной системе координат xyz:

$$\left.\begin{aligned} y_{O_M}^{+1} &= \cos\varphi_y \sin\varphi_x + y_{O_M}; \\ z_{O_M}^{+1} &= \cos\varphi_x \cos\varphi_y + z_{O_M}. \end{aligned}\right\} \tag{5.24}$$

Решив систему относительно углов поворота φ_x и φ_y, получим:

$$\varphi_x = arctg\left(\frac{y_{O_M}^{+1} - y_{O_M}}{z_{O_M}^{+1} - z_{O_M}}\right); \tag{5.25}$$

$$\varphi_y = \arccos\left(\frac{z_{O_M}^{+1} - z_{O_M}}{\cos\varphi_x}\right). \tag{5.26}$$

Полученные в результате 3-D сканирования и последующей обработки значения координат точек, принадлежащих элементам зубчатого венца, с использованием зависимостей системы уравнений (5.13), приведем к началу координат абсолютной системы координат. Определив параметры перехода от абсолютной системы координат xyz к системе координат модели $x_M y_M z_M$ по зависимостям (5.21), (5.25) и (5.26), подставим их в систему уравнений (5.20), что позволит определить координаты точек сетки элементов зубчатого венца в системе координат модели $x_M y_M z_M$.

5.3. Привязка элементов зубчатого венца к осям системы координат модели

Сравнение толщин зубьев в различных сечениях по длине зуба возможно при однозначном определении местоположения рассматриваемых зубьев в пространстве и привязке к заданной системе координат, например, в системе коорди-

нат модели $x_M y_M z_M$, в которой определены координаты точек сетки зубчатого венца (см. п. 5.2). Для привязки зуба к какой-либо системе координат необходимо определить положение оси его симметрии. Положение оси симметрии зуба может быть определено координатами двух характерных точек в рассматриваемом сечении зубчатого венца плоскостью перпендикулярной оси вращения шестерни: первая точка принадлежит оси вращения шестерни, а вторая точка лежит в середине отрезка, который определяет толщину зуба.

Координаты точки, принадлежащей оси вращения измеряемой шестерни, могут быть предварительно заданы или определены по зависимостям, приведенным в п. 5.2. Для определения координат второй точки, которая принадлежит оси симметрии рассматриваемого зуба, необходимо определить координаты двух соответствующих точек на боковой поверхности зубьев в сечении плоскостью перпендикулярной оси вращения шестерни. Причем точки должны принадлежать одной окружности, например равной диаметру поверхности вершин зубьев и двум разноименным профилям одного или двух соседних зубьев (рисунок 5.5). Для определения координат точки, принадлежащей оси симметрии любого зуба модели, необходимо (рисунок 5.5) найти координаты центра отрезка, определяющего толщину зуба.

Найдем координаты точек на поверхности вершин зубьев для левого $x_{л.п.}, y_{л.п.}$ и правого $x_{п.п.}, y_{п.п.}$ профилей зуба. Зная координаты точек принадлежащих профилям зуба, найдем координаты центра отрезка $x_{т.о.}$ и $y_{т.о}$, определяющего толщину зуба по зависимостям [403]:

$$x_{т.о.} = \frac{x_{л.п.} + x_{п.п.}}{2},$$
$$y_{т.о.} = \frac{y_{л.п.} + y_{п.п.}}{2}, \qquad (5.27)$$

где $x_{л.п.}, y_{л.п.}$ и $x_{п.п.}, y_{п.п.}$ — соответственно координаты точек, принадлежащих левому и правому профилю рассматриваемого зуба.

Тогда угол между горизонтальной осью системы координат и осью симметрии рассматриваемого зуба можно определить по зависимости:

$$\alpha = \arctan\left(\frac{y_{л.п.} + y_{п.п.}}{x_{л.п.} + x_{п.п.}}\right). \qquad (5.28)$$

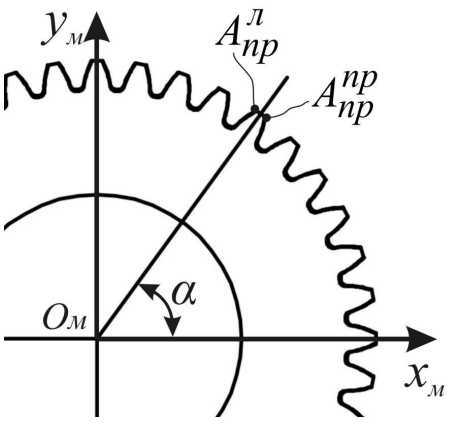


Рисунок 5.5. Схема для определения координат точки, принадлежащей оси симметрии зуба

Таким образом, можно определить местоположение оси любого зуба в системе координат модели $x_M y_M z_M$. Определив положение осей для всех зубьев, приводим координаты зубьев, для удобства сравнения координат по толщине зубьев, к вертикальной оси по зависимостям:

$$\left.\begin{aligned} x_M^{в} &= \mu \cdot \left(x_M \cos\left(\pi/2 - \alpha\right) - y_M \sin\left(\pi/2 - \alpha\right)\right); \\ y_M^{в} &= \mu \cdot \left(x_M \sin\left(\pi/2 - \alpha\right) + y_M \cos\left(\pi/2 - \alpha\right)\right); \\ z_M^{в} &= \mu \cdot z_M . \end{aligned}\right\} \qquad (5.29)$$

Таким образом, полученные в результате 3-D сканирования и последующей обработки значения координат точек, принадлежащих элементам зубчатого венца, будут приведены к вертикальной оси системы координат модели $x_M y_M z_M$, что позволит выполнить сравнение координат точек боковой поверхности пространственно-модифицированных зубьев с соответствующими им теоретическими значениями.

5.4. Сравнение координат полученных в результате 3-D сканирования с соответствующими теоретическими значениями

Сравним данные, полученные экспериментальным путем в результате 3-D сканирования и последующей обработки по зависимостям, представленным в п. 5.2 и п. 5.3, с соответствующими данными теоретических исследований с использованием зависимостей, представленных в Разделе 2.

Для сравнения полученных экспериментальных данных с теоретическими определим теоретические значения координат точек на боковой поверхности зуба с комплексной пространственной модификацией. Как видно из исходных систем уравнений (2.51) и (2.52), которые определяют координаты точек на боковой по-

верхности зуба шестерни (зубчатой втулки), значения координат зависят от параметров контактирования сопряженных колес: углов поворота ϕ_1 шестерни (зубчатой втулки) и ϕ_2 колеса (зубчатой обоймы), угла развернутости эвольвенты φ_2 и координаты по длине зуба колеса (зубчатой обоймы) z_2. Кроме параметров контактирования в систему уравнений входит еще три неизвестных: координаты x_1, y_1 и z_1 точки на боковой поверхности зуба шестерни (зубчатой втулки). То есть, изначально неизвестно 7 переменных в пяти уравнениях систем (2.51) и (2.52).

Для определения теоретического значения координаты по толщине зуба, соответствующего измеренному значению координаты точки боковой поверхности нарезанного зуба, подставим вместо координаты z_1, координату $z_M^в$, полученную в результате измерения. Затем исключим неизвестные координаты x_1 и y_1 точки на боковой поверхности зуба, для чего подставим зависимости для их определения в уравнение линии зацепления (в четвертое уравнение систем (2.51) и (2.52)). В результате получим систему из трех уравнений с четырьмя неизвестными. Для раскрытия неопределенности добавим четвертое уравнение, связывающее координаты x_1 и y_1 с координатами $x_M^в$ и $y_M^в$, составленное с учетом того, что они при вращении лежат на окружности одного радиуса:

$$x_1^{\,2} + y_1^{\,2} = x_M^{в\,2} + y_M^{в\,2}. \tag{5.30}$$

Таким образом, получим системы уравнений, которые позволяют определять параметры контактирования пространственно-модифицированных зубьев при заданных двух координатах точки, принадлежащей боковой поверхности зуба:

- для внешнего зацепления

$$\left.\begin{aligned}
&z_M^в = r_{b2}\left[(Az_1 - Az_2\varphi_2)\cos(\varphi') + (Az_1\varphi_2 + Az_2)\sin(\varphi')\right] + Az_3(\cos\phi_1 - \sin\phi_1) + Az_4 z_2 + Az_0;\\
&E_0 + E_1\sin\phi_1 + E_2\sin(\varphi') + E_3 z_2 + E_4\varphi_2 + Ay_3\cos\phi_1 + Ay_1 r_{b2}(\cos(\varphi') + \varphi_2\sin(\varphi')) = 0;\\
&\cos\alpha + \cos(\varphi' + \phi_1) = 0;\\
&\left(r_{b2}Ax_1(\sin(\varphi') - \varphi_2\cos(\varphi')) - Ax_2\sin\phi_1 + Ax_3 z_2 + Ax_0\right)^2 +\\
&+ \left(r_{b2}\left[(Ay_1 + Ay_2\varphi_2)\cos(\varphi') + (Ay_1\varphi_2 - Ay_2)\sin(\varphi')\right] + Ay_3\cos\phi_1 + Ay_4\sin\phi_1 - Ay_5 z_2 + Ay_0\right)^2 =\\
&= x_M^{в\,2} + y_M^{в\,2}.
\end{aligned}\right\} \tag{5.31}$$

- для внутреннего зацепления

$$\left.\begin{array}{l} z_M^{в} = r_{b2}\left[\left(Az_1 - Az_2\varphi_2\right)\cos\left(\varphi'\right) + \left(Az_1\varphi_2 + Az_2\right)\sin\left(\varphi'\right)\right] + Az_3\left(\cos\phi_1 - \sin\phi_1\right) + Az_4 z_2 + Az_0; \\ E_0 + E_1\sin\phi_1 + E_2\sin\left(\varphi'\right) + E_3 z_2 + E_4\varphi_2 + Ay_3\cos\phi_1 + Ay_1 r_{b2}\left(\cos\left(\varphi'\right) + \varphi_2\sin\left(\varphi'\right)\right) = 0; \\ \cos\alpha - \cos\left(\varphi' + \phi_1\right) = 0; \\ \left(r_{b2}Ax_1\left(\sin\left(\varphi'\right) - \varphi_2\cos\left(\varphi'\right)\right) - Ax_2\sin\phi_1 + Ax_3 z_2 + Ax_0\right)^2 + \\ + \left(r_{b2}\left[\left(Ay_1 + Ay_2\varphi_2\right)\cos\left(\varphi'\right) + \left(Ay_1\varphi_2 - Ay_2\right)\sin\left(\varphi'\right)\right] + Ay_3\cos\phi_1 + Ay_4\sin\phi_1 - Ay_5 z_2 + Ay_0\right)^2 = \\ = x_M^{в\,2} + y_M^{в\,2}. \end{array}\right\} \quad (5.32)$$

где φ' - угол, определяемый зависимостью:

$$\varphi' = \varphi_2 + \phi_{c_2P} - \phi_1 + \phi_2. \quad (5.33)$$

E_i - коэффициенты, определяемые по зависимостям:

$$\begin{array}{l} E_0 = Ay_0 - R_1 - Ax_0\tan\left(\alpha\right); \\ E_1 = Ay_4 - Ax_2\tan\left(\alpha\right) \\ E_2 = -Ay_2 r_{b2} - Ax_1 r_{b2}\tan\left(\alpha\right) \\ E_3 = -Ay_5 - Ax_3\tan\left(\alpha\right) \\ E_4 = Ay_2 r_{b2} + Ax_1 r_{b2}\tan\left(\alpha\right) \end{array} \quad (5.34)$$

Подставив в системы уравнений (5.31) и (5.32) измеренные координаты точки боковой поверхности зуба шестерни и решив системы уравнений относительно параметров контактирования двух сопряженных колес, получим данные для расчета теоретического значения координаты по толщине зуба и по высоте зуба. Теоретические значения определяются системой уравнений:

$$\left.\begin{array}{l} x_1^t = r_{b2}Ax_1\left(\sin\left(\varphi_2 + \phi_{c_2P} - \phi_1 + \phi_2\right) - \varphi_2\cos\left(\varphi_2 + \phi_{c_2P} - \phi_1 + \phi_2\right)\right) - \\ - Ax_2\sin\phi_1 + Ax_3 z_2 + Ax_0; \\ y_1^t = r_{b2}\left[\left(Ay_1 + Ay_2\varphi_2\right)\cos\left(\varphi_2 + \phi_{c_2P} - \phi_1 + \phi_2\right) + \left(Ay_1\varphi_2 - Ay_2\right)\sin\left(\varphi_2 + \phi_{c_2P} - \phi_1 + \phi_2\right)\right] + \\ + Ay_3\cos\phi_1 + Ay_4\sin\phi_1 - Ay_5 z_2 + Ay_0. \end{array}\right\} \quad (5.35)$$

Полученные таким образом теоретические значения координат точки на боковой поверхности зуба приводим к одному положению зуба, используя зависимости (2.53) и (2.54). Приведение координат точек боковой поверхности одного зуба к вертикальной оси осуществляется в соответствии с системой уравнений (2.55). Таким образом, приведенные теоретические значения координат точки бо-

ковой поверхности позволяют выполнить сравнение с экспериментально полученными значениями координат точек боковой поверхности зубьев. Выполнив расчеты для всех узловых точек сетки, описывающей геометрию измеряемой модели, можно выполнить оценку геометрической точности нарезанных зубьев.

5.5. Выводы

1. Разработаны теоретические основы контроля пространственно-модифицированных зубьев цилиндрических колес, которые основываются на обработке данных, полученных в результате 3-D сканирования модели. Для полученных исходных данных выполнена привязка точек элементов зубчатого колеса с пространственно-модифицированными зубьями к началу координат абсолютной системы координат и определено истинное значение, измеренных размеров.

2. В результате 3-D сканирования обеспечена возможность сравнения как измеренных координат на различных зубьях одного и того же зубчатого венца, так и сравнение измеренных координат с их теоретическими значениями путем приведения измерительной информации к системе координат модели, а координат точек, принадлежащих боковой поверхности зубьев к вертикальной оси выбранной системы координат.

3. Получены основные зависимости для выполнения сравнения координат точек, определенных в результате 3-D сканирования модели, принадлежащих боковой поверхности зуба с комплексной пространственной модификацией с соответствующими теоретическими значениями координат.

РАЗДЕЛ 6.
АВТОМАТИЗАЦИЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ СЕЧЕНИЯ СРЕЗА ПРИ МНОГОКООРДИНАТНОМ ЗУБОФРЕЗЕРОВАНИИ ЗУБЧАТЫХ ВЕНЦОВ С ПРОСТРАНСТВЕННО-МОДИФИЦИРОВАННЫМИ ЗУБЬЯМИ. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ПОЛУЧЕНИЕ ЗУБЧАТЫХ ВЕНЦОВ

6.1. Параметры сечения среза при многокоординатном зубофрезеровании пальцевой модульной фрезой при постоянной подаче на зуб

Расчеты параметров сплайна траектории относительного перемещения РИ и расчеты координат точек пересечения нормали с предыдущей поверхностью резания требуют проведения наибольшего количества вычислений. Это обусловлено небольшим значением подачи на зуб пальцевой модульной фрезы по сравнению с шириной зубчатого венца, в результате чего траектория относительного перемещения инструмента задается большим количеством точек, в каждой из которых необходимо провести в ряде случаев несколько (до десятка) в зависимости от требуемой точности параллельных расчетов. Поэтому целесообразно выполнить автоматизацию самых трудоемких расчетных операций составив программные расчетные блоки.

Определение параметров сплайна λ_i^{mp} траектории относительного перемещения РИ выполняется решением уравнения (3.44) численными методами, например, с использование алгоритма, представленного на рисунке 6.1. Параметр программного модуля $k = f(\lambda_i^{mp})$ (рисунок 6.1) определяется зависимостью (3.44).

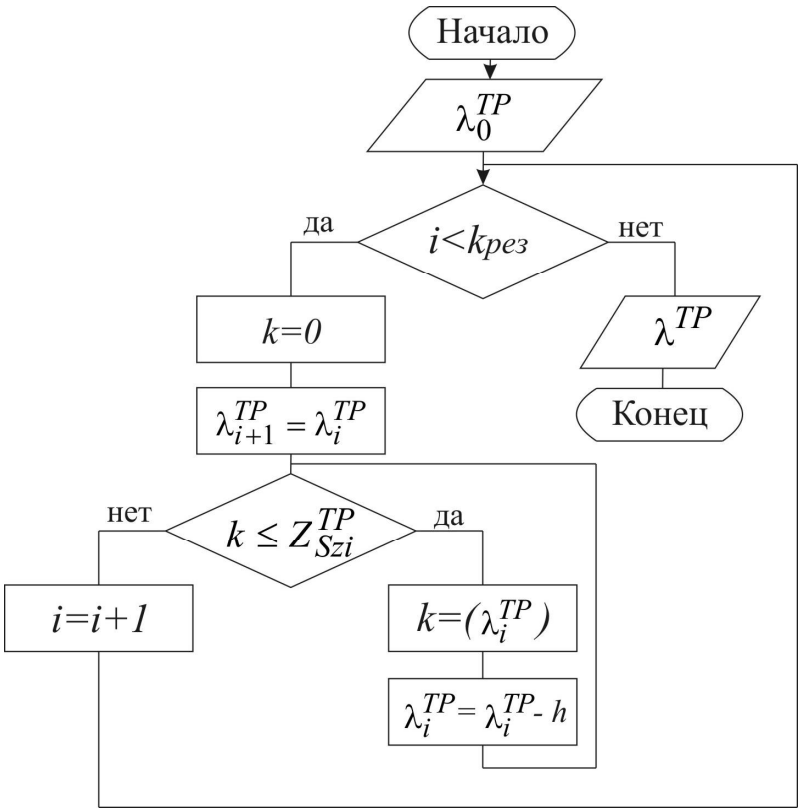


Рисунок 6.1. Алгоритм расчета параметров сплайна траектории относительного перемещения РИ

Для определения значений координат точек пересечения нормали с предыдущей поверхностью резания необходимо решить систему (3.59) из 5 уравнений. Количество систем, которые необходимо решить, тем больше, чем больше узловых точек траектории перемещения РИ, а также зависит от выбранного количества точек на режущей кромке инструмента. Решить систему (3.59) относительно координат $x^u_{1_{i,j}}$, $y^u_{1_{i,j}}$, $z^u_{1_{i,j}}$ и углов φ_{uj} и φ_{1i} можно используя численные методы и аналитически полученные зависимости в соответствии с алгоритмом, представленным на рисунке 6.2.

Программа, составленная в соответствии с алгоритмом (рисунок 6.2), позволяет определить численными методами распределение угла развернутости эвольвенты для точки пересечения нормали с поверхностью предыдущего реза. Причем возможно определение всего массива значений, как для всех узловых точек пространственной траектории относительного перемещения РИ, так и для заданного количества точек n_j на режущей кромке инструмента. В программу заложены три цикла: два цикла “For” и один цикл “While”. Циклы “For” обеспечивают перебор по матрице значений изменяющихся углов развернутости эвольвенты $\varphi_{1i,j}$ и углов поворота пальцевой модульной фрезы $\varphi_{ui,j}$. Цикл “While” обеспечивает расчет приближенного значения угла развёрнутости эвольвенты $\varphi_{1i,j}$ до момента, пока не будут получены значения заданных параметров $k_{i,j} \ge k_{111i,j}$. Точность подбора угла

развёрнутости эвольвенты $\varphi_{1i,j}$ зависит от шага изменения его текущего значения $h_{\varphi 1}$. Параметры расчетного модуля программы определяются следующими зависимостями, полученными при решении системы уравнений (3.59):

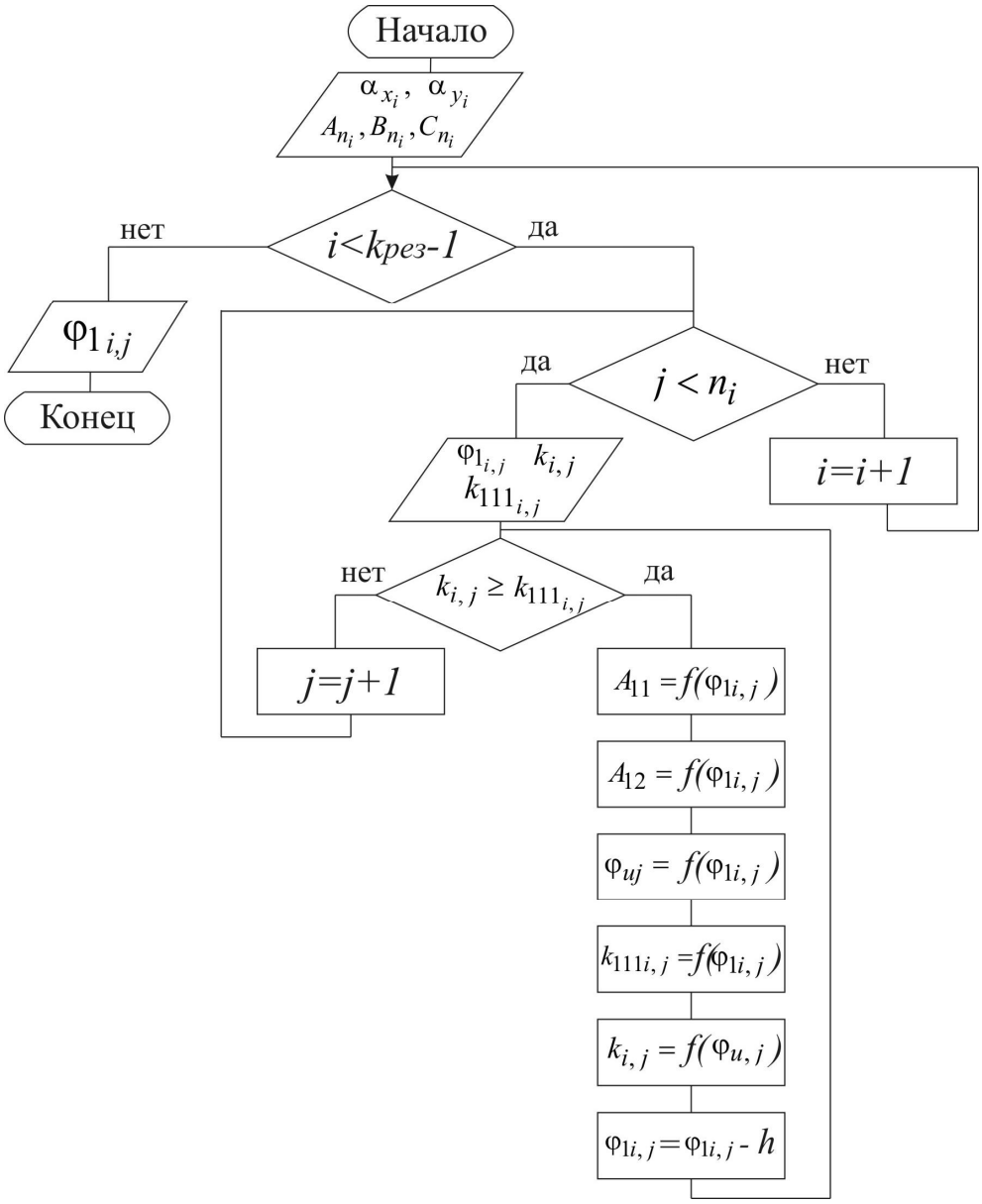


Рисунок 6.2. Алгоритм расчета угла развёрнутости эвольвенты $\varphi_{1i,j}$

$$k_{i,j} = A31_{i,j} \cos \varphi_{ui,j} + A32_{i,j} \sin \varphi_{ui,j}; \tag{6.1}$$

$$k_{111i,j} = \frac{A12_{i,j}}{r_{b1}\left[\sin\left(\frac{\pi}{z_1} + \varphi_{1i,j} - \phi_{c_1}\right) - \varphi_{1i,j}\cos\left(\frac{\pi}{z_1} + \varphi_{1i,j} - \phi_{c_1}\right)\right]}, \tag{6.2}$$

где $\varphi_{ui,j}$ - угол поворота пальцевой модульной фрезы, который аналитически определяется из выражения, полученного при решении системы уравнений (3.59):

$$\varphi_{ui,j}=\arcsin\left[\frac{-A11_{i,j}\cdot A22_{i,j}\pm\sqrt{DA_{i,j}}}{-r_{b1}\left[\sin\left(\frac{\pi}{z_1}+\varphi_{1i,j}-\phi_{c_1}\right)-\varphi_{1i,j}\cos\left(\frac{\pi}{z_1}+\varphi_{1i,j}-\phi_{c_1}\right)\right]\cdot\left(\left(A21_{i,j}\right)^2+\left(A22_{i,j}\right)^2\right)}\right],\quad(6.3)$$

где $DA_{i,j}$ - дискриминант квадратного уравнения, для определения $\varphi_{ui,j}$, рассчитываемый по зависимости:

$$DA_{i,j}=\left(A11_{i,j}\cdot A22_{i,j}\right)^2-\left(\left(A21_{i,j}\right)^2+\right.$$
$$\left.+\left(A22_{i,j}\right)^2\right)\left[\left(A11_{i,j}\right)^2-r_{b1}{}^2\left(A21_{i,j}\right)^2\left[\sin\left(\frac{\pi}{z_1}+\varphi_{1i,j}-\phi_{c_1}\right)-\varphi_{1i,j}\cos\left(\frac{\pi}{z_1}+\varphi_{1i,j}-\phi_{c_1}\right)\right]^2\right];\quad(6.4)$$

$A11_{i,j}$ и $A12_{i,j}$ - переменные коэффициенты расчетного модуля программы, которые определяются по зависимостям:

$$A11_{i,j}=A111_{i,j}-r_{b1}\cdot B_{Ni+1,j}\cdot\cos\alpha_{xi}\left[\cos\left(\frac{\pi}{z_1}+\varphi_{1i,j}-\phi_{c_1}\right)+\varphi_{1i,j}\sin\left(\frac{\pi}{z_1}+\varphi_{1i,j}-\phi_{c_1}\right)\right];\quad(6.5)$$

$$A12_{i,j}=A121_{i,j}+r_{b1}\cdot B_{Ni+1,j}\cdot\sin\alpha_{xi}\left[\cos\left(\frac{\pi}{z_1}+\varphi_{1i,j}-\phi_{c_1}\right)+\varphi_{1i,j}\sin\left(\frac{\pi}{z_1}+\varphi_{1i,j}-\phi_{c_1}\right)\right];\quad(6.6)$$

$A111_{i,j}$, $A112_{i,j}$, $A21_{i,j}$, $A22_{i,j}$, $A31_{i,j}$, $A32_{i,j}$ - постоянные коэффициенты расчетного модуля программы, которые определяются по зависимостям:

$$A111_{i,j}=B_{Ni+1,j}y^u_{1_{i+1,j}}-A_{Ni+1,j}x^u_{1_{i+1,j}}+A_{Ni+1,j}x^{mp}_{Szi}-B_{Ni+1,j}y^{mp}_{Szi}+R_1B_{Ni+1,j};\quad(6.7)$$

$$A121_{i,j}=B_{Ni+1,j}z^u_{1_{i+1,j}}-C_{Ni+1,j}x^u_{1_{i+1,j}}-B_{Ni+1,j}z^{mp}_{Szi}+C_{Ni+1,j}x^{mp}_{Szi};\quad(6.8)$$

$$A21_{i,j}=A_{Ni+1,j}\cos\alpha_{yi}+B_{Ni+1,j}\sin\alpha_{xi}\sin\alpha_{yi};\quad(6.9)$$

$$A22_{i,j}=B_{Ni+1,j}\cos\alpha_{yi}\sin\alpha_{xi}-A_{Ni+1,j}\sin\alpha_{yi};\quad(6.10)$$

$$A31_{i,j}=C_{Ni+1,j}\cos\alpha_{yi}+B_{Ni+1,j}\cos\alpha_{xi}\sin\alpha_{yi};\quad(6.11)$$

$$A32_{i,j}=B_{Ni+1,j}\cos\alpha_{xi}\cos\alpha_{yi}-C_{Ni+1,j}\sin\alpha_{yi};\quad(6.12)$$

Представленные зависимости (6.1) - (6.12) позволяют автоматизировать определение параметров сечения среза при многокоординатном зубофрезеровании зубчатых венцов с пространственной модификацией зубьев методом копирования пальцевой модульной фрезой.

6.2. Параметры сечения среза при многокоординатном зубофрезеровании пальцевой модульной фрезой при переменной подаче на зуб

Наиболее трудоемкой задачей при определении режимов резания при многокоординатной обработке зубчатого венца с пространственной модификацией зубьев, обеспечивающих постоянство параметров сечения среза, является определение изменения значения подачи на зуб. Подача на зуб между двумя произвольными точками пространственной траектории перемещения РИ при заданной толщине срезаемого слоя определяется решением системы из 14 уравнений (3.62). Решить данную систему можно аналитически получив некоторые параметры, а оставшиеся подсчитать численными методами. Для автоматизации вычислений подачи на зуб составим алгоритм программного модуля рисунок 6.3.

Для ускорения и упрощения расчетов используем аналитические зависимости: для определения параметров перехода от системы координат $x_1y_1z_1$, связанной с шестерней (зубчатой втулкой) к системе координат $x_0y_0z_0$, связанной с РИ (3.35) и (3.36); для определения угла поворота пальцевой модульной фрезы (6.3).

Аналитически также можно решить кубическое уравнение (3.44) относительно параметра сплайна λ_i^{mp}, определяющее распределение параметров сплайнов, соответствующих заданным значениям координаты по длине зуба z_{Szi}^{mp}, представив его в виде [403]:

$$y^3 + 3 \cdot p \cdot y + 2 \cdot q = 0, \tag{6.13}$$

где y – переменная, зависящая от величины параметра сплайна, определяемая по зависимости:

$$y = \lambda_{i+1}^{mp} + \frac{b}{3 \cdot a}; \tag{6.14}$$

$3 \cdot p$ и $2 \cdot q$ - коэффициенты в уравнении (6.13), определяемые по зависимостям [403]:

$$3 \cdot p = \frac{3 \cdot a \cdot c - b^2}{3 \cdot a^2}; \tag{6.15}$$

$$2 \cdot q = \frac{2 \cdot b^3}{27 \cdot a^3} - \frac{b \cdot c}{3 \cdot a^2} + \frac{d}{a}; \qquad (6.16)$$

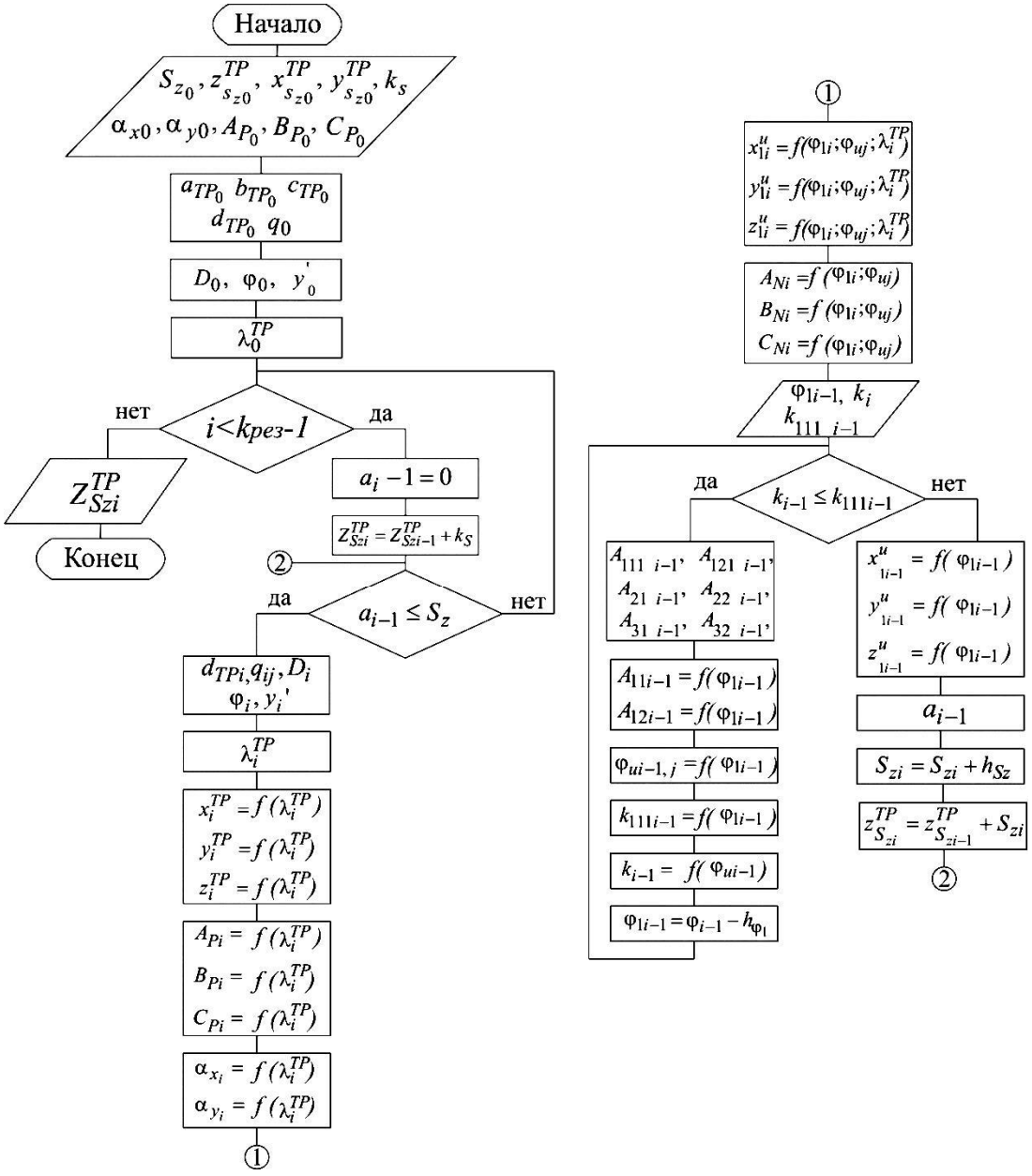


Рисунок 6.3. Алгоритм расчета переменной подачи на зуб

где a, b, c, d - коэффициенты в кубическом уравнении канонической формы, определяемые по зависимостям:

$$a = 3z1_{mp} - 3z2_{mp} + z_n^{mp} - z_0^{mp};$$

$$b = 3z_0^{mp} - 6z1_{mp} + 6z2_{mp};$$

$$c = 3z1_{mp} - 3z_0^{mp}; \qquad (6.17)$$

$$d = -z_{Szi}^{mp} - S_{zi+1} + z_0^{mp};$$

Определив коэффициенты в уравнении (6.15) и (6.16), находим дискриминант:

$$D = q^2 + p^3. \tag{6.18}$$

В зависимости от знака дискриминанта (6.18) определяем вспомогательные величины и корни кубического уравнения (6.13) [403].

Значение угла развернутости эвольвенты φ_{1i} и подача на зуб S_{zi+1}, соответствующая постоянному значению ширины среза, в соответствии с алгоритмом (рисунок 6.3), определяются итерационно с использование циклов: одного цикла “For” и двух циклов “While”. Циклы “For” обеспечивают перебор по вектору значений координат точек траектории относительного перемещения РИ. Первый цикл “While” обеспечивает расчет приближенного значения координаты точки на траектории относительного перемещения РИ, при котором достигается постоянное значение ширины срезаемого слоя. Точность подбора координат точки на траектории относительного перемещения РИ зависит от величины шага изменения их текущего значения h_{Sz}. Второй цикл “While” обеспечивает расчет приближенного значения угла развёрнутости эвольвенты $\varphi_{1i,\,j}$ до того момента, пока не будут получены значения заданных параметров $k_{i,\,j} \geq k_{111i,\,j}$. Точность подбора угла развёрнутости эвольвенты $\varphi_{1i,\,j}$ зависит от величины шага изменения его текущего значения $h_{\varphi 1}$.

Таким образом, автоматизировав самые трудоемкие расчетные операции по определению параметров среза, можно сократить затраты времени на выполнение технологической подготовки производства при разработке технологических процессов многокоординатной обработки зубчатых венцов цилиндрических зубчатых колес с пространственной модификацией зубьев методом копирования пальцевой модульной фрезой.

6.3. Параметры сечения среза при многокоординатном зубофрезеровании дисковой модульной фрезой при постоянной подаче на зуб

Расчет угла поворота режущего инструмента, в течение которого осуществляется контакт инструмента и заготовки, и определение координат точки пересечения нормали к поверхности последующего реза с поверхностью предыдущего реза требуют проведения наибольшего количества расчетов. Это обусловлено небольшим значением подачи на зуб дисковой модульной фрезы по сравнению с шириной зубчатого венца, в результате чего траектория относительного перемещения инструмента задается большим количеством точек. Для каждой точки траектории необходимо провести в ряде случаев несколько (до десятка) в зависимости от требуемой точности параллельных расчетов. Поэтому целесообразно выполнить автоматизацию самых трудоемких расчетных операций составив программные расчетные блоки.

Задача по определению максимального угла контакта дисковой модульной фрезы с обрабатываемой заготовкой может быть разделена на две подзадачи:

- определение угла в начале контактирования или на выходе зуба РИ на поверхность вершин зубьев;

- определение угла при врезании в торец или при выходе РИ на торец заготовки.

В общем случае максимальный угол контактирования определяется системой уравнений (3.71). Для определения угла поворота инструмента при контактировании с заготовкой на поверхности вершин зубьев необходимо в правые части первого и второго уравнений системы подставить уравнение окружности, определяющей основание цилиндрической поверхности вершин зубьев:

$$
\begin{aligned}
R_{a1}{}^2 = {} & (X(\lambda_i)\cos\alpha_{yi} - Y(\lambda_i)\sin\alpha_{yi}\sin\varphi_{uj} + \frac{D_{фр}}{2}\sin\alpha_{yi}\sin\varphi_{uj} + x_{Szi}^{mp})^2 + \\
& + (-X(\lambda_i)\sin\alpha_{xi}\sin\alpha_{yi} + Y(\lambda_i)(\cos\alpha_{xi}\cos\varphi_{uj} - \cos\alpha_{yi}\sin\alpha_{xi}\sin\varphi_{uj}) + \\
& + \frac{D_{фр}}{2}(\cos\alpha_{yi}\sin\alpha_{xi}\sin\varphi_{uj} - \cos\alpha_{xi}\cos\varphi_{uj}) + a_{фр}\cos\alpha_{xi} + y_{Szi}^{mp} - R_1)^2.
\end{aligned}
\qquad (6.19)
$$

Решение уравнения (6.19) может быть получено численным методами в программном пакете MathCAD.

Угол поворота инструмента при его выходе на торец или при врезании в торец заготовки зубчатого венца определяется, если в третье уравнение системы (3.71) подставить координату по длине зубчатого венца, определяющую положение рассматриваемого торца. Полученное уравнение решается относительно угла поворота дисковой модульной фрезы φ_{uj} при заданном значении параметра сплайна λ_i, описывающего геометрию режущей кромки инструмента и значении координаты $z_{заг}$, определяющей положение рассматриваемого торца заготовки.

$$z_{заг} = -X(\lambda_i)\cos\alpha_{xi}\sin\alpha_{yi} - Y(\lambda_i)(\sin\alpha_{xi}\cos\varphi_{uj} + \cos\alpha_{xi}\cos\alpha_{yi}\sin\varphi_{uj}) + \\ + \frac{D_{фр}}{2}(\sin\alpha_{xi}\cos\varphi_{uj} + \cos\alpha_{xi}\cos\alpha_{yi}\sin\varphi_{uj}) + z_{Szi}^{mp} - a_{фр}\sin\alpha_{xi}. \quad (6.20)$$

Решение уравнения (6.20) может быть получено численными методами в программном пакете MathCAD.

Задача по определению значений координат точек пересечения нормали с предыдущей поверхностью резания заключается в решении системы из 5 уравнений вида (3.79) или (3.80). Выбор той или иной системы зависит от рассматриваемого местоположения дисковой модульной фрезы. При нахождении фрезы в начале траектории относительного перемещения РИ и в процессе обработки зубчатого венца известными являются координаты точек пересечения поверхности резания с торцом и наружным диаметром заготовки. В результате решения системы уравнений (3.79) необходимо найти координаты точки на последующей поверхности резания такой, чтобы нормаль в этой точке к предыдущей поверхности резания проходила через точку с известными координатами, принадлежащую торцу или поверхности вершин. При выходе РИ на торец заготовки в конце рабочего хода и при обработке узковенцовых колес, когда путь врезания РИ соизмерим с шириной зубчатого венца, известными являются координаты точек пересечения поверхности резания с торцом заготовки. В результате решения системы уравнений (3.80) необходимо найти координаты точки пересечения предыдущей по-

верхности резания с нормалью к последующей поверхности резания из точки координаты, которой известны.

Для определения значений координат точек пересечения нормали с предыдущей поверхностью резания необходимо решить систему из 5 уравнений. Причем количество систем, которые необходимо решить тем больше, чем больше узловых точек траектории перемещения РИ, а также зависит от выбранного количества точек на режущей кромке инструмента. Решить систему (3.79) относительно координат рассматриваемой точки режущей кромки $x^u_{1_{i+1,j}}$, $y^u_{1_{i+1,j}}$, $z^u_{1_{i+1,j}}$, угла поворота фрезы φ_{uji+1} и параметра сплайна рассматриваемой точки на режущей кромке λ_{i+1} можно используя численные методы и аналитически полученные зависимости в соответствии с алгоритмом, представленным на рисунке 6.4.

Программа, составленная в соответствии с алгоритмом рисунок 6.4., позволяет определить численными методами распределение угла развернутости эвольвенты для точки пересечения нормали с поверхностью предыдущего реза, соответствующие решению системы уравнений (3.80). Причем возможно определение всего массива значений, как для всех узловых точек пространственной траектории относительного перемещения РИ, так и для заданного количества точек n_j на режущей кромке. В программу заложены три цикла: два цикла “For” и один цикл “While”. Циклы “For” обеспечивают перебор по матрице значений изменяющихся параметров сплайна λ_{i+1} и углов поворота дисковой модульной фрезы $\varphi_{ui,j}$. Цикл “While” обеспечивает расчет приближенного значения параметра сплайна λ_{i+1} до того момента, пока не будут получены значения заданных параметров $k2_{i,j} \le 0$. Точность подбора параметра сплайна λ_{i+1} зависит от шага h_λ.

Система уравнений (3.80) решается также в соответствии с алгоритмом, представленным на рисунке 6.4. относительно координат рассматриваемой точки режущей кромки $x^u_{1_{i,j}}$, $y^u_{1_{i,j}}$, $z^u_{1_{i,j}}$, угла поворота фрезы φ_{uji} и параметра сплайна рассматриваемой точки на режущей кромке λ_i.

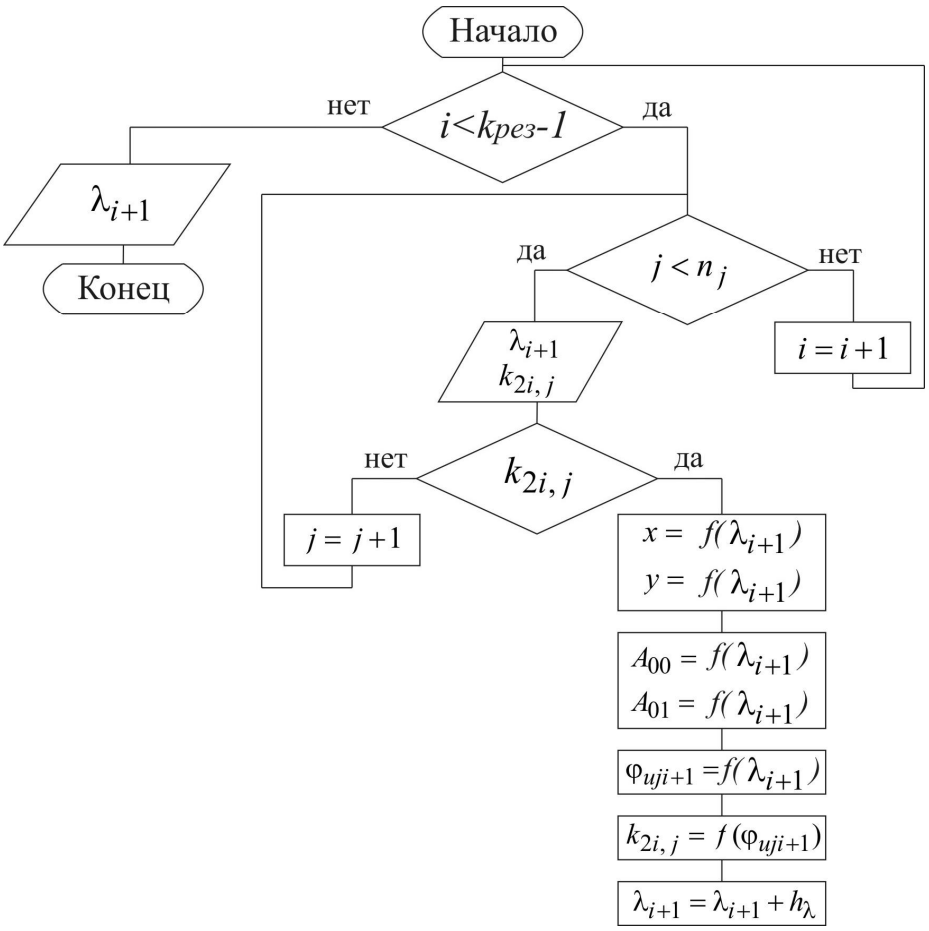


Рисунок 6.4. Алгоритм расчета координат точек пересечения нормали с предыдущей поверхностью резания при описании геометрии режущей кромки сплайном Белье пятого порядка

6.4. Параметры сечения среза при многокоординатном зубофрезеровании дисковой модульной фрезой при переменной подаче на зуб

Наиболее трудоемкой задачей при определении режимов резания при многокоординатной обработки зубчатого венца с пространственной модификацией зубьев дисковой модульной фрезой, обеспечивающих постоянство параметров сечения среза, является определение переменной подачи на зуб. Подача на зуб между двумя произвольными соседними точками пространственной траектории перемещения РИ при заданной толщине срезаемого слоя определяется решением системы из 14 уравнений (3.82) при выходе режущего инструмента в конце рабочего хода на торец заготовки или 11 уравнениями системы (3.82) при врезании РИ в за-

готовку и при обработке в теле заготовки. Решить данную систему можно аналитически получив некоторые параметры, а оставшиеся подсчитать численными методами. Алгоритм программного модуля для автоматизации вычислений величины подачи на зуб аналогичен представленному на рисунке 6.3.

Для ускорения и упрощения расчетов используем аналитические зависимости: для определения параметров перехода от системы координат $x_1y_1z_1$, связанной с шестерней (зубчатой втулкой), к системе координат $x_0y_0z_0$, связанной с РИ (3.35) и (3.36).

Аналитически также можно решить кубическое уравнение (3.44) относительно параметра сплайна λ_i^{mp}, определяющее распределение параметров сплайнов, соответствующих заданным значениям координаты по длине зуба z_{Szi}^{mp}, используя зависимости (6.13) - (6.18).

Значение параметра сплайна λ_i^{mp} и подача на зуб S_{zi}, соответствующая постоянному значению ширины среза, в соответствии с алгоритмом (рисунок 6.3), определяются итерационно с использование циклов: одного цикла “For” и двух циклов “While”. Циклы “For” обеспечивают перебор по вектору значений координат точек траектории относительного перемещения РИ. Первый цикл “While” обеспечивает расчет приближенного значения координаты точки на траектории относительного перемещения РИ, при котором достигается постоянная ширина срезаемого слоя. Точность подбора координат точки на траектории относительного перемещения РИ зависит от шага h_{Sz}. Второй цикл “While” обеспечивает расчет приближенного значения параметра сплайна λ_i^{mp} до момента, пока не будут получены значения заданных параметров $k_{i,j} \geq k_{111i,j}$. Точность подбора параметра сплайна λ_i^{mp} зависит от шага h_λ.

Таким образом, автоматизировав самые трудоемкие расчетные операции по определению параметров среза, можно сократить затраты времени на выполнение технологической подготовки производства при разработке технологических процессов многокоординатной обработки зубчатых венцов цилиндрических колес с

пространственной модификацией зубьев методом копирования дисковой модульной фрезой.

6.5. Экспериментальное получение зубчатого венца с комплексной пространственной модификацией зубьев на существующем серийном оборудовании стандартным РИ

6.5.1. Экспериментальное получение зубчатого венца с комплексной пространственной модификацией зубьев

Выполним экспериментальное получение зубчатых венцов с комплексной пространственной модификацией зубьев на универсальном зубофрезерном станке стандартным РИ, способом с сообщением заготовке дополнительного вращательного движения при постоянном значении радиальной коррекции положения РИ. Параметры для настройки станка для нарезания зубьев с пространственной модификацией, приближенной комплексной пространственной рассчитаны в п. 4.3.4: значение радиальной коррекции положения РИ - 0,13 мм, а угол наклона линии зубьев 1,5°.

В процессе нарезания зубчатого венца с комплексной пространственной модификацией зубьев использовалось следующее:

— оборудование — зубофрезерный станок модели 5Е32 (рисунок 6.5);

— инструмент — червячная фреза по ГОСТ 9324—80;

—заготовки, выполненные из стали 45 ГОСТ 1050—88.

Режимы резания при нарезании зубьев с модификацией, приближенной к комплексной пространственной:

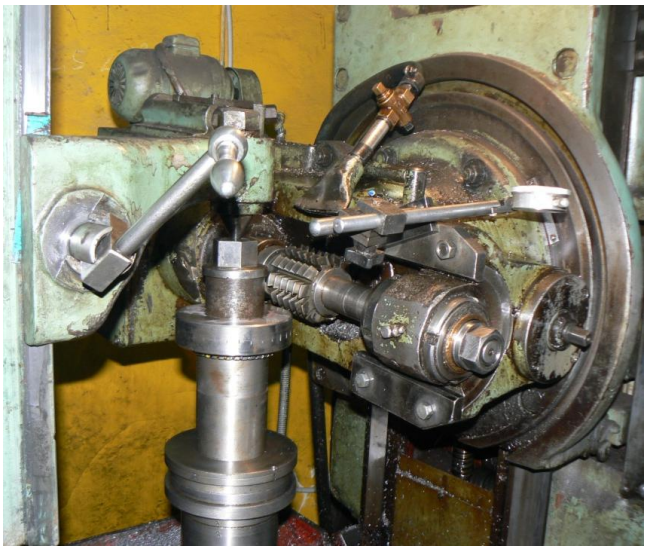
— скорость резания — 34 м/мин;

— подача — 3 мм/об.

До начала процесса обработки производилось:

— настройка кинематических цепей станка для нарезания зубьев с заданными параметрами, в том числе и наладка дифференциала для выполнения первого прохода (рисунок 6.6);

а)



б)

Рисунок 6.5. Зубофрезерный станок: а - рабочая зона; б - установка червячной фрезы для выполнения первого прохода

— установка, выверка и закрепление фрезы, с установкой на требуемый угол для выполнения первого рабочего хода рисунок 6.5. б;

— установка, выверка и закрепление заготовки;

— установка фрезы относительно заготовки на глубину резания, которая учитывает постоянное значение радиальной коррекции РИ.

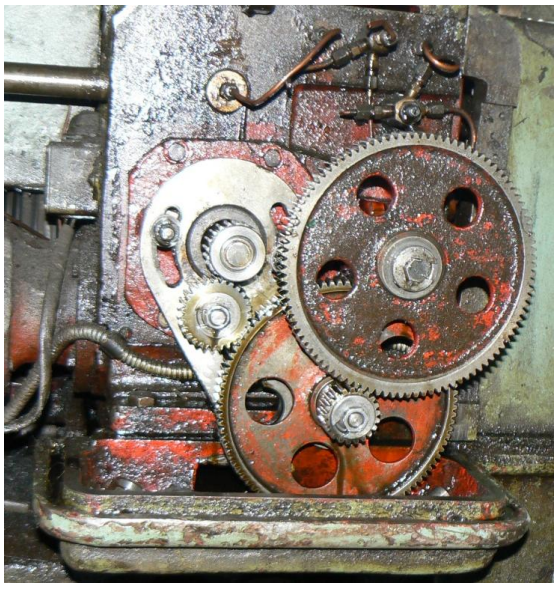


Рисунок 6.6. Наладка дифференциала для выполнения первого прохода

В процессе обработки выполнено следующее:

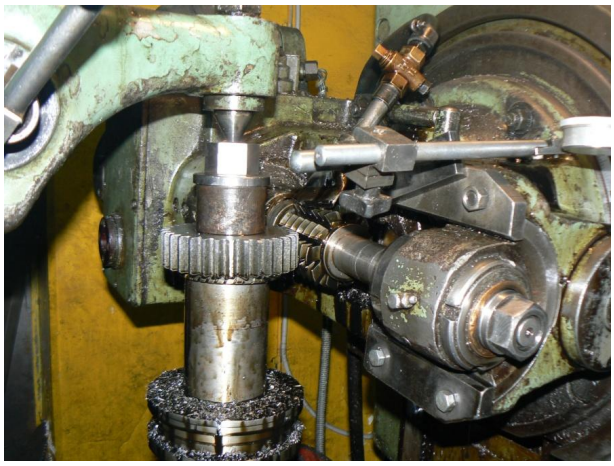
— первый рабочий ход инструмента для предварительного получения на заготовке косозубого зубчатого венца с углом наклона линии зуба 1,5° (рисунок 6.7.);

— поднастройка станка:

- поворот фрезы на угол, соответствующий получению косозубого зубчатого венца с углом наклона линии зуба, противоположным ранее полученному (рисунок 6.8);

а)

б)



в)

Рисунок 6.7. Первый рабочий ход: а - в начале; б - в середине; в - в конце

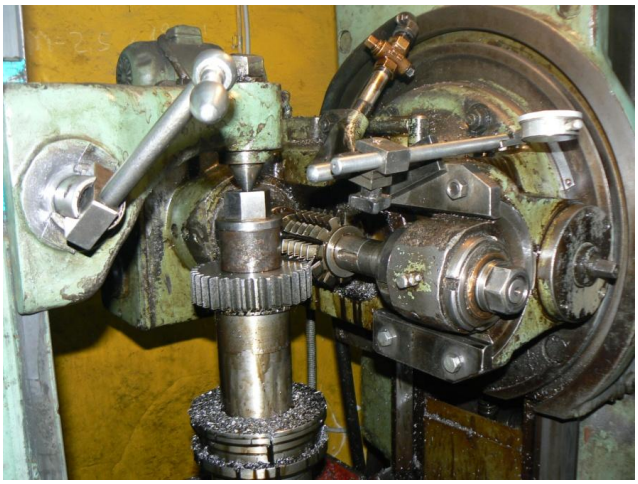


Рисунок 6.8. Установка фрезы для выполнения второго прохода

- изменение направления дополнительного вращательного движения заготовки, путем снятия паразитной шестерни в цепи дифференциала (рисунок 6.9);

- смещения инструмента в плоскости, перпендикулярной оси вращения заготовки (рисунок 6.10);

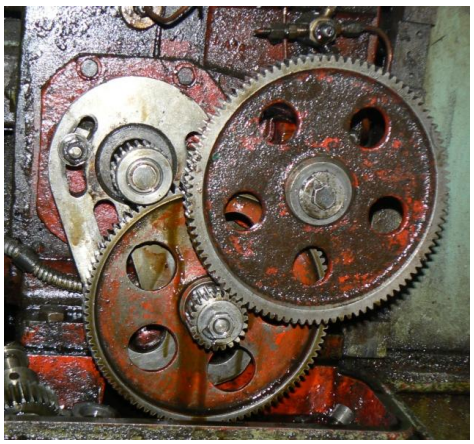


Рисунок 6.9. Наладка дифференциала для выполнения второго прохода

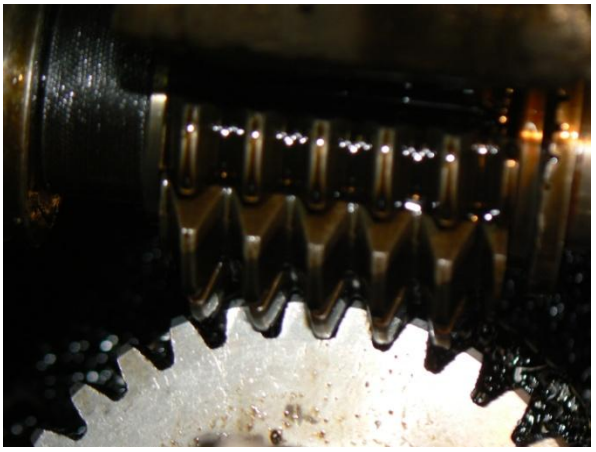
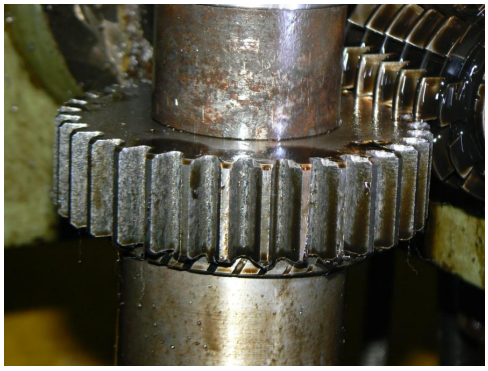


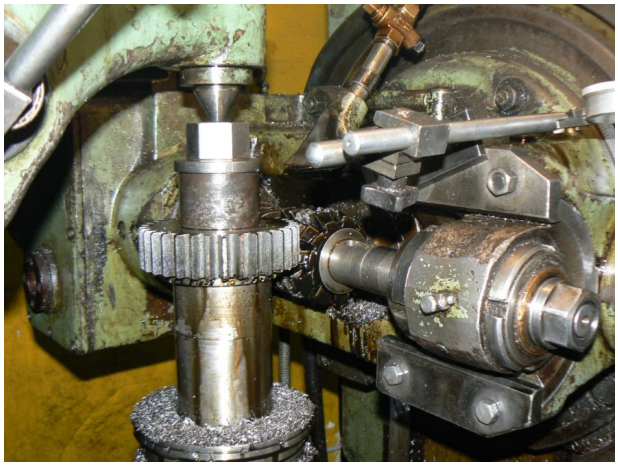
Рисунок 6.10. Положение фрезы перед выполнением второго прохода

- — второй рабочий ход инструмента для нарезания косозубого зубчатого венца с противоположным углом наклона линии зубьев (рисунок 6.11.).



а)

б)



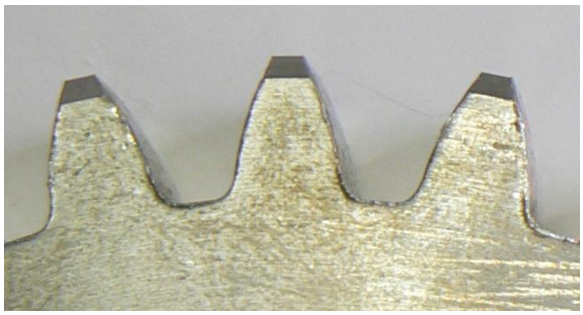
в)

Рисунок 6.11. Второй рабочий ход: а - в начале; б - в середине; в - в конце

Таким образом, в результате обработки по предложенному способу получены зубья с модификацией, приближенной к комплексной пространственной. Форма боковой поверхности зубьев представлена на рисунке 6.12.

а)

б)



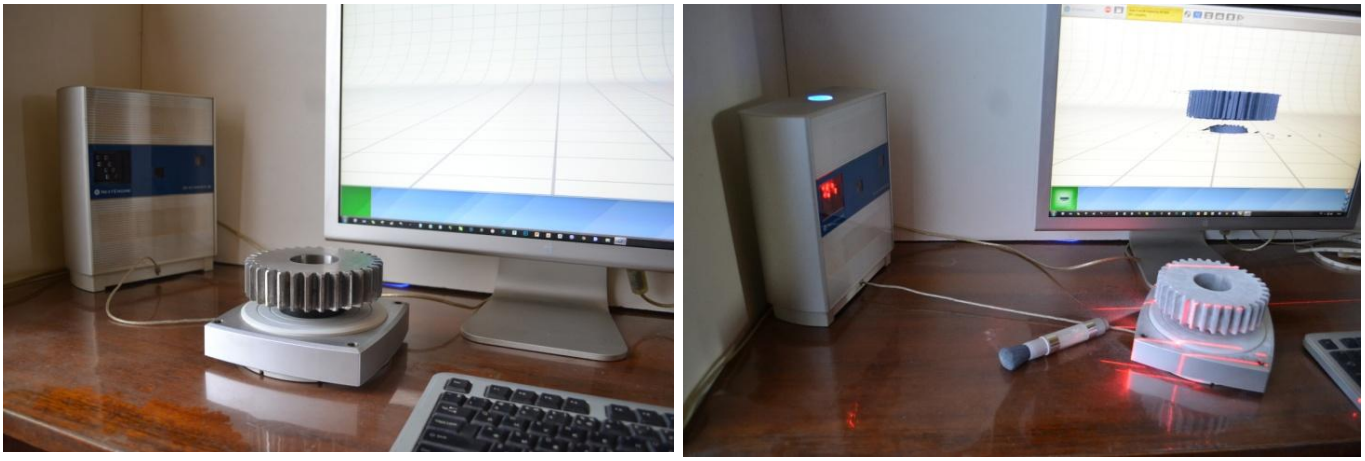
в)

Рисунок 6.12. Шестерня с модификацией зубьев, приближенной к комплексной пространственной: а) общий вид зубьев; б) вид зубьев сверху; в) вид зубьев с торца шестерни

6.5.2. Экспериментальное определение толщины зубьев с комплексной пространственной модификацией

В процессе проведения измерительного эксперимента выполним измерение распределения толщины зубьев с комплексной пространственной модификацией, полученных в результате обработки методом обкатки на существующем серийном оборудовании стандартным РИ. Распределение толщины зубьев определим в зависимости от их высоты и координаты по длине зуба (см. Раздел 5). Для контроля соответствия геометрии боковой поверхности зубьев нарезанного зубчатого венца выполним сравнение полученных в результате измерительного эксперимента ко-

ординат точек с соответствующими им теоретическими значениями. Измерение координат точек боковой поверхности зуба выполним на модели полученной 3-D сканированием, установка для сканирования и процесс сканирования показаны на рисунке 6.13.



а) б)

Рисунок 6.13. 3-D сканирование шестерни: а - установка 3-D сканера; б - процесс сканирования шестерни

Сканирование осуществлялось с использованием 3-D сканера NextEngine Desktop 3D Laser Scaner HD. Заготовка устанавливалась на AutoDrive ™ - высокоточный автоматический поворотный стол с сервоприводом. Перед началом процесса сканирования на шестерню наносилось антибликовое покрытие.

В результате 3-D сканирования получен STL файл модели, который в дальнейшем был очищен в специализированной программе, таким образом, чтобы остались только те поверхности, которые необходимы для проведения измерений (рисунок 6.14). После очистки изображения файл был сохранен в одном из стандартных форматов которые открываются CAD системами - ACIS (*.sat), что позволило непосредственно в графическом окне программы определять геометрические характеристики исследуемых объектов.

6.5.2.1. Предварительные измерения и обработка результатов измерений

Выполним предварительные измерения толщины зубьев для определения объема измерительной информации. Количество повторов предварительных измерений всех параметров $n=10$.

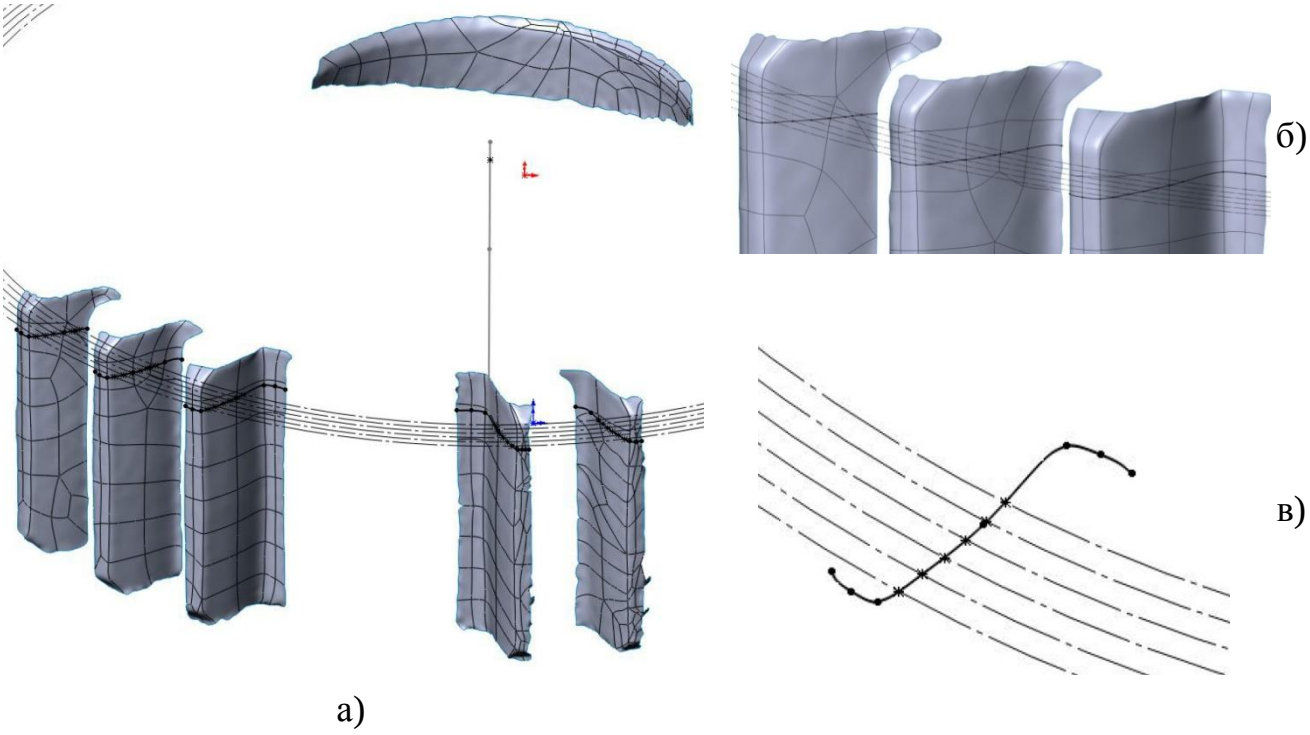


Рисунок 6.14. Часть CAD модели шестерни: а - часть CAD модели; б - часть боковой поверхности зубьев; в - профиль зуба в сечении измерительной плоскостью

На части CAD модели шестерни, полученной в результате 3-D сканирования и последующей обработки изображения, присутствуют боковые поверхности нескольких зубьев и участок цилиндрической поверхности посадочного отверстия. Выполнив сечение участка цилиндрической поверхности горизонтальной плоскостью, получим в общем случае в сечении эллипс. Длина малой оси эллипса будет определять диаметральный размер отверстия. Длина большой оси эллипса будет определять положение плоскости перпендикулярной оси отверстия, которая расположена под углом к горизонтальной плоскости и проходит через малую ось эллипса. Отношение длин малой и большой осей эллипса позволяет определить косинус угла между плоскостями. После чего положение плоскости, перпендику-

лярной оси вращения шестерни определяется построением в CAD системе SolidWorks 2017.

Определим координаты точки, принадлежащей оси отверстия. Положение окружности заданного радиуса на плоскости определяется координатами трех точек ей принадлежащих. В сечении модели плоскостью, перпендикулярной оси вращения, определим координаты десяти троек наиболее отдаленных друг от друга точек, принадлежащих поверхности отверстия шестерни (таблица 6.1). Для выбранных точек составим десять систем уравнений вида (5.2). Решим системы уравнений (5.2), подставив в них значения координат x_i, y_i и найдем параметры уравнения окружности. Результаты расчета параметров окружности сводим в таблицу 6.2.

Таблица 6.1. Координаты точек окружности в сечении плоскостью перпендикулярной оси вращения шестерни

№ п/п	x_1, мм	y_1, мм	z_1, мм	x_2, мм	y_2, мм	z_2, мм	x_3, мм	y_3, мм	z_3, мм
1	18,50	-6,68	36,37	-3,81	-26,37	36,37	-25,51	-14,85	36,53
2	18,17	-8,26	36,36	1,27	-25,55	36,36	-22,71	-18,58	36,50
3	17,81	-9,47	36,36	-12,65	-25,18	36,42	-20,76	-20,51	36,48
4	16,64	-12,58	36,35	2,97	-25,03	36,35	-20,06	-21,11	36,48
5	14,29	-16,47	36,34	-6,92	-26,33	36,39	-16,71	-23,36	36,45
6	14,72	-15,86	36,34	7,94	-22,48	36,34	-24,13	-16,84	36,52
7	9,88	-21,10	36,34	-21,70	-19,65	36,49	-10,07	-25,84	36,41
8	17,29	-10,94	36,36	-1,20	-26,11	36,36	-18,58	-22,22	36,46
9	15,67	-14,36	36,35	-5,70	-26,37	36,38	-23,33	-17,86	36,51
10	13,68	-18,41	36,34	-10,91	-25,61	36,41	-21,36	-19,98	36,49

Для полученных значений координат точек центра окружности $x_{ц.о}$, $y_{ц.о}$ и значения радиуса R_o проведем статистическую обработку данных [416, 417, 418, 419]:

— определим среднее арифметическое значение:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i. \qquad (6.21)$$

Таблица 6.2. Результаты расчета параметров окружности

№ п/п	R_o, мм	$x_{ц.о}$, мм	$y_{ц.о}$, мм	$z_{ц.о}$, мм
1	23,9155	-5,0418	-2,4816	36,4989
2	23,9070	-5,0298	-2,4879	36,4912
3	23,8595	-5,0300	-2,5700	36,4979
4	23,9119	-5,0439	-2,501	36,5059
5	23,8180	-5,0618	-2,5846	36,4979
6	23,9305	-5,0572	-2,3867	36,4997
7	23,9071	-5,0873	-2,4580	36,4897
8	23,8642	-5,0541	-2,5591	36,5073
9	23,8708	-5,0507	-2,5080	36,5133
10	23,9928	-5,1089	-2,3291	36,5101
$\bar{x}$	23,8976	-5,0566	-2,4868	36,5012
S	0,04762	0,02478	0,08034	$7{,}77545*10^{-3}$
A	-0,27177	0,84410	-0,58650	-0,04498
E	-0,52147	-0,49877	-0,87339	-1,44553

— определим среднее квадратическое отклонение:

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}. \qquad (6.22)$$

— выполним оценку принадлежности x_i к данной совокупности:

$$U_i = \frac{\bar{x} - x_i}{S} \le h, \qquad (6.23)$$

где h — параметр, значение которого зависит от объема выборки, при n=10 и проценте риска p=5% составляет h=2,176.

Для проверки гипотезы о том, что опытное распределение подчиняется нормальному закону распределения, определим [416, 417, 420]:

— асимметрию:

$$A = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^3}{nS^3}. \qquad (6.24)$$

— эксцесс:

$$E = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^4}{nS^4} - 3. \qquad (6.25)$$

— основную ошибку определения асимметрии:

$$\Delta_A = \pm\sqrt{\frac{6}{n}} = \pm\sqrt{\frac{6}{10}} = \pm 0.7746. \qquad (6.26)$$

— основную ошибку определения эксцесса:

$$\Delta_E = \pm\sqrt{\frac{24}{n}} = \pm\sqrt{\frac{24}{10}} = \pm 1.5492. \qquad (6.27)$$

Результаты расчетов по зависимостям (6.21) — (6.27) занесем в таблицу 6.2. Как видно из данных таблицы 6.2, показатель асимметрии и эксцесс для распределения значений координат точек центра окружности $x_{ц.о}$, $y_{ц.о}$ и значения радиуса R_o по своей абсолютной величине существенно не превосходят своих средних ошибок, то есть $A/\Delta_A<3$ и $E/\Delta_E<3$. А значит, нет оснований, сомневаться в применимости нормального закона распределения [416, 417, 420] для этих параметров.

Найденные таким образом, средние значения координат центра окружности являются координатами первой точки, принадлежащей оси вращения шестерни. Для определения координат второй точки, принадлежащей оси, найдем уравнение плоскости вида (5.4) и уравнение нормали к ней вида (5.8) и (5.9). Для чего используя значения координат x_i, y_i, z_i (таблица 6.1), определим текущие значения коэффициентов в уравнении плоскости, перпендикулярной оси вращения шестерни по зависимостям (5.5) (таблица 6.3).

Подсчитав значения коэффициентов в уравнение плоскости, определим значения третьей координаты $z_{ц.о.}$ центра окружности по зависимости (5.7). Результаты расчета координаты $z_{ц.о.}$ занесем в таблицу 6.2. Для значений координаты

$z_{ц.о.}$ проведем статистическую обработку данных по зависимостям (6.21) — (6.27), полученные результаты занесем в таблицу 6.2.

Таблица 6.3. Значения коэффициентов в уравнении плоскости

№ п/п	A	B	C	D
1	-3,1413	3,3986	-684,1495	$2{,}4963*10^4$
2	-2,4206	2,3660	-532,4072	$1{,}9422*10^4$
3	-1,2228	1,3410	-269,6563	$9{,}8392*10^3$
4	-1,6185	1,7771	-340,3099	$1{,}2420*10^4$
5	-0,7401	0,7831	-159,5231	$5{,}8205*10^3$
6	-1,1916	1,2204	-250,5426	$9{,}1416*10^3$
7	0,8125	-0,7819	178,6167	$-6{,}5155*10^3$
8	-1,5170	1,8490	-335,5807	$1{,}2248*10^4$
9	-1,8166	2,2492	-393,5950	$1{,}4368*10^4$
10	-1,0629	1,2357	-225,8037	$8{,}2416*10^3$

Используя значения координат центра окружности $x_{ц.о}$, $y_{ц.о.}$, $z_{ц.о.}$ (таблица 6.2) и значения коэффициентов уравнения плоскости перпендикулярной оси вращения шестерни (таблица 6.3) получим уравнения нормали к рассматриваемой плоскости (5.8) и (5.9). Подставив значения координат центра окружности $x_{ц.о}$, $y_{ц.о.}$, $z_{ц.о.}$ и значения коэффициентов уравнения плоскости в зависимости (5.10) и (5.11) определим значения координат точки пересечения оси вращения шестерни с плоскостью *xOy* абсолютной системы координат. Результаты расчетов сведем в таблицу 6.4.

Таблица 6.4. Значения координат точки пересечения оси вращения шестерни с плоскостью *xOy* абсолютной системы координат

№ п/п	$x_{н.к.}$, мм	$y_{н.к.}$, мм	№ п/п	$x_{н.к.}$, мм	$y_{н.к.}$, мм
1	-5,2103	-2,3020	6	-5,2308	-2,2089
2	-5,1957	-2,3257	7	-5,2533	-2,2983
3	-5,1955	-2,3885	8	-5,2191	-2,3580
4	-5,2175	-2,3104	9	-5,2192	-2,2993
5	-5,2311	-2,4054	10	-5,2808	-2,1293

Для определения истинных значений координат точек найдем значения масштабного коэффициента модели по зависимости (5.12). Результаты расчета масштабного коэффициента занесем в таблицу 6.5.

Таблица 6.5. Результаты расчета масштабного коэффициента модели

№ п/п	1	2	3	4	5
μ	0,99315	0,99343	0,99541	0,99323	0,99714
№ п/п	6	7	8	9	10
μ	0,99246	0,99343	0,99522	0,99494	0,98988

В CAD системе SolidWorks 2017 построим кривые пересечения боковых поверхностей зубьев с плоскостью перпендикулярной оси вращения шестерни, используя стандартную функцию "Эскиз вдоль линии пересечения тел" (рисунок 6.14). Из точки, принадлежащей оси вращения, построим окружность таким образом, чтобы она пересекала профили зубьев. В месте пересечения ближайших разноименных профилей с окружностью поставим точки, для удобства определения значений координат. После чего используя функцию "Измерить" SolidWorks 2017 определяем значения координат точек на разноименных профилях зубьев (таблица 6.6).

Таблица 6.6. Измеренные значения координат на разноименных профилях зубьев

Координата	$x_{изм}$, мм	$y_{изм}$, мм	$z_{изм}$, мм
Правый профиль	-35,56	55,20	22,51
Левый профиль	-3,91	62,74	22,40

Приведем, полученные таким образом, координаты точек на профилях зубьев к началу координат абсолютной системы координат. Определив параметры перехода от абсолютной системы координат xyz к системе координат модели $x_My_Mz_M$ по зависимостям (5.21), (5.25) и (5.26), подставим их в систему уравнений (5.20), что позволит определить координаты точек профилей в системе координат модели $x_My_Mz_M$. Результаты расчетов запишем в таблицу 6.7.

Таблица 6.7. Координаты точек на профилях зубьев в системе координат модели

№ п/п	$x_{л.п.}$, мм	$y_{л.п.}$, мм	$z_{л.п.}$, мм	$x_{п.п.}$, мм	$y_{п.п.}$, мм	$z_{п.п.}$, мм
1	1,199	65,152	$-2{,}941*10^{-3}$	-30,451	57,613	0,143
2	1,185	65,165	0,036	-30,465	57,625	0,171
3	1,185	65,239	$-3{,}081*10^{-3}$	-30,465	57,700	0,142
4	1,202	65,166	-0,024	-30,447	57,627	0,130
5	1,219	65,255	$9{,}752*10^{-4}$	-30,431	57,715	0,146
6	1,216	65,057	$3{,}276*10^{-3}$	-30,434	57,518	0,149
7	1,243	65,136	0,041	-30,407	57,596	0,175
8	1,209	65,220	-0,044	-30,441	57,681	0,114
9	1,207	65,166	-0,061	-30,443	57,627	0,104
10	1,267	64,991	-0,042	-30,383	57,452	0,117

Выполним привязку координат точек профиля к осям координат Ox_M и Oy_M. Для привязки координат точек на боковой поверхности зуба к какой либо системе координат необходимо определить положение оси его симметрии. Положение оси симметрии зуба может быть определено координатами двух характерных точек: первая точка принадлежит оси вращения измеряемой шестерни, а вторая точка лежит в середине отрезка, который определяет толщину зуба в любом его сечении или отрезка между двумя соответствующими точками на разноименных профилях соседних зубьев. Координаты точки на оси вращения измеряемого зубчатого колеса совпадают с координатами центра окружности, которая пересекает рассматриваемые профили. Координатами второй точки, являются координаты середины отрезка, который связывает соответствующие точки на левом и правом профилях двух соседних зубьев. Координаты точки середины отрезка определяются по зависимостям (5.27). Результаты расчета координат точек середины отрезка заносим в таблицу 6.8.

Используя координаты точек середины отрезка, определяем угол между горизонтальной осью системы координат модели и осью симметрии, в данном случае, впадины зуба (5.28). После чего приводим координаты зубьев, к вертикаль-

ной оси и определяем истинные значения координат точек на профилях зубьев с учетом масштабного коэффициента модели μ по зависимостям (5.29). Результаты расчетов заносим в таблицу 6.9. Для результатов приведения координат точек на профилях зубьев к вертикальной оси системы координат модели проведем статистическую обработку данных по зависимостям (6.21) — (6.27), полученные результаты занесем в таблицу 6.9.

Таблица 6.8. Координат точек середины отрезка между двумя точками разноименных профилей соседних зубьев

№п/п	$x_{m.o.}$, мм	$y_{m.o.}$, мм	№п/п	$x_{m.o.}$, мм	$y_{m.o.}$, мм
1	-14,6261	61,3828	6	-14,6092	61,2876
2	-14,6397	61,3949	7	-14,5822	61,366
3	-14,6396	61,4694	8	-14,6157	61,4507
4	-14,6225	61,3968	9	-14,6177	61,3967
5	-14,6063	61,4849	10	-14,5582	61,2213

Таблица 6.9. Координаты точек на профилях зубьев, приведенные к вертикальной оси системы координат модели

№ п/п	α, град	$x_M^{л.п.}$, мм	$y_M^{л.п.}$, мм	$z_M^{л.п.}$, мм	α, град	$x_M^{п.п.}$, мм	$y_M^{п.п.}$, мм	$z_M^{п.п.}$, мм
1	-59,72266	-2,7315	64,6614	0,143	-93,47266	2,7309	-64,6595	$-2{,}941*10^{-3}$
2	-59,71321	-2,7373	64,6966	0,171	-93,46321	2,7352	-64,6896	0,036
3	-59,72893	-2,7624	64,8902	0,142	-93,47893	2,7629	-64,8916	$-3{,}081*10^{-3}$
4	-59,72878	-2,7349	64,6771	0,130	-93,47878	2,7353	-64,6784	-0,024
5	-59,76157	-2,7667	65,0014	0,146	-93,51157	2,7725	-65,0206	$9{,}752*10^{-4}$
6	-59,71751	-2,7022	64,5260	0,149	-93,46751	2,7008	-64,5213	$3{,}276*10^{-3}$
7	-59,75795	-2,7217	64,6448	0,175	-93,50795	2,7269	-64,6620	0,041
8	-59,74612	-2,7537	64,8502	0,114	-93,49612	2,7569	-64,8609	-0,044
9	-59,73298	-2,7389	64,7862	0,104	-93,48298	2,7400	-64,7897	-0,061
10	-59,74871	-2,6707	64,2778	0,117	-93,49871	2,6744	-64,2898	-0,042
$\bar{x}$, мм	-	-2,7320	64,7012	0,1391	-	2,7336	64,7063	$-9{,}481*10^{-3}$
S, мм	-	0,0287	0,2029	0,0234	-	0,0291	0,2046	0,0333
A	-	0,7455	0,5238	0,0593	-	-0,5946	0,4336	0,4336
E	-	-0,4465	-0,4621	-1,3671	-	-0,6474	-0,5573	-0,5573

Таким образом, полученные в результате 3-D сканирования и последующей обработки значения координат точек, принадлежащих элементам зубчатого венца, будут приведены к вертикальной оси системы координат модели $x_M y_M z_M$.

6.5.2.2. Определение минимального количества опытов

Используя результаты измерений можно определить координаты по высоте и толщине зуба (таблица 6.5 и таблица 6.7), а также координаты по длине зуба по формуле [416, 417]:

$$\breve{A} = \sum_{i=1}^{n} \frac{A_i}{n}, \tag{6.28}$$

где n — число параллельных опытов;

A_i — отдельное значение измеряемой величины.

Оценку среднего квадратичного отклонения случайных погрешностей результатов косвенных измерений вычисляют по формуле [416, 417]:

$$S(\breve{A}) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \frac{(A_i - \breve{A})^2}{n(n-1)}}. \tag{6.29}$$

Выполнив расчеты по зависимостям (6.28) и (6.29), определим результаты косвенных измерений координат точек профиля боковой поверхности зуба и оценки среднего квадратичного отклонения, результаты расчетов сведем в таблицу 6.10.

Минимальная величина выборки, согласно [420, 421], определяется по зависимости:

$$n = \frac{t_c^2 * S(\breve{A})^2 + \varepsilon^2}{\varepsilon^2}, \tag{6.30}$$

где t_c — аргумент функции Стьюдента [422], для заданных условий t_c = 2,1;

ε — точность измерений.

Проведем расчеты для всех координат по зависимости (6.30) для 95% уровня надежности и точности: для координаты X — $\varepsilon_x = 0{,}010$ мм, для координаты Y — $\varepsilon_y = 0{,}068$ мм, для координаты Z — $\varepsilon_z = 0{,}012$ мм. Полученные результаты

сведем в таблицу 6.10. Как видно таблицы 6.10, минимальное количество измерений, необходимое для того, чтобы обеспечить заданную точность измерения координат — 5.

Таблица 6.10. Результаты измерений координат точек профиля боковой поверхности зубьев с комплексной пространственной модификацией

Статистические характеристики	$x_M^{л.п.}$, мм	$y_M^{л.п.}$, мм	$z_{л.п.}$, мм	$x_M^{п.п.}$, мм	$y_M^{п.п.}$, мм	$z_{п.п.}$, мм
$\breve{A}$	-2,7320	64,7012	0,1391	2,7336	64,7063	-9,481*10-3
$S(\breve{A})$	$9{,}089*10^{-3}$	0,0642	$7{,}3929*10^{-3}$	$9{,}189*10^{-3}$	0,0647	0,0105
Минимальное количество измерений	5	5	4	5	5	5

Таким образом, представленная методика позволяет проводить измерения координат точек боковой поверхности зуба с комплексной пространственной модификацией или приближенной к ней с точностью при уровне значимости 0,05: для координаты *X — ±0,010* мм, для координаты *Y — ±0,068* мм, для координаты *Z — ±0,012* мм.

6.5.2.3. Измерение значений координат точек на боковой поверхности зубьев с комплексной пространственной модификацией. Сравнение измеренных и теоретических значений координат точек, принадлежащих боковой поверхности зубьев

Выполним измерение модели, полученной с использованием 3-D сканера, по методике, представленной в Главе 5 и п. 6.5.2. Для определения зависимости толщины зуба от его высоты и координаты по его длине проведем комплекс измерений координат точек на профилях зубьев в сечениях плоскостями, перпендикулярными оси вращения шестерни. Измерение координаты по толщине зуба в зависимости от координаты по его высоте и длине проведем для 5-ти выбранных зубьев. После чего выполним статистическую обработку полученных данных. Результаты измерений занесем в Приложение Л.

Таким образом, в результате проведения измерений и последующих расчетов экспериментально получена зависимость толщины зуба с комплексной пространственной модификацией от его высоты и координаты по длине зуба. Результаты измерений координат представлены в Приложении Л.

Сравним полученные экспериментальным путем в результате 3-D сканирования и последующей обработки координаты точек, принадлежащих боковой поверхности зуба шестерни, с соответствующими данными теоретических исследований с использованием зависимостей, представленных в п. 5.4. Для определения параметров контактирования зубчатых колес в заданных при измерениях точках боковой поверхности зубьев, подставим, координат $x_M^в$, $y_M^в$, $z_M^в$, полученные в результате измерения в зависимости (5.31) для внешнего зацепления. Теоретические значения координат по высоте и толщине зуба определяются решением системы уравнений (5.35). Полученные таким образом теоретические значения координат точки на боковой поверхности зуба приводим к одному положению зуба, используя зависимости (2.53) и (2.54). Приведение координат точек боковой поверхности одного зуба к вертикальной оси осуществляется в соответствии с системой уравнений (2.55). Результаты расчетов сводим в Приложение Л.

Для количественной оценки полученных результатов подсчитаем относительные погрешности в определении толщины зуба. Результаты расчетов сведем в Приложение Л.

Таким образом, выполнено сравнение координат, определяющих толщину зуба шестерни с комплексной пространственной модификацией, полученной экспериментальным путем, с применением серийного оборудования и стандартного РИ. Как видно из Приложения Л максимальное значение относительной погрешности между измеренными значениями толщин зубьев с комплексной пространственной модификацией и соответствующими им теоретическими значениями толщины зубьев не превышает 8 %.

6.6. Выводы

1. Разработаны алгоритмы программных блоков и выведены зависимости, которые позволяют автоматизировать самые трудоемкие расчетные операции по определению параметров срезаемых слоев и переменных величин режимов резания при многокоординатном зубофрезеровании методом копирования. Представленный подход позволяет сократить затраты времени на выполнение технологической подготовки производства при разработке технологических процессов многокоординатной обработки зубчатых венцов цилиндрических зубчатых колес с пространственной модификацией зубьев.

2. Разработаны алгоритмы программных блоков и выведены зависимости, которые позволяют автоматизировать расчет угла поворота режущего инструмента, в течение которого осуществляется контакт инструмента и заготовки, и определение координат точки пересечения нормали к поверхности последующего реза с поверхностью предыдущего реза при многокоординатной обработке цилиндрических зубчатых колес с пространственной модификацией зубьев. Применение разработанных зависимостей позволяет сократить затраты времени на выполнение технологической подготовки производства при разработке технологических процессов многокоординатной обработки зубчатых венцов цилиндрических зубчатых колес с пространственной модификацией зубьев.

3. Экспериментально получены зубья шестерни с приближенной к комплексной пространственной модификацией, на существующем серийном оборудовании стандартным РИ методом обкатки червячной фрезой.

Выполнены измерения координат точек боковой поверхности зуба с комплексной пространственной модификацией путем обработки измерительной информации полученной в результате 3-D сканирования шестерни. Точность измерения координат точек при уровне значимости 0,05: для координаты X — $\pm 0{,}010$ мм, для координаты Y — $\pm 0{,}068$ мм, для координаты Z — $\pm 0{,}012$ мм.

В результате сравнения координат, определяющих толщину зуба шестерни с комплексной пространственной модификацией, полученной экспериментальным путем, с применением серийного оборудования и стандартного РИ с соответствующими теоретическими значениями, установлено, что значение максимальной относительной погрешности не превышает 8 %.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертации решена **актуальная научно-техническая проблема** повышения точности многокоординатного фрезерования пространственно-модифицированных зубьев цилиндрических колес, способных компенсировать комплекс перемещений, вызванных наличием погрешностей изготовления, монтажа и деформаций элементов зубчатых передач в процессе эксплуатации, за счет пространственного подхода к решению технологических задач и аналитического описания взаимосвязи геометрии боковой поверхности зубьев, геометрии РИ и траекторий относительного перемещения инструмента и заготовки в процессе формообразования.

1. В результате анализа существующих конструктивных и технологических методов повышения надежности, долговечности и нагрузочной способности цилиндрических зубчатых колес установлено, что в настоящий момент отсутствуют универсальные геометрии зубьев, способные компенсировать все перемещения зубчатых венцов, вызванных наличием погрешностей изготовления, монтажа и деформациями в процессе эксплуатациями. Известные технологические способы формообразования зубчатых венцов, применяемое при этом оборудование и РИ имеют технологические ограничения по форме получаемой боковой поверхности зубьев или разрабатывались для получения зубчатых колес определенной конструкции. Вместе с тем возможности существующего технологического оборудования по нарезанию зубчатых венцов с заданными геометрическими параметрами зубьев раскрыты не в полной мере из-за отсутствия общих подходов в проектировании зубчатых венцов с пространственными геометриями и отсутствия аналитических зависимостей для расчета параметров процесса формообразования, которые связывали бы геометрию боковой поверхности зубьев, геометрию режущего инструмента и кинематику их относительных движений.

2. Разработан ФОКТП повышения надежности, долговечности и нагрузочной способности цилиндрических зубчатых передач. ФОКТП включает этапы в пределах жизненного цикла изделий с цилиндрическими зубчатыми колесами, реализация которых позволяет осуществлять как сквозное, так и итерационное проектирование зубчатых венцов с пространственной модификацией зубьев, способных компенсировать все перемещения, вызванные наличием погрешностей изготовления, монтажа и деформаций элементов передач, возникающих в процессе их эксплуатации.

3. В работе получены в обобщенном виде зависимости, позволяющие определять параметры пространственно-модифицированных зубьев цилиндрических колес, зацепления, на основе которых способны компенсировать комплекс перемещений и поворотов сопряженных зубчатых венцов, вызванных наличием погрешностей изготовления, погрешностей монтажа и деформациями элементов зубчатых передач. Зависимости основываются на расширении кинематического метода о минимальности мгновенного радиуса поворота из полюса зацепления в точку контакта двух сопряженных профилей для пространственного внешнего и внутреннего зацеплений цилиндрических зубчатых колес, в том числе и с внутренним зацеплением с передаточным числом равным единице.

4. На основании выполненных теоретических исследований разработана методология проектирования зубчатых венцов цилиндрических колес с новой комплексной пространственной модификацией зубьев. Разработана методика аппроксимации геометрии боковой поверхности пространственно-модифицированных зубьев цилиндрических колес сеткой сплайнов Безье третьего порядка.

5. Разработаны теоретические основы повышения точности многокоординатного фрезерования зубьев методом копирования, которые основываются на том, что РИ в процессе формообразования перемещается по пространственной траектории относительного перемещения, что позволяет найти такое положение профилирующей плоскости в пространстве, которое обеспечит минимизацию отклонений нарезаемого профиля зубьев от теоретического и таким образом повысить точность обработки зубчатых венцов. На основании этого разработаны технологические способы нарезания зубчатых венцов с пространственной модификацией зубьев пальцевой и дисковой модульными фрезами.

6. Разработана методика аналитического определения параметров пространственной траектории относительного перемещения РИ, работающего по методу копирования, при многокоординатной обработке зубчатых венцов, которая основывается на установлении взаимосвязи между геометрией боковой поверхности нарезаемых зубьев и геометрией режущей кромки инструмента.

Использование предложенной методики позволяет определять основные параметры процесса многокоординатной обработки зубчатых венцов с пространственной модификацией зубьев при перемещении РИ по пространственной криволинейной траектории. Аналитическое определение параметров позволяет минимизировать отклонения координат по толщине зуба от их теоретических значений при обработке специально спрофилированным РИ до 3%, а при обработке стандартным РИ – до 5%.

7. В результате решения пространственной задачи формообразования зубчатого венца методом копирования получены аналитические зависимости для определения толщины срезаемых слоев в зависимости от геометрии режущей кромки инструмента и кривизны пространственной траектории относительного перемещения РИ. При этом установлено, что толщина срезаемых слоев распределяется неравномерно как по длине режущей кромки, так и вдоль траектории относительного перемещения РИ.

Изменение толщины срезаемых слоев вдоль режущей кромки инструмента связано с особенностями ее геометрии, и для пальцевой модульной фрезы изменяется до 15%, а для дисковой модульной фрезы - до 3 раз.

Изменение толщины срезаемых слоев по длине нарезаемых зубьев зависит от кривизны пространственной траектории относительного перемещения РИ, которая зависит от значений компенсируемых передачей перемещений, вызванных наличием погрешностей и деформаций. Непрерывное изменение подачи на зуб фрезы при перемещении по пространственной траектории позволяет компенсировать неравномерность распределения толщины среза вдоль длины обрабатываемого зуба.

8. Разработаны теоретические основы повышения точности многокоординатного фрезерования зубьев методом обкатки, которые основываются на том, что РИ в процессе формообразования перемещается по пространственной траек-

тории относительного перемещения, что позволяет найти такое положение профилирующей плоскости в пространстве, которое обеспечит минимизацию отклонений нарезаемого профиля зубьев от теоретического и таким образом повысить точность обработки зубчатых венцов. На основании этого разработаны технологические способы нарезания зубчатых венцов с пространственной геометрией зубьев червячной фрезой.

9. Разработана методика аналитического определения параметров пространственной траектории относительного перемещения РИ, работающего по методу обкатки, при многокоординатной обработке зубчатых венцов, которая основывается на установлении взаимосвязи между геометрией боковой поверхности нарезаемых зубьев и геометрией режущей кромки инструмента.

В результате выполнения теоретических исследований геометрической точности зубьев было установлено, что их точность зависит от вида траектории относительного перемещения РИ. Отклонения координат точек боковой поверхности зубьев не постоянны как по длине зуба, так и по его высоте. Наименьшие отклонения наблюдаются в районе активной части боковой поверхности зубьев, а в районе делительного диаметра стремятся к нулю. Наибольшие отклонения наблюдаются на вершине и у основания ножки зуба, а также при выходе на торец зубчатого венца, что объясняется наибольшими отклонениями нарезаемого эвольвентного профиля от расчетного криволинейного профиля в профилирующей плоскости.

Отклонения координат по толщине зуба при обработке червячной фрезой в среднем не превышают при перемещении:

- по пространственной относительной траектории - максимальные ±9,3%; в пределах активной боковой поверхности зубьев - ±6,3%;

- по линейной траектории - максимальные ±10,6%; в пределах активной боковой поверхности зубьев - ±8%.

Перемещение РИ по пространственной траектории относительного перемещения позволяет повысить геометрическую точность нарезаемых зубьев на 21,2%, а максимальные отклонения снижаются на 12,3% по сравнению с линейной траекторией относительного перемещения РИ.

10. Разработаны теоретические основы контроля и последующей обработки результатов измерений пространственно-модифицированных зубьев цилиндрических колес, которые основываются на обработке данных полученных в результате 3-D сканирования модели. Полученные зависимости позволяют установить характер изменения толщины зуба от его высоты и координаты по его длине и выполнять сравнение измеренных координат точек на боковой поверхности зубьев с соответствующими им теоретическими значениями координат этих точек.

11. Разработаны алгоритмы программных блоков и получены зависимости, позволяющие автоматизировать наиболее трудоемкие расчетные операции по определению параметров срезаемых слоев и переменных значений режимов резания при многокоординатном фрезеровании зубьев. Представленный подход позволяет сократить затраты времени на выполнение технологической подготовки производства при разработке технологических процессов многокоординатной обработки зубчатых венцов цилиндрических зубчатых колес с пространственной модификацией зубьев.

12. В результате экспериментальных исследований на существующем серийном оборудовании стандартным РИ методом обкатки червячной фрезой получены шестерни с комплексной пространственной модификацией зубьев. Выполнены измерения координат точек боковой поверхности зубьев с комплексной пространственной модификацией путем обработки измерительной информации, полученной в результате 3-D сканирования шестерни. Максимальное значение относительной погрешности экспериментально определенных координат по толщине зубьев не превышает 8%. Точность измерения координат точек при уровне значимости 0,05: для координаты X — $\pm 0{,}010$мм, для координаты Y — $\pm 0{,}068$мм, для координаты Z — $\pm 0{,}012$мм.

Результаты работы внедрены в учебный процесс и в производство.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Марголин, Ш. Ф. Теория механизмов и машин [Текст]: учеб. пособие / Ш. Ф. Марголин. – Минск: Вышэйшая школа, 1968. – 357 с.

2. Теория механизмов и машин [Текст]: учеб. для втузов / К. В. Фролов, [и др.] ; под ред. К.В. Фролова. - М.: Высш. шк., 1987. - 496с.

3. Артоболевский, И.И. Теория механизмов и машин [Текст] : учеб. пособие / И. И. Артоболевский. - 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988.- 640 с. ISBN: 5-02-013810-X.

4. Машиностроение. Энциклопедия [Текст] / Ред. совет: К. В. Фролов (пред.) и др. - М. : Машиностроение. Динамика и прочность машин. Теория механизмов и машин. Т. 1-3. В 2-х кн. Кн. 2 / А. В. Александров, Н. А. Алфутов, В. В. Астанин и др. ; под общ.ред. К.С.Колесникова. - 1995 - 624 с.

5. Теория механизмов и механика машин [Текст] : учеб. для вузов / К. В. Фролов [и др.] ; под ред. Г. А. Тимофеева. – Изд. 6-е, испр. и доп. – М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2009. – 688 с. : ил. – (Серия “Механика в техническом университете”; Т. 5.). - ISBN 978-5-7038-3273-8(Т. 5), ISBN 978-5-7038-3274-5.

6. Попов, С. А. Курсовое проектирование по теории механизмов и механике машин [Текст] / С. А. Попов, Г. А. Тимофеев. - 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Высшая школа, 2002. - 411 с. : ил. - Библиогр.: с. 408. – ISBN 5-06-004243-X.

7. Кіницький, Я. Т. Теорія механизмів і машин [Текст] / Я. Т. Кіницький. - К.: Наукова думка, 2002. - 660 с.

8. Марченко, С.И., Теория механизмов и машин [Текст] / С. И. Марченко, Е. П. Марченко, Н. В. Логинова. - Ростов н/Д.: Феникс, 2003 – 312 с.

9. Мусатов, А.К. Теория механизмов и механика машин [Текст] : учеб. для студентов вузов / А. К. Мусатов [и др.] - М.: Изд-во Высшая школа, 2003. - 496 с.

10. Теория механизмов и машин [Текст] : учеб. для втузов / К.В. Фролов, [и др.] ; под ред. К. В. Фролова. - Изд. 5-е. - М.: Высш. шк., 2005. - 496 с.

11. Лачуга, Ю.Ф. Теория механизмов и машин [Текст] / Ю. Ф. Лачуга [и др.]. - М.: КолоС, 2006. – 304 с.

12. Заблонский, К.И. Детали машин [Текст] / К. И. Заблонский. - К.: Виша школа, 1985. - 518 с.

13. Гузенков, П. Г. Детали машин [Текст] : учеб. для вузов. / П. Г. Гузенков. - 4-е изд., испр. - М.: Высш. шк., 1986. - 359 с.

14. Иосилевич, Г.Б. Детали машин [Текст] : учеб. для студентов машиностроит. спец. вузов / Г. Б. Иосилевич. - М: Машиностроение, - 1988. - 368 с.

15. Решетов Д.Н. Детали машин [Текст] : учеб. для студентов машиностр. и мех. специальностей вузов / Д. Н. Решетов. - 4-е изд., перераб. и доп. -М.: Машиностроение. 1989. - 496с.

16. Детали машин [Текст] : учеб. для вузов / Л. А. Андриенко [и др.]. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007. – 520 с.

17. Звездаков В.П. Детали машин [Текст] : учеб. для студентов машиностр. и мех. специальностей вузов / В. П. Звездаков [и др.]. - М.: Изд-во «АЛТАЙ». МГТУ им. Н. Э. Баумана. 2007. - 743 с.

18. Детали машин [Текст] : учебник / под ред. О. А. Ряховский. - 3-е изд., перераб. и доп. - М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2007. - 514 с.

19. Иванов, М. Н. Детали машин [Текст] : учебник / М. Н. Иванов, В. А. Финогенов. – М.: Высш. шк., 2008. – 408 с.

20. Гулиа, Н.В. Детали машин [Текст] : учебник / Н. В. Гулиа, В. Г. Клоков, С. Л. Юрков; под общ. ред. д-ра. техн. наук, проф. Н. В. Гулиа. - 2-е изд., испр. - СПб. : Изд-во «Лань», 2010. - 416с.

21. Тюняев, А. В. Детали машин [Текст]: учебник / А. В. Тюняев, В. П. Звездаков, В. А. Вагнер. - 2-е изд., испр. и доп. - СПб.: Изд-во «Лань», 2013. - 736с.

22. Расчет деталей машин на ЭВМ [Текст]: учеб. пособие для машиностр. вузов / Д. Н. Решетов [и др.] ; под ред. Д. Н. Решетова и С. А. Шувалова. - М. : Высш. шк., 1985. – 368 с.

23. Киркач, Н.Ф. Расчет и проектирование деталей машин [Текст]: учеб. пособие / Н. Ф. Киркач, Р. А.Баласанян. - Харьков: Основа, 1991. - 276 с.

24. Биргер, И. А. Расчет на прочность деталей машин [Текст]: справочник / И. А. Биргер, Б. Ф. Шорр, Г. Б. Иосилевич. - 4-е изд., перераб. и доп. - М.: Машиностроение, 1993. - 640 с.

25. Павлище, В.Т. Основи конструювання та розрахунок деталей машин [Текст]: підручник / В. Т. Павлище. – Львів: Афіша, 2003. - 560 с.

26. Жуков, К.П. Проектирование деталей и узлов машин [Текст] / К. П. Жуков, Ю. Е. Гуревич. - М: Изд-во «Станкин», 2004. – 671 с.

27. Лелыков О.П. Конструирование узлов и деталей машин [Текст] / О. П. Лелыков. - М.: Высшая школа, 2004. - 447 с.

28. Дунаев, П. Ф. Конструирование узлов и деталей машин [Текст]: учеб. пособие для студ. спец. вузов / П. Ф. Дунаев, О. П. Леликов. - 8-е изд., перераб. и доп. - М.: Издательский центр «Академия», 2004. - 496 с.

29. Гурин, В. В. Расчет и конструирование узлов и деталей машин [Текст]: в 2 ч. / В. В. Гурин, В. М. Замятин. – Томск : Изд. ТПУ, 2005. - Ч. 1. - 280 с.

30. Гурин, В. В. Расчет и конструирование узлов и деталей машин [Текст]: в 2 ч. / В. В. Гурин, В. М. Замятин. - Томск: Изд. ТПУ, 2005. - Ч. 2. - 246 с.

31. Детали машин и основы конструирования [Текст] : учеб. для вузов: / Г. И. Рощин [и др.]; под ред. Г. И. Рощина и Е. А. Самойлова. - М. : Дрофа, 2006. – 415 с.

32. Скойбеда, А.Т. Детали машин и основы конструирования. Передачи [Текст] : учебник / А. Т. Скойбеда, А. В. Кузьмин, Н. Н. Макейчик ; под общ. ред. А. Т. Скойбеды. - 2-е изд., перераб. - Минск : Выш. шк., 2006. - 560 с.

33. Курмаз, Л.В. Конструирование узлов и деталей машин [Текст] / Л. В. Курмаз, О. Л. Курмаз. - М. : Высш. шк., 2007. - 455 с.

34. Дунаев, П. Ф. Конструирование узлов и деталей машин [Текст] : учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / П. Ф.Дунаев, О. Н.Леликов. - 11-е изд. - М.: Издательский центр «Академия», 2008. - 496 с.

35. Гурин, В. В. Детали машин и основы конструирования [Текст]: учеб. для вузов / В. В. Гурин, В. М. Замятин, А. М. Попов. - Томск: Изд-во Томского политехн. ун-та, 2010. - 427 с., ил.

36. Элементы привода приборов: расчет, конструирование, технологии [Текст] / под ред. Ю. М. Плескачевского. - Минск: Беларус. Навука, 2012. - 769 с. - ISBN 978-985-08-1429-6.

37. Колчин Н.И. Аналитический расчет плоских и пространственных зацеплений [Текст] / Н. И. Колчин. - М.: Машгиз, Ленингр. отд-ние, 1949. - 210 с.

38. Кудрявцев, В.Н. Зубчатые передачи [Текст] / В. Н. Кудрявцев. - М., Л.: Государственное научно техническое издательство машиностроительной литературы, 1967.– 263с.

39. Гавриленко, В.А. Основы теории эвольвентной зубчатой передачи [Текст] / В. А. Гавриленко. - М.: Машиностроение, 1969. - 432 с.

40. Вулгаков, Э. Б. Высоконапряженные зубчатые передачи [Текст] / Э. Б. Вулгаков. - М.: Машиностроение, 1969. - 104 с.

41. Кудрявцев В.Н. Конструкции и расчет зубчатых редукторов [Текст]: справ. пособие / В. Н. Кудрявцев, Ю. А. Державец, Е. Г. Глухарев; под ред. В. Н. Кудрявцева. - Л.: Машиностроение, 1971. - 328 с.

42. Вулгаков, Э.Б. Зубчатые передачи с улучшенными свойствами [Текст] / Э. Б. Вулгаков. - М.: Машиностроение, 1974. - 264 с.

43. Вулгаков, Э. Б. Эвольвентные зубчатые передачи в обобщающих параметрах [Текст] / Э. Б. Вулгаков, Л. М. Васина. - М.: Машиностроение, 1978. - 174 с.

44. Зубчатые передачи [Текст]: справочник / Е. Г. Гинзбург, [и др.]; под общ. ред. Е. Г. Гинзбурга. - 2-е изд., перераб. и доп. - Л.: Машиностроение. Ленингр. отд-ние, 1980. - 416 с., ил.

45. Проектирование механических передач [Текст] / С. А. Чернавский [и др.]. - Изд. 5, перераб. и доп. - М.: Машиностроение. 1984. – 560 с.

46. Справочник по геометрическому расчету эвольвентных зубчатых и червячных передач [Текст]/ под ред. И. А. Болотовского. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1986. – 448 с.

47. Справочник по геометрическому расчету зубчатых передач [Текст] / Т. Л. Болотовская [и др.]. – М.: Машгиз, 1994. – 246 с.

48. Овчаров, Б. З. Розрахунки і проектування деталей машин [Текст]. В 2 ч. Ч1. Механічні передачі / Б. З. Овчаров [и др.]. - Харків : ХНТУСГ, 2006. - 366 с.

49. Оніщенко, О.Г. Структура, кінематика та динаміка механизмів [Текст]: навч. посіб. / О. Г. Оніщенко, Б. О. Коробко, К. М. Ващенко. - Полтава: ПолтНТУ, 2010. - 274 с.

50. Radzevich, S.P. Dudley’s Handbook of Practical Gear Design and Manufacture [Text] / S. P. Radzevich. - 2nd edition. - Boca Raton, Florida: CRC Press, 2011. - 1111 p.

51. Radzevich, S.P. Theory of Gearing: Kinematics, Geometry, and Synthesis [Text] / S. P. Radzevich. – Boca Raton, Florida: CRC Press, 2012. - 760 p.

52. Бабичев, Д.Т. Основы концепции синтеза рабочих поверхностей зубьев цилиндрических передач, обладающих заданной контактной прочностью [Текст] / Д.Т. Бабичев, М.Г. Сторчак, Д.А. Бабичев // Современное машиностроение. Наука и образование. — 2012. — № 2. — С. 150 - 160.

53. Бабичев, Д.Т. Развитие теории зацеплений и формообразования поверхностей на основе новых геометро-кинематических представлений [Текст]: дис. … д-ра. техн. наук : 05.02.18 : защищена 30.11.05 : утв. 10.02.06 / Бабичев Дмитрий Тихонович. - Тюмень, 2005. – 421 с.

54. Радзевич, С. П. Кратко о кинематическом методе и об истории уравнения контакта в форме nV=0 [Текст] / С. П. Радзевич // Теория Механизмов и Машин. — 2010. – №1. Том 8. – С. 42-51.

55. Кривошея, А. В. Особенности прямого и обратного формообразования эвольвентных цилиндрических зубчатых колес с модифицированным профилем у вершины зуба [Текст]/ А. В. Кривошея и др. // Вестник Нац. техн. ун-та "ХПИ" :

сб. науч. тр. Темат. вып. : Проблемы механического привода. – Харьков : НТУ "ХПИ", 2012. – № 36. – С. 82-90.

56. Кривошея, А.В. Методика задания и математического описания исходных формообразующих профилей [Текст]/ А.В. Кривошея [и др.] // Сверхтвердые материалы. – Киев, 2004. – Вып.1. – С. 52-65.

57. Кривошея, А.В.Математические модели формообразования звеньев плоских систем зубчатых зацеплений [Текст]/ А.В. Кривошея, В.Е. Мельник, А.В. Коринец // Сверхтвердые материалы. – Киев, 2003. – Вып.5. – С.60-76.

58. Бабичев, Д.А. Универсальное плоское зацепление и типовые плоские профили [Текст]/ Д.А. Бабичев, Д.Т. [и др.] // Вісник Національного Технічного університету "ХПІ". Збірник наукових праць. Тематичний випуск "Проблеми механічного приводу". – Харків: НТУ "ХПІ", 2009. – №19. – С.20-34.

60. Мельник, В.Е. Совершенствование методики математического описания исходных формообразующих профилей системы зубчатых зацеплений [Текст]/ В.Е. Мельник // Резание и инструмент в технологических системах: Межд. научн.-техн. сборник. – Харьков: НТУ "ХПИ", 2004. – Вып. 66. – С.97-108.

61. Ткачук, Н. Н. Кинематический метод и его реализация в приложениях геометрического синтеза зубчатых передач [Текст]/ Н. Н. Ткачук, Н. А. Ткачук // Вестник Нац. техн. ун-та "ХПИ" : сб. науч. тр. Темат. вып. : Проблемы механического привода. – Харьков : НТУ "ХПИ", 2010. – № 27. – С. 182-197.

62. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений [Текст] / Ф. Л. Литвин. - М.: Наука, 1968. - 584 с.

63. Litvin F.L. Gear Geometry and Applied Theory [Text] / F. L. Litvin. - New Jersey: Prentice Hall, 1994. - 832 p.

64. Евграфов, А.Н. Теория механизмов и машин [Текст]: учеб. пособие / А. Н. Евграфов, М. З. Коловский, Г. Н. Петров. - СПб.: СПбГТУ, 2003. - 238 с.

65. Елисеев, В.В. О методе огибания в теории зацепления [Текст]/ В.В. Елисеев, А.Н. Евграфов, Ю.А. Семёнов // Теория Механизмов и машин. — 2004. - №1. - С. 42-50.

66. Елисеев, В.В. О построении сопряженных профилей в пространственных зубчатых передачах [Текст]/ В.В. Елисеев, А.В. Слоущ // Теория Механизмов и машин. — 2004. - №2. - С. 45-54.

67. Ерихов М.Л. Принципы статистики, методы анализа и вопросы синтеза зубчатых зацеплений [Текст] : дис. … докт. техн. наук. – Хабаровск, 1972. – 324с.

68. Шевелева, Г.И. Теория формообразования и контакта движущихся тел [Текст] / Г. И. Шевелева. – М.: Станкин, 1999. – 494с.

69. Шишов, В.П. Теория, математическое обеспечение и реализация синтеза высоко нагруженных передач зацеплением для промышленного транспорта [Текст] : дис. … докт. техн. наук : 05.02.02, 05.22.12 : защищена 23.03.95 / Шишов Валентин Павлович. – Луганск, 1994. – 525с.

70. Павлов, А.И. Современная теория зубчатых зацеплений [Текст] / А. И. Павлов. – Харьков: ХНАДУ, 2005. – 100с.

71. Вулгаков, Э.Б. Теория эвольвентных зубчатых передач [Текст] / Э. Б. Вулгаков. – М.: Машиностроение, 1995. – 264с.

72. Кривошея, А.В. Совершенствование обобщённой унифицированной математической модели формообразования и обработки зубчатых колес [Текст] / А.В. Кривошея [и др.] // Оборудование и инструмент для профессионалов. Серия Металлообработка. — 2010. – №4. – С. 46-51.

73. Данильченко, Ю.М. Проектирование формообразующего оборудования и инструментальных систем для обработки зубчатых колес [Текст] / Ю.М. Данильченко, А.В. Кривошея, М.Г. Сторчак // Международный симпозиум "Теория и практика зубчатых передач-2014". – Ижевск, 20-21 января 2014. – С.484-489.

74. Петровский, А.Н. К задаче оптимизации параметров эвольвентного зацепления [Текст] / А.Н. Петровский // Труды Нижегородского государственного технического университета им. Р.Е. Алексеева. – Нижний Новгород, 2011. - №2(87). – С.75 - 87.

75. Пат. 2412026 Рос. Федерация, МКП[7] B23F5/14. Способ образования зубчатых передач двухпозиционным обкатом / А.Н. Петровский - № 2009137766/02 ; заявл. 2009.10.12 ; опубл. 2011.02.20, Бюл. № 5 – 19 с. : ил.

76. Бабичев, Д.А. Виброактивность цилиндрических передач, обусловленная трением зубьев [Текст]/ Д.А. Бабичев // Современное машиностроение. Наука и образование: Материалы Междунар. науч.-практ. конференции. – СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2011. – С. 143-152.

77. Babichev, D.A. Qualitative indexes of flat engagements operation [Текст] / D.A. Babichev, A.A. Serebrennikov, D.T. Babichev // The 7th international Conference and Research and Development of mechanical Elements and Systems: IRMES 2011: 8.8. Zlatibor, Serbia, 2011. - P. 623-630.

78. Кривошея, А.В. К вопросу классификации кинематических схем и математических моделей формообразования зубчатых передач [Текст] / А.В. Кривошея [и др.]// Вісник НТУ "ХПІ", 2014. - № 31 (1074). - С. 75 – 84.

79. Кривошея, А.В. Обобщённая классификация кинематических схем формообразования зубчатых колес [Текст] / А.В. Кривошея [и др.]// Високі технології в машинобудуванні: Зб. наук. праць НТУ "ХПІ", Харків. — 2006. – Вип.2(13). – С.48-69.

80. Шишов, В.П. Синтез цилиндрических полуобкатных передач по геометро-кинематическим критериям [Текст] / В. П. Шишов [и др.]// Вестник Нац. техн. ун-та "ХПИ" : сб. науч. тр. Темат. вып. : Проблемы механического привода. – Харьков: НТУ "ХПИ", 2011. – № 29. – С. 179-188.

81. Коростелев, Л.В. Кинематические показатели несущей способности пространственных зацеплений [Текст] / Л.В. Коростелев // Изв. вузов. Машиностроение. — 1964. – №10. – С.5-15.

82. Муховатый, А. А. Метод синтеза высоконагруженных зубчатых передач [Текст] / А. А. Муховатый // Вестник Нац. техн. ун-та "ХПИ" : сб. науч. тр. Темат. вып. : Проблемы механического привода. – Харьков : НТУ "ХПИ", 2011. – № 29. – С. 100-107.

83. Шишов, В. П., Теоретические основы синтеза передач зацеплением [Текст] / В. П. Шишов, П. Л. Носко, П.В. Филь. – Луганск: Изд-во ВНУ им. В. Даля, 2006. – 408с.

84. Ленский, М.Ф. Синтез плоских зубчатых механизмов по некоторым качественным показателям [Текст] / М. Ф. Ленский, // Зубчатые и червячные передачи. – М.: Машиностроение, 1968. – С. 35-46.

85. Носко, П.Л. Основи синтезу вихідного контуру циліндричних зубчастих передач із зменшенням питомої роботи сил тертя в зачепленні [Текст] / П.Л. Носко [и др.]// Вісник національного технічного університе- ту "ХПІ". – Харків: НТУ "ХПІ"", 2010. – №27. – С.128-133.

86. Tokoly, P. The ef-fect of gear geometry on the thickness of tooth face hardened eayer [Текст] / P. Tokoly, M. Bosancky, A. Vanya // Вісник національного технічного університету "ХПІ". – Харків: НТУ "ХПІ"", 2010. – №27. – С.10-19.

87. Щекин, Б.М. Моделирование и оптимизация зубчатых передач / Б.М. Щекин // Вестник машиностроения. — 1987. - №1. - С. 7 – 9.

88. Заблонский, К. И. Зубчатые передачи: Распределение нагрузки в зацеплении [Текст] / К. И. Заблонский. - К.: Техніка, 1977. - 207 с.

89. Заблонский, К. И. Методика расчета продольной модификации прямозубых колес с высокой твердостью рабочей поверхности при учете режима нагружения [Текст] / К. И. Заблонский, Б.М. Щекин // Детали машин. К.: Техніка, 1982. - №35. - С. 11-17.

90. Мельников, В.З. Комплексное повышение качества зубчатых передач на основе традиционных и новых технологий [Текст] / В.З. Мельников // Машиностроитель. — 2003. - №3. - С. 22 – 25.

91. Артемов, И.И. Система комплексного обеспечения точности зубчатых колес в условиях автоматизированного производства [Текст] / И.И. Артемов // СТИН. — 1998. - №6. - С. 8 – 13.

92. Марков, Н.Н. Проявление кинематической погрешности зубчатых колес под действием нагрузок и скоростей вращения [Текст] / Н.Н. Марков, И.И. Артемов // Вестник машиностроения. — 1986. - №3. - С. 21 – 23.

93. Артемов, И.И. К вопросу комплексного обеспечения точности автоматизированного производства зубчатых колес [Текст] / И.И. Артемов, А.А. Кадыров

// Комплексное обеспечение точности автоматизированных производства: Сб. статей междунар. Конф. – Пенза: Пенз. дом знаний, 1995. - С. 3 – 7.

94. Артемов, И.И. Связи погрешностей геометрических и кинематических параметров технологического оборудования с показателями точности зубчатого колеса [Текст] / И.И. Артемов // Комплексное обеспечение точности автоматизированных производства: Сб. статей междунар. Конф. – Пенза: Пенз. дом знаний, 1995. - С. 128 – 130.

95. Кривошея, А.В/ Разработка концепции, структуры и принципов создания и функционирования новой технической системы синтеза зубчатых передач . [Текст] / А.В. Кривошея [и др.] // Вісник НТУ "ХПІ", 2015. - № 34 (1143). - С. 64 – 74.

96. Тернюк, Н.Э. Системно-процессное моделирование технических систем в CALS-технологиях [Текст] / Н.Э. Тернюк [и др.]// Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. — 2011. - № 49. – с.124-133.

97. Перминов, А.Е. Исследование работоспособности цилиндрических эвольвентных прямозубых колес [Текст] : автореф. дис. … канд. техн. наук / А. Е. Перминов. - М: МАТИ, 1971. - 19 с.

98. Алексеев, В.И. Повышение нагрузочной способности и долговечности высокоскоростных зубчатых передач [Текст] / В.И. Алексеев, А.В. Суслин // Трение и износ. — 1996(17). - №3.-С. 128-130.

99. Бутов, Э.С. Оптимизация геометрии зацепления тяжелонагруженной зубчатой передачи по критериям износо и задиростойкости зубьев [Текст] / Э.С. Бутов, М.А. Бутакова, А.Э. Бутов // Трение и износ. — 2001(22) . - № 4. -С. 394-399.

100. Носихин, П.И. Ресурсосберегающая ускоренная обкатка отремонтированных дизелей [Текст] / П.И. Носихин, В.В. Стрельцов // Эффект безопасности и триботехнологии. — 1999. - №1. - С. 7-10.

101. Радин, Ю.А Безызносность деталей машин при трении [Текст] / Ю. А. Радин, П. Г. Суслов. - Л.: Машиностроение. Ленинградское отделение, 1989. - 229 с.

102. Рыжов, Э.В. Влияние технологических методов обработки деталей на изменение характеристик качества их поверхности в процессе приработки [Текст] / Э.В. Рыжов, В.И. Аверченков // Вестник машиностроения. — 1976. - №7. - С. 56-58.

103. Ткачёв, В.Н. Методы повышения долговечности деталей машин [Текст] / В. Н. Ткачёв [и др.]. - М: Машиностроение, 1971. - 272 с.

104. Terauchi ,Y. Scoring Resistance of Corper-Gear [Text] / Y. Terauchi, H. Nadano, M. Kokno // Bulleten of the JSME. - v. 27. - n. 232. - October 1984. - P. 2287-2294.

105. Копф, И.А. Триботехника в зубчатых передачах [Текст]/ И.А. Копф // Вестник машиностроения, 2005. — № 1. — С. 34 — 35.

106. Копф, И.А. Трибология эвольвентных зубчатых передач [Текст]/ И.А. Копф, С.А. Комиссаров // СТИН. — 2006. — №4. — С. 17 — 18.

107. Айрапетов, Э.Л. О расчетной оценке контактных разрушений на зубьях зубчатых колес [Текст]/ Э.Л. Айрапетов // Вестник машиностроения. — 1999. — №8. — С. 3 — 20.

108. Игнатищев, Р.М. Эвольвентные цилиндрические передачи. Оценка ожидаемого времени наработки до появления питтинга [Текст]/ Р.М. Игнатищев, Ю.В. Машин // Вестник машиностроения. — 2007. — № 2. — С. 27 — 28.

109. Копф, И.А. Физическая модель контакта эвольвентного зацепления (заедание, износ) [Текст]/ И.А. Копф // Вестник машиностроения. — 1999. — № 8. — С. 21 — 23.

110. Попов, Ю.С. О влиянии износа на несущую способность силовых прямозубых передач, работающих в масляной среде [Текст]/ Ю.С. Попов // Вестник машиностроения. — 1985. — №12. — С. 10 — 13.

111. Андриенко, Т.А. Учёт влияния смазочного материала при расчёте нагрузочной способности зубчатых передач и их подшипниковых узлов [Текст] / Т.А. Андриенко // Справочник. Инженерный журнал. — 2001. - №10 - С 23-26.

112. Ящерицын, П.И. Работоспособность узлов трения машин [Текст] / П. И. Ящерицын, Ю. В. Скорынин. - Минск: Наука и техника, 1984. - 288 с.

113. Старжинский, В.Е. Анализ видов повреждений зубчатых колес и подготовка проекта стандарта по их класификации и описанию [Текст] / Старжинский В.Е. [и др.]// Сборник научных трудов "Вестник НТУ "ХПИ" : Проблеми механічного приводу - Вестник НТУ "ХПИ", 2006. - №22. — С. 70 - 77.

114. Лукичёв, А.В. Исследование долговечности зубчатых муфт при тяжёлых эксплуатационных условиях [Текст] / А.В. Лукичёв // Научные достижения и опыт отраслей машиностроения — народному хозяйству: Республиканская н/т конференция. — Севастополь, Харьков: ВНТОМ, 1991. — С. 36.

115. Польченко, В.В. Износ в зубчатых муфтах [Текст] / В.В. Польченко, А.Н. Михайлов // Прогрессивные технологии и системы машиностроения: Международный сб. научных трудов. — Донецк, Донец. гос. техн. ун-т, 1997. — Вып. 4. — С. 131—135.

116. Польченко, В.В. Определение долговечности зубчатых муфт с учётом износа и распределения нагрузки между зубьями [Текст] / В.В. Польченко, М.А. Сурело // Прогрессивные технологии и системы машиностроения: Международный сб. научных трудов. — Донецк, Донец. гос. техн. ун-т, 2000. — Вып. 10. — С. 210—213.

117. Польченко, В.В. Влияние эксплуатационных параметров на износ в зубчатых муфтах [Текст] / В.В. Польченко, С.С. Москин // Прогрессивные технологии и системы машиностроения: Международный сб. научных трудов. — Донецк, Донец. гос. техн. ун-т, 1999. — Вып. 7. — С. 155—165.

118. Польченко, В.В. Долговечность зубчатых муфт [Текст] / В.В. Польченко, В.А. Богуславский // Прогрессивные технологии и системы машиностроения: Международный сб. научных трудов. — Донецк, Донец. гос. техн. ун-т, 2002. — Вып. 23. — С. 110—116.

119. Онищенко, В.П. Прогнозирование формы профилей зубьев зубчатых передач в результате их износа [Текст] / В.П. Онищенко // Прогрессивные технологии и системы машиностроения: Международный сб. научных трудов. — Донецк, Донец. гос. техн. ун-т, 1998. — Вып. 5. — С. 155—163.

120. Оніщенко, В.П. Геометрична модель зачеплення зубчастої передачі із зношеними зубцями [Текст] / В.П. Оніщенко// Міжвідомчий науково-технічний збірник “Прикладна геометрія та інженерна графіка”. - Київ: Київський національний університет будівництва і архітектури, 2001. - Вип. 68. – С. 57-62.

121. Онищенко, В.П. Математическое описание профилей зубьев при моделировании их изнашивания [Текст] / В.П. Онищенко // Прогрессивные технологии и системы машиностроения. Международный сборник научных трудов. – Донецк: Донецкий государственный технический университет, 2000. - Вып. 10.– С. 188-197.

122. Прохоров, В.П. Алгоритм анализа эволюции геометрии зубчатых передач с плоским зацеплением при износе [Текст] / В.П. Прохоров, Г.А. Тимофеев, И.Н. Чернышёва // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. — 2014. - № 12. - С. 7–12.

123. Прохоров, В.П. Эволюция плоского эвольвентного зацепления при износе от истирания [Текст] В.П. Прохоров, Г.А. Тимофеев, И.Н. Чернышёва // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. — 2015. - № 2. - С. 14–21.

124. Stewart, R.M. The specification and development of a standard for gearbox monitoring [Текст] / R.M. Stewart // "Vibr. Rotating Mach. 2 nd Int. Con f., Cambridge, 1980. - London, 1980. - P. 353-358.

125. Устиненко, В. Л. Напряженное состояние зубьев цилиндрических прямозубых колес [Текст] / В. Л. Устиненко. – М.: Машиностроение, 1972. – 92с.

126. Айрапетов, Э. Л. Деформативность планетарных механизмов [Текст] / Э. Л. Айрапетов, М. Д. Генкин. - М.: Наука, 1973. - 211 с.

127. Айрапетов, Э. Л. Динамика планетарных механизмов [Текст] / Э.Л. Айрапетов, М. Д. Генкин. - М.: Наука, 1980. - 255 с.

128. Айрапетов, Э.Л. Статика зубчатых передач [Текст] / Э. Л. Айрапетов, М. Д. Генкин, Ю. А. Ряснов. - М.: Наука, 1983. - 255 с.

129. Кудрявцев, В.Н. О методах оценки несущей способности цилиндрических зубчатых передач [Текст] / В.Н. Кудрявцев [и др.]// Вестник машиностроения. — 1989. — №9. — С. 29 — 36.

130. Кудрявцев, В.Н. О методах оценки несущей способности цилиндрических зубчатых передач [Текст] / В.Н. Кудрявцев [и др.] // Вестник машиностроениям 1989. — №10. — С. 16 — 21.

131. Айрапетов, Э.Л. Совершенствование зубчатых муфт и шпинделей конструкции ЭЗТМ [Текст] / Э.Л. Айрапетов [и др.]// Тяжелое машиностроение. — 2000, № 12. — С.10—12.

132. Кириченко, А.Ф. Вариоционно—структурный метод определения напряженно—деформированного состояния зубчатых колес [Текст] / А.Ф. Кириченко, А.В. Архипов // Вестник НТУ «ХПИ». — Харьков, 2001. — Вып. 12. — С. 105 — 110.

133. Tschekin, B.M. Conception of stress—deformed state estimate of gearing by the drive computer simulation [Текст] / B.M. Tschekin // International Conference on Gear. - Dresden, 1996. — P. 187—189.

134. Буланов, Э.А. Сравнительная оценка прочности зубьев зубчатых колес [Текст] / Э.А. Буланов, А.А. Зубарев // Техника машиностроения. — 2005. — №1. — С. 12 — 17.

135. Дорофеев, В.Л. Применение программного комплекса AEROFLANK для расчета распределения нагрузок по ширине зубьев, прогиба валов и сил, действующих на опоры [Текст] / В.Л. Дорофеев [и др.]// Прогрессивные технологии и системы машиностроения. Международный сборник научных трудов. – Донецк: Донецкий национальный технический университет, 2015. - Вып. 1(51). – С. 56-62.

136. Айрапетов, Э.Л. Совершенствование расчета на прочность зубчатых передач [Текст]/ Э.Л. Айрапетов // Передачи и трансмиссии. — 1991. — №1. — С.8—19.

137. Айрапетов, Э.Л. Совершенствование методов расчета на прочность зубчатых передач [Текст] / Э.Л. Айрапетов // Вестник машиностроения. — 1993. — №7. — С.5—14.

138. Борисенков, В.А. Совершенствование расчета на прочность цилиндрических эвольвентных передач [Текст]/ В.А. Борисенков, Ю.А. Державец, А.С. Яковлев // Вестник машиностроения. — 1985. — №8. — С. 42 — 44.

139. Семенча, П.В. Распределение напряжений по длине бочкообразных зубьев [Текст]/ П.В. Семенча, Ю.А. Зислин, Н.Б. Шубина // Вестник машиностроения. — 1970. — № 12. — С. 22 —23.

140. Короткин, В.И. Концентрация напряжений в корне бочкообразных зубьев при технологических перекосах в зацеплении цилиндрических прямозубых эвольвентных зубчатых колёс [Текст] / В.И. Короткин // Сборник научных трудов "Вестник НТУ "ХПИ" : Проблеми механічного приводу. - Вестник НТУ "ХПИ", 2010. - №26. - С. 50 - 59.

141. Уткин, В.С. Определение надежности зубчатой передачи по условию усталостной прочности зуба при ограниченной статистической информации [Текст] / В.С. Уткин // Вестник машиностроения. — 2007. — № 4. — С. 12 — 15.

142. Уткин, В.С. Определение надежности зуба прямозубой зубчатой передачи по условию контактной усталости [Текст] / В.С. Уткин // Вестник машиностроения. — 2007. — № 3. — С. 25 — 28.

143. Айрапетов, Э.Л. Роль кромочного контакта в обеспечении контактной прочности зубчатых колес [Текст] / Э.Л. Айрапетов [и др.] // МиТОМ. — 2002. — №9. — С. 36 — 38.

144. Попов, А.П. Контактная прочность эвольвентного зацепления с учетом перекоса зубчатых колес [Текст] / А.П. Попов, А.С. Каиров // Прогресивні технології і системи машинобудування: Міжнародний зб. наукових праць. — Донецьк: Донец. нац. техн. ун-т, 2007. — Вип. 34. — С. 183 — 189.

145. Айрапетов, Э.Л. Расчёт контактной нагрузки в зубчатых зацеплениях [Текст] / Э.Л. Айрапетов, С.Э. Айрапетов, Т.Н. Мельников // Вестник машиностроения, 1982. — № 10. — С. 3 — 6.

146. Айрапетов, Э.Л. Определение контактной деформации зубьев цилиндрических зубчатых колес [Текст] / Э.Л. Айрапетов // Вестник машиностроения. — 1967. — №1. — С.32—35.

147. Айрапетов, Э.Л. О расчетной оценке контактных разрушений на зубьях зубчатых колес [Текст] / Э.Л. Айрапетов // Вестник машиностроения. — 1999. — №8. — С. 3 — 20.

148. Александров, И.В. Исследование влияния различных факторов на контактную выносливость зубчатых колес в тяжелом машиностроении [Текст] / И.В. Александров [и др.]// Вестник НТУ «ХПИ». — Харьков, 2006. — Вып. 22. —С.5 — 9.

149. Айрапетов, Э.Л. Расчет контактных напряжений в передачах зацеплением с локализованным контактом зубьев [Текст] / Э.Л. Айрапетов, С.Э. Айрапетов, Т.Н. Мельникова // Вестник машиностроения. — 1985. — №12. — С. 6 — 8.

150. Михайлов, А.Н. Методика расчета распределения нагрузки по пятну контакта зуба зубчатой муфты, при перекосе осей валов [Текст] / А.Н. Михайлов [и др.]// Прогрессивные технологии и системы машиностроения: Международный сб. научных трудов. — Донецк, Донец. гос. техн. ун-т, 2002. — Вып. 19. — С. 151—157.

151. Ристивоевич, М. Влияние длины контактных линий на контактные напряжения зубьев цилиндрических зубчатых передач [Текст] / М. Ристивоевич [и др.]// Техника машиностроения. — 2001. — № 2. — С. 34—38.

152. Айрапетов, Э.Л. Влияние изгибной деформации зубьев прямозубых цилиндрических передач на параметры контакта зубьев [Текст] / Э.Л. Айрапетов, Ф.Г. Нахатакян // Вестник машиностроения. — 1990. — №8. — С. 21 — 23.

153. Айрапетов, Э.Л. Расчёт нагрузочной способности зубчатых муфт [Текст] / Э.Л. Айрапетов, М.Д. Генкин, О.И. Косарев // Вестник машиностроения. — 1972. — № 6. — С. 24 — 27.

154. Айрапетов, Э.Л. Экспериментальное исследование статической нагруженности зубчатых муфт [Текст] / Э.Л. Айрапетов, В.И. Ковалевский, К.А. Мартиросов // Вопросы повышения работоспособности машин. — Ташкент, 1979. — Вып. 266. — С. 40 — 45.

155. Айрапетов, Э.Л. Распределение нагрузки в составных зубчатых муфтах [Текст] / Э.Л. Айрапетов // Колебания механизмов с зубчатыми передачами. — М.: Наука, 1977. — С. 117 — 129.

156. Айрапетов, Э.Л Создание и внедрение зубчатых муфт с равнопрочными зубьями [Текст] / Э.Л. Айрапетов [и др.]// Вестник машиностроения. — 1991. — №5. — С. 22 — 23.

157. Мирзаджанов, Д.Б. Расчет нагрузок и усилий в зубчатой муфте при перекосе осей [Текст] / Д.Б. Мирзаджанов, Е.В. Хворостов // Вестник машиностроения. — 1988. — №6. — С. 11 — 13.

158. Филиппов, В.М. Определение усилий в зубчатых муфтах при смещении и перекосе соединяемых валов [Текст] / В.М. Филиппов, В.А. Финиченко, Г.А. Саподжян // Вестник машиностроения. — 1975. — №8. — С.32 — 34.

159. Польченко, В.В. Распределение нагрузки между зубьями в зубчатой муфте [Текст] / В.В. Польченко, А.В. Соловей // Прогрессивные технологии и системы машиностроения: Международный сб. научных трудов. — Донецк: Донец. гос. техн. ун-т, 1998. — Вып. 5. — С. 177—181.

160. Польченко, В.В. Выравнивание нагрузки между зубьями зубчатых муфт [Текст] / В.В. Польченко, В.А. Богуславский // Прогрессивные технологии и системы машиностроения: Международный сб. научных трудов. — Донецк: Донец. гос. техн. ун-т, 2003. — Вып. 26. — С. 25—30.

161. Айрапетов, Э. Л. Зубчатые соединительные муфты [Текст]/ Э. Л. Айрапетов, Д. Б. Миржаджанов. — М.: Наука, 1991. — 250 с.

162. Михайлов, А.Н. Контактная задача Штаермана—Герца для зубчатых муфт с прямолинейной формой образующей зубьев [Текст] / А.Н. Михайлов [и др.] // Прогрессивные технологии и системы машиностроения: Международный сб. научных трудов. — Донецк: Донец. гос. техн. ун-т, 2001. — Вып. 15. — С. 187—196.

163. Лукичёв, А.В. Сравнительный анализ контактных напряжений в зубчатых муфтах с различными видами модификации зубчатой втулки [Текст] / А.В. Лукичёв // Проблемы зубчатых передач и редукторостроения: Научно—техническая конференция в г. Севастополе 13—16 сентября 1993 г. — Севастополь, Харьков, 1993. — С. 39.

164. Громан, М.Б. Форма и контактное напряжение бочкообразного зуба [Текст] / М.Б. Громан, П.С. Зак // Вестник машиностроения. — 1976. — №5. — С. 42 — 45.

165. Дусев, И.И. Исследование характера контакта в приближенных пространственных зацеплениях [Текст] / И.И. Дусев // Пространственные и гипоидные передачи: Труды НПИ. — Новочеркасск, 1970. — Том 213. — С. 33 — 41.

166. Михайлов, А.Н. К расчёту концентрации изгибных напряжений зубьев муфты [Текст] / А.Н. Михайлов [и др.]// Прогрессивные технологии и системы машиностроения: Международный сб. научных трудов. — Донецк: Донец. гос. техн. ун-т, 2001. — Вып. 15. — С. 196—205.

167. Громан, М.Б. О влиянии прогиба бочкообразного зуба на его напряженное состояние [Текст] / М.Б. Громан, П.С. Зак // Вестник машиностроения. — 1976. — №6. — С. 26 — 28.

168. Польченко, В.В. К расчёту зубчатых муфт на долговечность [Текст] / В.В. Польченко // Теория и практика расчётов деталей машин на износ. — М.: Наука. - 1983. — С.

169. Метод расчета на прочность зубчатых муфт. Рекомендации [Текст] : Р 54-313-90 / Э. Л. Айрапетов [и др.] - М.: Госстандарт СССР: ВНИИИНМАШ, 1991. - 39 с.

170. Метод расчета на прочность зубчатых муфт [Текст]: методические рекомендации. - М.: Изд. стандартов, 1987. - 122с.

171. Айрапетов, Э. Л. Зубчатые муфты [Текст] / Э. Л. Айрапетов, О.И. Косарев. - М.: Наука, 1982. - 128 с.

172. Айрапетов, Э.Л. Об учёте податливости зубьев в процессе зацепления [Текст] / Э.Л. Айрапетов // Вестник машиностроения. — 1976. — № 9. — С. 48 — 51.

173. Айрапетов, Э.Л. Расчёт податливости элементов зубчатой муфты [Текст] / Э.Л. Айрапетов, О.И. Косарев // Вестник машиностроения. — 1972. — № 3. — С. 17 — 21.

174. Айрапетов, Э.Л. Совершенствование методов расчета нагруженности и прочности передач зацеплением [Текст] / Э.Л. Айрапетов // Техника машиностроения. — 2001г. - №2. - С. 8-33.

175. Антонюк, В. Е. Технология производства и методы обеспечения качества зубчатых колес и передач [Текст] / В. Е Антонюк [и др.]. - Минск.: Технопринт, 2003. – 766 с.

176. Елисеев, Ю. С. Производство зубчатых колес газотурбинных двигателей [Текст] / Ю. С. Елисеев [и др.]. - М.: Высшая школа, 2001. - 493с.

177. Giwerzew, A. Abrasive Zahnflanken hartfeinbearbeitung mit niedriger Schnittgeschwindigkeit. Technologische Grundlagen. [Text] / A Giwerzew. // Seminar, München, 2001. – 14 s.

178. Newton, E. W. Measuring Rolling Vibrations of Hypoid Gears [Text] / E. W. Newton, // Automotive Engineering Congress. - Detroit, 1971. – 13 p.

179. Цуканов О.Н. К развитию теории синтеза неэвольвентных зубчатых зацеплений на базе цилиндрического исходного звена в обобщающих координатах [Текст] / О.Н. Цуканов // Вестник ЮУрГУ. Серия «Машиностроение» . — 2013. - том 13. - № 1. - С. 119 - 122.

180. Генкин, М.Д. Повышение надежности тяжело-нагруженных зубчатых передач [Текст] / М. Д. Генкин, М. А. Рыжов, Н. М. Рыжов. - М.: Машиностроение, 1981. - 232с.

181. US 8,201,471 B2 United States Patent, МПК7 F16H 55/00. Gears and gearing apparatus / Kenji Ohmi, KaWaguchi (JP); Yasutaka KaWakami, KaWaguchi (JP); Assignee Enplas Corporation, KaWaguchi-shi (JP). - № 12/567,672 ; Filed Sep. 25, 2009; Pub. Date Jun. 19, 2012. - 30 с. : ил.

182. US 2007/0137355 A1 United States Patent, МПК7 F16H 55/00, F16H 55/17. Gears and gearing apparatus / Kenji Ohmi, KaWaguchi (JP); Yasutaka Kawakami, KaWaguchi (JP); заявитель и патентообладатель Enplas Corporation, KaWaguchi-shi (JP) — № 11/528,651; Apr.Sep. 28, 2006; Patented Jun. 21, 2007. — 32 с. : ил.

183. US 2010/0011895 A1 United States Patent, МПК7 F16H 55/08. Gears and gearing apparatus / Kenji Ohmi, KaWaguchi (JP); Yasutaka Kawakami, KaWaguchi (JP); заявитель и патентообладатель Enplas Corporation, KaWaguchi-shi (JP) — № 12/567’672; Apr. Sep. 25, 2009; Patented Jan. 21, 2010. — 31 с. : ил.

184. Пат. 1252573 СССР, МПК[7] F16H 1/06. Прямозубая цилиндрическая передача / Н. И. Дундин, Б.П. Тимофеев; заявитель и патентообладатель Ленинградский ордена Ленина политехнический институт — № 3847748/25-28 ; заявл. 14.01.85 ; опубл. 23.08.86, Бюл. № 31. — 4 с. : ил.

185. Пат. 1402738 СССР, МПК[7] F16H 1/06. Зубчатая передача / В. Д. Кабиольский — № 4154845/25-28 ; заявл. 28.11.86 ; опубл. 15.06.88, Бюл. № 22. — 3 с. : ил.

186. Мирзаджанов, Д. Б. Конструктивные методы выравнивания зазоров и скоростей скольжения на боковых поверхностях зубьев муфт [Текст]/ Д. Б. Мирзаджанов // Вестник машиностроения. — 1986. — №8. — С. 14 — 17.

187. Андожский, В. Д. Модификация головок внешних зубьев эвольвентных зубчатых колес [Текст]/ В. Д. Андожский, Н. И. Рогачевский // Вестник машиностроения. — 1985. — № 7. — С. 15 — 17.

188. Андожский, В. Д. Геометрический расчет модификации головок зубьев [Текст]/ В. Д. Андожский // Вестник машиностроения. - 1976. - № 5. - С. 39-42.

189. Андожский, В. Д. Модификация головок зубьев рейкой с линией модификации по дуге окружности [Текст] / В. Д. Андожский // Вестник машиностроения. — 1978. — № 8. — С. 26 — 29.

190. Дорофеев Д. В. Модификация зубчатых колес с коэффициентом перекрытия более двух [Электронный ресурс] / Д. В. Дорофеев, И. В. Шевченко// Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана Электронный журнал, 2011. - №5 - С. 1-12. URL: http://old.technomag.edu.ru/doc/180855.html (дата обращения 14.10.2017г.).

191. Мироненко, А. И. Усовершенствование редукторов производства ГП НПКГ "Зоря"-"Машпроект" [Текст]/ А. И. Мироненко и др. // Вестник Нац. техн.

ун-та "ХПИ" : сб. науч. тр. Темат. вып. : Проблемы механического привода. – Харьков : НТУ "ХПИ", 2015. – № 35 (1144). – С. 95-100.

192. Поветкин, В. В. К вопросу повышения долговечности крупномодульных тяжелонагруженных зубчатых передач / В. В. Поветкин [и др.] // Прогрессивные технологии и системы машиностроения. Международный сб. научных трудов. — Донецк: Донец. нац. техн. ун-т, 2016. — № 4(55). — С. 70 — 74.

193. Пат. 2222738 Рос. Федерация, МПК[7] F16H55/08, F16H1/08. Косозубая зубчатая передача / В. А. Попов и др; заявитель и патентообладатель Открытое акционерное общество "Северсталь" — заявл. 28.05.2002 ; опубл. 27.01.2004. — 5 с. : ил.

194. Пат. 945524 СССР, МПК[7] F16H 1/06. Эвольвентная зубчатая передача / И. А. Копф и др.; заявитель и патентообладатель Научно-производственное объединение по технологии машиностроения ЦНИИТМАШ — № 2972889/25-28 ; заявл. 18.08.80 ; опубл. 23.07.82, Бюл. № 27. — 3 с. : ил.

195. Пат. 1237822 СССР, МПК[7] F16H 1/06. Зубчатое колесо / В. И. Попов, В. С. Погорелов, Ю. М. Павленко — № 3829750/25-28; заявл. 27.12.84 ; опубл. 16.06.86, Бюл. № 22. — 2 с. : ил.

196. Пат. 953296 СССР, МПК[7] F16H 1/06. Зубчатая передача / А. П. Натаров; заявитель и патентообладатель Харьковский ордена Ленина политехнический институт им. В. И. Ленина — № 3234811/25-28 ; заявл. 16.01.81 ; опубл. 23.08.82, Бюл. № 31. — 2 с. : ил.

197. Поклад, В. А. Основные принципы расчета неизнашивающихся авиационных зубчатых передач [Текст] / В. А. Поклад, В. Л. Дорофеев // Сб. докладов международного конгресса «Механика и трибология транспортных систем-2003" в 2-х томах, - Ростов на Дону: Рост. гос. ун-т путей сообщения, Ростов на Дону, сентябрь 2003. - Т. 2. - С. 232-235.

198. Дорофеев, В. Л. Модификация авиационных зубчатых передач с целью уменьшения износа контактной поверхности [Текст]/ В. Л. Дорофеев, В. В. Голованов , С.Г. Гукасян// Актуальные вопросы технических наук: материалы Междунар. науч. конф. — Пермь: Меркурий, г. Пермь, июль 2011 г. — С. 66 - 68.

199. Дорофеев, В. Л. Математическая модель проектирования авиационных зубчатых передач [Текст]/ В. Л. Дорофеев, В. В. Голованов , В. М. Ананьев // Авиационно-космическая техника и технология. — 2012. — № 10 (97) — С. 44 — 49.

200. Производство зубчатых колес [Текст]: справочник / под. ред. Б. А. Тайца. - М.: Машиностроение, 1975. - 727с.

201. Авиационные зубчатые передачи и редукторы [Текст]: справочник / под ред. Э. Б. Булгакова. - М.: Машиностроение, 1981. - 374с.

202. Рязанцева, И. Л. О профильной модификации тяжелонагруженных зубчатых колес [Текст]/ И. Л. Рязанцева // Омский научный вестник. - 2000. - №2(100). – С. 73 – 76.

203. Цилиндрические эвольвентные зубчатые передачи внешнего зацепления [Текст] / И.А. Болотовский [и др.]. – М.: Машиностроение, 1974. – 160 с.

204. Пат. 1037713 СССР, МПК^{7} F16D3/18. Зубчатая муфта/ С.А. Лагутин, А.И. Робер, А.А. Ковтушенко, Б.С. Уткин, В.И. Толока. — № 3243188/27; заявл. 27.01.1981; опубл. 10.04.2000.

205. Пат. 1087720 СССР, МПК^{7} F16H 1/04; F16H 55/17; F16D 3/18. Зубчатый венец / С.А. Лагутин, А.И. Робер, Б.С. Уткин, В.И. Толока, М.Л. Ерихов, Г.П. Дрововозов и Э.Л. Айрапетов. — - № 3546029/25-28; заявл. 25.01.83; опубл. 23.04.84, Бюл. № 15. - 4 с.: ил.

206. Пат. 550515 СССР, МПК7 F16H 55/16; F16H 1/08. Зубчатое колесо / Г. А. Иванов, В.П. Прохоров; заявитель и патентообладатель Московский станкоинструментальный институт. — № 2141325/28; заявл. 06.06.75; опубл. 15.03.77, Бюл. № 10. - 2 с.: ил.

207. Заблонский, К. И. Синтез оптимальной продольной модификации зубчатых передач с твердыми (НВ>350) поверхностями зубьев при учете режима нагружения [Текст] / К. И. Заблонский, Р. А. Мацей, Б. М. Щекин // Технологические методы обеспечения качества зубчатых передач: Тез. докл. Всесоюз. науч.— техн. конф. В г. Свердловск 8—10 апр. 1981 г. — Свердловск: Урал. политехн. ин—т, 1981. — Ч. 2. — С. 112 — 114.

208. Кириченко, А. Ф. Метод определения вида и параметров модификации прямозубых цилиндрических зубчатых колёс на стадии проектирования / А. Ф. Кириченко, В. А. Бережной, Д. В. Воронцова// Вестник Национального технического университета «Харьковский политехнический институт». - Харков: НТУ «ХПИ», 2006. - Вып. 22.- С.28-36.

209. Воронцов, Б.С. Модификация зубчатых зацеплений как средство повышения показателей качества и нагрузочной способности зубчатых передач [Текст] / Б.С. Воронцов, В.Е. Старжинский, В.В. Супин // Международный симпозиум «Теория и практика зубчатых передач - 2014» 21-23 января 2014, Ижевск, Россия. - С. 285 – 300.

210. Антонюк, В. Е. Особенности продольной модификации зубчатых колес планетарных передач типа 2К-Н [Текст] / Антонюк В. Е., Гоман А. М., Николаев Ю. И., Поддубко С. Н // Механика машин, механизмов и материалов. — 2010. - №3(12). – С. 28-32.

211. Пат. 2011904 Рос. Федерация, МПК[7] F16D3/18. Зубчатая муфта / Б. С. Уткин, А. И. Робер, Э. Л. Айрапетов; заявитель и патентообладатель Производственное объединение "Электростальтяжмаш". — № 5032653/27; заявл. 17.03.1992; опубл. 30.04.1994.

212. US 2927510 United States Patent. Method And Machine For Producing Toothed Couplings / Ernest Wildhaber, Rochester, NY. — № 582,961; Filed May 7, 1956; Patented Mar. 8, 1960. — 14 с. : ил.

213. US 3292390 United States Patent, МПК[7] F16 D3/18. Gear coupling / Ernest Wildhaber. — № 444,736; Filed Apr. 1, 1965, 2009; Patented Dec. 20, 1966. — 4 с. : ил.

214. Пат. 1423834 СССР, МПК[7] F16 D3/18. Зубчатая муфта / Д. Б. Мирзаджанов, Е. В. Хворостов, Н. А. Алиев, Э. Л. Айрапетов, Б. С. Уткин и А. И. Робер; заявитель и патентообладатель Бакинский политехнический техникум. - № 4142454/31-27; заявл. 09.07.86; опубл. 15.09.88., Бюл. № 34. - 3 с.: ил.

215. Пат. 1695009 СССР, МПК[7] F16 D3/18. Зубчатая муфта / А. П. Попов, И. И. Добринов и П.А. Тонко; заявитель и патентообладатель Николаевский кораб-

лестроительный институт им. адм. С О. Макарова. — № 4710770/27; заявл. 26.06.89; опубл. 30.11.91., Бюл. № 44. - 4 с.: ил.

216. Пат. 1153148 СССР, МПК[7] F16 H1/06. Зубчатая передача / М. С. Александров, А. Е. Кузьмин, А. Б. Седнев и А. Е. Слицкий; заявитель и патентообладатель Ордена Ленина и ордена Трудового Красного Знамени производственное объединение "Невский завод" им. В. И. Ленина. — № 3649331/25-28; заявл. 03.10.83; опубл. 30.04.85., Бюл. № 16. - 3 с.: ил.

217. Пат. 1037714 СССР, МПК[7] F16D3/18. Зубчатая муфта / А.И. Робер, Р.С. Соловьев, С.А. Лагутин, Б.С. Уткин, Э.Л. Айрапетов, В.И. Толока, В.С. Плотников - № 3274170/27; заявл. 09.02.1981; опубл. 27.08.1999.

218. Пат. 1672781 СССР, МПК[7] F16D3/18. Зубчатая муфта / Б. С. Уткин, А. И. Робер, Э. Л. Айрапетов, А. С. Никитин, Г. Н. Павлушкин; заявитель и патентообладатель ПО "Электростальтяжмаш". — № 4694104/27; заявл. 22.05.1989; опубл. 27.10.1999.

219. US 2007/0017314 A1 United States Patent, МПК[7] F16H 55/00. Gear and gear mechanism / Hidehisa Konishi, Osaka-shi (JP); Kyocera Mita Corporation, Osaka-shi (JP) . — No.: 11/486,875; Filed Jul. 14, 2006; Pub. Date: Jan. 25, 2007. — 10 с. : ил.

220. US 2841966 United States Patent. Flexible couplings / Charles W. Belden and Harley E. Northrop. — No.: 546,744 ; Filed November 14, 1955; Patented July 8, 1958. — 13 с. : ил.

221. US 3013411 United States Patent. Gear type constant velocity joint / Gunner A. Wahlmark. — No.: 21,761; Filed 12, 1960; Patented Dec. 19, 1961. — 9 с. : ил.

223. DE 198 59143 A1 Deutsches Patent Int. Cl.7 F 16 H 55/08. Die folgenden Angaben sind den vom Anmelder eingereichten Unterlagen entnommen / Peterreins, Thomas, 90408 Nürnberg, DE; Anmelder Bühler Motor GmbH, 90459 Nürnberg, DE — № 198 59 143.8; Anmeldetag: 21.12.1998 ; Offenlegungstag: 29. 6.2000. — 13 с. : ил.

224. Пат. 1216470 СССР, МПК[7] F16D 3/18. Зубчатая муфта / А. П. Попов; заявитель и патентообладатель Николаевский ордена Трудового Красного Знаме-

ни корабелистроительный институт им. адм. С.О. Макарова — № 3799340/25-27; заявл. 13.04.86; опубл. 07.03.86, Бюл. № 9. — 4 с. : ил.

225. Пат. 1410611 А1 СССР, МПК[7] F16D 3/18. Зубчатая муфта / А. И. Робер. Б.С. Уткин. Р.С. Соловьев, Э.Л. Айрапетов, С.А. Лагутин и В.И. Толока. — № 4079904/27; заявл. 15.05.86 ; опубл. 30.09.92, Бюл. № 36. — 6 с. : ил.

226. US 2922294 United States Patent. Toothed couplings / Ernest Wildhaber, Brighton, N.Y.. — No.: 653,688; Filed April 18, 1957; Patented Jan. 26, 1960. — 11 с. : ил.

227. Котляров, Б.С. Основы структурного синтеза модификации зубьев цилиндрических колёс и схем многоинструментальных роторных машин для их формообразования [Текст] : автореф. дис. … канд. техн. наук: спец : 05.02.02, 05.02.18 / Б. С. Котляров. - Харьков, 1989. - 16 с.

228. Сухоруков, Ю. Н. Модификация эвольвентных зубчатых колёс [Текст]: справочник / Ю. Н. Сухоруков. - К.: Техника, 1992. - 197 с.

229. Котляров, Б.С. Формообразование бочкообразных зубьев при применении роторных схем [Текст] / Б. С. Котляров // Совершенствование конструкций и технологии зубообработки передач зацеплением. - Ижевск, 1984. - С. 38.

230. Котляров, Б.С. Управление модификацией при роторной обработке ЦЗК [Текст] / Б.С. Котляров, В.Г. Дигтенко // Проблемы прочности, надёжности и металлоёмкости передач и редукторов. — Севастополь, 1986. — С. 19 — 20.

231. Тернюк, Н.Э. Метод синтеза модификаций зубьев цилиндрических колёс [Текст] / Н.Э. Тернюк, Б.С. Котляров, А.В. Павленко // Теория реальных передач зацеплением. — Курган, 1988. — С. 120 — 121.

232. Коськин, В.Н. К вопросу о выборе рациональной формы зубьев зубчатых муфт [Текст] / В.Н. Коськин // Изв. вузов. Машиностроение. — 1973. — № 4. — С. 53 — 57.

233. Дорофеев, В.Л. Технология производства высокопрочных зубчатых передач. Двойная модификация профиля зубьев [Текст] / В.Л. Дорофеев // Конверсия в машиностроении. — 2001. – № 5. – С. 79 – 84.

234. Лагутин, С. А. Сочетание продольной и профильной модификации зубьев в цилиндрических передачах [Текст] / С. А. Лагутин // Конверсия в машиностроении. — 2001. – № 2. – С. 68 – 72.

235. Кравченко, И.Ф. Экспериментальные и теоретические результаты исследования авиационных зубчатых передач для двигателей пятого и шестого поколений [Текст] / И.Ф. Кравченко [и др.]// Авиационно-космическая техника и технология. — 2008. - № 8 (55) — С. 129-134.

236. US 7921745 B2 United States Patent. Resin gear/ Toru Takumori, KaWaguchi (JP); Enplas Corporation, Saitama (JP). — No.: 12/077,343; Filed Mar. 19, 2008; Patented Apr. 12, 2011. — 22 с. : ил.

237. Пат. 2224154 СССР, МПК7 F16H55/08, F16H1/08. Косозубая цилиндрическая зубчатая передача внешнего зацепления / В.А. Попов, Е.Т. Долбенко, А.М. Ламухин, Н.Б. Скорохватов, О.В. Синев, С.Ю. Сычев; заявитель и патентообладатель Открытое акционерное общество "Северсталь"— № 2002113959/11 ; заявл. 28.05.2002; опубл. 20.02.2004, Бюл. № 31. — 14 с. : ил.

238. Михайлов, А. Н. Основы синтеза геометрии внутренних пространственных зацеплений с равным числом внутренних и наружных зубьев [Текст] / А.Н. Михайлов, С.А. Рыбина, Д. В. Перов, Т. Оливер // Прогрессивные технологии и системы машиностроения: Международный сб. научных трудов. – Донецк: ДонГТУ, 2000. - Вып. 10. - С.149-161.

239. Lukichev, A. Development of geometry of toothed of gear couplings, ensuring magnification of their service life and technologies of their manufacturing [Текст] / A. Lukichev, B. Mizin // Modern Technologies, Quality, Restructuring: International Scientific Conference Jassy, 25 — 27 May, 2000. — Iasi: Universitatea tehnica “GH. Asachi”, 2000. — T. XLVI(L), Supliment I: Constructii de masini. — P. 235 — 238.

240. Михайлов, А.Н. Новая геометрия зубьев муфт [Текст] / А.Н. Михайлов, В.А. Финиченко // Зубчатые передачи: современность и прогресс: Всесоюзная н/т конференция. Секция зубчатых передач и редукторостроения центрального и одесского правления ВНТО Машиностроителей СССР. — Одесса, 1990. — с.44.

241. Финиченко, В.А. Пространственная модификация зубьев цилиндрических зубчатых колес [Текст] / В.А. Финиченко // Вестник ДонГАСА. — Макеевка: ДонГАСА, 2004. — Вып. 5(47). — С.97—100.

242. Пат. 1590735 А1 СССР, МПК[7] F 16 D 3/18. Зубчатая муфта / А.Н. Михайлов (СССР); заявитель и патентообладатель Проектно-конструкторский технологический институт Всесоюзного промышленного объединения Союзуглемаша. — №4438250/24—27; заявл. 10.06.88.; опубл. 07.09.90, Бюл. № 33. — 5 с. : ил.

243. Пат.1618910 А1 СССР, МПК[7] F 16 D 3/18 Зубчатое соединение / А.Н. Михайлов, Н.Э. Тернюк, В.А. Финиченко, Т.Е. Михайлова (СССР); заявитель и патентообладатель Проектно-конструкторский технологический институт Всесоюзного промышленного объединения Союзуглемаша. — №4483334/27; заявл. 19.09.88.; опубл. 07.01.91, Бюл. № 1. — 4 с. : ил.

244. Грубка, Р.М. Технологічне забезпечення формоутворення зубців втулок муфт із просторовою геометрією, що компенсує змінні похибки монтажу валів [Текст] : автореф. дис. … канд. техн. наук : 05.02.08 / Грубка Роман Михайлович. – Донецьк: ДонНТУ, 2010. - 22с.

245. Пат. 2268799 Российской Федерации, МПК В 21 В 35/14 Зубчатая муфта / В.Д. Плахтин, Б.С. Уткин, С.А Лагутин, Ю.П. Шмидров, В.Н. Лунев, Н.Е. Рослякова, М.Ю. Ивочкин, А.В. Немятов, В.Ф. Харламов. — №2004119603/02; заявл. 28.06.2004; опубл. 27.01.2006, Бюл. №03.

246. Лукичёв, А.В. Увеличение срока службы зубчатых муфт конструктивными и технологическими методами [Текст] / А.В. Лукичёв // Прогрессивные технологии и системы машиностроения: Международный сб. научных трудов. — Донецк, Донец. гос. техн. ун—т., 1996. — Вып. 3. — С. 150—155.

247. Лукичёв, А.В. Разработка методов увеличения службы зубчатых муфт [Текст] : автреф. дис. … канд. техн. наук : 05.02.02, 05.02.08 / Лукичёв Александр Владимирович. - Харьков, 1994. - 18с.

248. Пат. 1481524 СССР, МКИ F 16 D 3/18 Зубчатый венец / А.В. Лукичёв, В.А. Финиченко, Н.А. Чернышев, Ю.Б. Похинов и др.(СССР); заявитель

и патентообладатель Донецкий политехнический институт. — №4245051/31—27; заявл. 14.05.87; опубл. 23.05.89, Бюл. № 19. — 6 с. : ил.

249. Михайлов, А.Н. Разработка методов повышения несущей и компенсирующей способности зубчатых муфт [Текст] : автреф. дис. … канд. техн. наук: 05.02.02 / Михайлов Александр Николаевич. - Харьков, 1986. - 25с.

250. Пат. 1425374 СССР, МКИ F 16 D 3/18 Зубчатая муфта / А.Н. Михайлов (СССР); заявитель и патентообладатель Донецкий политехнический институт. — №4138360/31—27; заявл. 20.10.86.; опубл. 23.09.88, Бюл. № 35. — 5 с. : ил.

251. Михайлов, А.Н. Анализ погрешностей монтажа валов и изготовления зубчатых венцов полумуфт [Текст] / А.Н. Михайлов, Р.М. Грубка // Машиностроение и техносфера на рубеже XXI века: Сборник трудов международной научно-технической конференции в г. Севастополе 10–16 сентября 2001 г. В 3 т. — Донецк: ДонНТУ, 2001. — Т. 2. — С. 37-42.

252. Грубка, Р.М. Кинематико-геометрический анализ движений элементов зубьев зубчатых муфт в условиях перекоса осей валов [Текст] / Р.М. Грубка, Е.А. Буленков // Практика и перспективы развития институционного партнерства: Материалы третьего Международного научно-практического семинара в г. Таганроге 4–6 июня 2002 г. В 2 кн. — Таганрог: ТРТУ, 2002. — Кн. 2. — С. 53-57.

253. Грубка, Р.М. Исследование распределения зазоров между зубьями муфт с пространственной модификацией [Текст] / Р.М. Грубка // Прогрессивные технологии и системы машиностроения: Международный сб. научных трудов. — Донецк: Донец. гос. техн. ун-т, 2002. — Вып. 23. — С. 40-47.

254. Грубка, Р.М. Синтез структуры групповой пространственной геометрии зубьев втулок зубчатых муфт [Текст] / Р.М. Грубка, А.Н. Михайлов // Прогрессивные технологии и системы машиностроения: Международный сб. научных трудов. — Донецк: Донец. нац. техн. ун-т, 2004. — Вып. 27. — С. 71-75.

255. Пат. 68689 України, F16D3/18. Зубчаста муфта / О.М. Михайлов, Р.М. Грубка (Україна); заявитель и патентообладатель Донецкий национальный технический университет. — № 2003098808; Заявл. 29.09.2003; Опубл. 16.08.2004, Бюл. № 8. — 4 с.

256. Грубка, Р.М. Особенности технологии изготовления зубьев втулок зубчатых муфт с групповой пространственной геометрией [Текст] / Р.М. Грубка, А.Н. Михайлов // Практика и перспективы развития партнерства в сфере высшей школы: Материалы седьмого Международного научно-практического семинара в г. Таганроге 19–21 июня 2006 г. В 3 кн. — Таганрог: ТРТУ, 2006. — Кн. 3. — С. 86-90.

257. Грубка, Р.М. Исследование распределения зазоров между зубьями втулки с групповой пространственной геометрией и эвольвентными зубьями обоймы [Текст] / Р.М. Грубка, А.Н. Михайлов // Практика и перспективы развития партнерства в сфере высшей школы: Материалы пятого Международного научно-практического семинара в г. Таганроге 8–10 июня 2004 г. В 2 кн. — Таганрог: ТРТУ, 2002. — Кн.1. — С. 146-150.

258. Машиностроение: Энциклопедия [Текст]. В 40 т. Т III – 3. Технология изготовление деталей машин / А. М. Дальский [и др.]; под общ. ред. А. Г. Суслова. - М.: Машиностроение, 2000. - 840 с.

259. Базров, Б. М. Основы технологии машиностроения [Текст]: учеб. для вузов / Б. М. Базров. - М.: Машиностроение, 2005. - 736 с.

260. Суслов, А. Г. Технология машиностроения [Текст]: учеб. для студентов машиностр. специальностей вузов / А. Г. Суслов. - М.: Машиностроение, 2004. – 400 с.

261. De Garmo, E. P. Materials and processes in manufacturing [Text] / E. P. De Garmo, J. T. Black, R. A. Kosher. - New York [etc.]: John Wiley & Sons, 1999. - 1259 p.

262. Радзевич, С. П. Формообразование поверхностей деталей. Основы теории [Текст] / С. П. Радзевич. - К.: Растан, 2001. - 592 с.

263. Технология машиностроения. В 2 т. Т. 1. Основы технологии машиностроения [Текст]: учеб. для вузов / В.М. Бурцев [и др.]; под ред. А. М. Дальского. - М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001. - 564с.

264. Гинзбург, Е.Г. Производство зубчатых колес [Текст] / Е. Г. Гинзбург. - Л.: Машиностроение, 1978. - 521с.

265. Радзевич, С. П. Технология зуборезных работ [Текст]: справочник / С. П. Радзевич, В. А. Полагута, E. D. Goodman. - К.: ИПТТМ, 1999. - 299с.

266. Технология производства и методы обеспечения качества зубчатых колес и передач [Текст]: учеб. пособие / В. Е. Антонюк [и др.]; под ред. В. Е. Старжинского и М. М. Канне. - Минск: Технопринт, 2003. - 766 с.

267. Фингер, М. Л. Цилиндрические зубчатые колеса: Теория и практика изготовления [Текст] / М. Л. Фингер. - М: Научная книга, 2005. - 368 с.

268. Клепиков, В. В. Технология производства зубчатых колес [Текст] / В. В. Клепиков. - М.: МГИУ, 1997. - 213с.

269. Калашников, А.С. Технология изготовления зубчатых колес [Текст] / А. С. Калашников. - М.: Машиностроение, 2004. - 480 с.

270. Производство зубчатых колес [Текст]: справочник / С. Н. Калашников [и др.]; под общ. ред. Б. А. Тайца. – Изд. 3-е, перераб. и доп. - М.: Машиностроение, 1990. - 464 с.

271. Пат. 944824 СССР, МПК B 23 F 9/00 Способ обработки зубчатых колёс / В.А. Данилов; заявитель и патентообладатель Новополоцкий политехнический институт. — №3005693/25—08; заявл. 19.11.80; опубл. 23.07.82, Бюл. № 27. - 2 с. : ил.

272. Пат. 685451 СССР, МПК B 23 F 1/00 Способ обработки зубчатых колёс / Н.Э. Тернюк, В.Б. Варшавский, А.А. Хлус. — №2418078/25—08; заявл. 04.11.76; опубл. 15.09.79. Бюл. № 34. - 2 с. : ил.

273. Яшин, Б. И. Фрезерование зубьев с эллиптическими образующими [Текст] / Б. И. Яшин // Вестник машиностроения. - 1974. - № 10. - С. 67-71.

274. Пат. 1348097 СССР, МКИ B23 F 9/00 Способ нарезания зубчатых изделий с продольной модификацией / Н.А. Чернышев, А.И. Робер, В.А. Финиченко, А.В. Лукичев, Б.С. Уткин, Е.Я. Гуттенберг, В.И. Толока (СССР); заявитель и патентообладатель Донецкий политехнический институт. — №3917819/31—08; заявл. 21.06.85; опубл. 30.10.87, Бюл. №40. - 4 с. : ил.

275. Пат. 1161292 СССР, МКИ B 23 F 9/08 Способ нарезания цилиндрических зубчатых колёс с бочкообразной формой зуба / В.А. Данилов (СССР); заяви-

тель и патентообладатель Новополоцкий политехнический институт им. Ленинского комсомола Белоруссии. — 3563359/25—08; заявл. 17.03.83.; опубл. 15.06.85, Бюл. № 22. — 3 с. : ил.

276. Данилов, В.А. Совершенствование механической обработки бочкообразных зубьев совмещением исполнительных движений [Текст] / В. А. Данилов // Вестник машиностроения. - 1987. - №2. - С. 146-151.

277. Данилов, В. А. Прогрессивные способы обработки зубчатых колес с бочкообразными зубьями [Текст] / В. А. Данилов // Вестник машиностроения. - 1996. - № 6. - С. 12-14.

278. Пат. 1255318 СССР, МКИ В 23 F 9/08 Способ обработки бочкообразных зубчатых колёс / В.А. Данилов (СССР); заявитель и патентообладатель Новополоцкий политехнический институт им. Ленинского комсомола Белоруссии. — №3755442/25—08; заявл. 19.06.84.; опубл. 07.09.86, Бюл. № 33. — 4 с. : ил.

279. Данилов, В. А. Диагональное зубофрезерование колёс с бочкообразными зубьями [Текст] / В. А. Данилов // Вестник машиностроения. - 1989. - №10. - С. 133-138.

280. Пат. 1404213 СССР, МКИ В23 F 5/12 Способ диагонального зубофрезерования колес с бочкообразными зубьями / В.А.Данилов (СССР); заявитель и патентообладатель Новополоцкий политехнический институт им. Ленинского комсомола Белоруссии. — № 4073589/31—08; заявл. 04.06.86; опубл. 23.06.88, Бюл. №23. — 4 с. : ил.

281. Пат. 1306658 СССР, МПК В 23 F 5/12, 9/04 Способ нарезания зубчатых колёс долбяком / В. В. Блохин, Н.Е. Акишина, В. В. Блохин; заявитель и патентообладатель Всесоюзный заочный машиностроительный институт. — №3995059/31—08; заявл. 24.12.85; опубл. 30.04.87. Бюл, №16. - 4 с. : ил.

282. Пат. 1161290 СССР, МПК В 23 F 5/12 Способ обработки зубчатого колёса / В.П. Прохоров, Н.И. Прохорова; заявитель и патентообладатель Всесоюзный заочный машиностроительный институт. — №3638535/25—08; заявл. 11.07.83.; опубл. 15.06.85, Бюл. № 22. - 2 с. : ил.

283. Пат. 1135574 СССР, МПК B 23 F 5/12// B 23 F 9/04 Способ нарезания зубчатых колёс долбяком / В. В. Блохин, Н.Е. Акишина, В. В. Блохин; заявитель и патентообладатель Всесоюзный заочный машиностроительный институт. — №3678624/25—08; заявл. 23.12.83; опубл. 23.01.85, Бюл. № 3. - 2 с. : ил.

284. Калашников, С.Н. Шевингование зубчатых колес [Текст] / С. Н. Калашников, А. С. Калашников. - М.: Высш. шк, 1985. – 223 с.

285. Пат. 400429 СССР, МПК B 23 F 19/06 Способ бочкообразного шевингования цилиндрических зубчатых колёс / В.С. Северилов, Л.С. Турко. — 1605332/25—08; заявл. 22.12.70; опубл. 01.10.73, Бюл. № 40. - 2 с. : ил.

286. Палагута, В.А. Розробка та дослідження методів підвищення продуктивності чистової обробки циліндричних зубчастих коліс дисковими обкаточними інструментами [Текст]: автореф. дис. … канд. техн. наук : 05.03.01 / Палагута Виктор Андреевич. - Київ, 1995. - 16 с.

287. Сухоруков, Ю.Н. Расширение технологических возможностей зубошевингования [Текст] / Ю. Н. Сухоруков, С. М. Уминский // Вестник машиностроения. - 1992. - № 1. - С. 40-41.

288. Радзевич, С.П. Синтез наивыгоднейшего процесса шевингования цилиндрических зубчатых колес [Текст] / С.П. Радзевич, В.А. Палагута // Вестник машиностроения. — 1997. — № 8. — С. 36 — 41.

289. Федоров, Ю.Н. Технологическое обеспечение качества зацепления цилиндрических колес с модифицированными зубьями. [Текст] / Ю.Н. Федоров, В.Д. Артамонов, О.І. Золотухина //Технология машиностроения. — 2005. — № 7. — С. 59 — 63.

290. Виноградов, В. М. Круговое протягивание цилиндрических зубчатых колес [Текст] / В. М. Виноградов // Технология автомобилестроения. - 1979. - №2. - С. 14-18.

291. Коганов, И. А. Прогрессивные методы изготовления цилиндрических зубчатых колес [Текст] / И. А. Коганов, Ю. Н. Федоров, Е. Н. Валиков. - М.: Машиностроение, 1981. -136с.

292. Феофилов, Н.Д. Разработка и исследование способа зубонарезания цилиндрических узковенцовых колес одновитковыми резцовыми головками-протяжками [Текст]: дис. … канд. техн. наук: 05.02.08 / Феофилов Николай Дмитриевич. - Тула, 1979. - 184 с.

293. Гусев, Г. В. Совершенствование малоотходной технологии изготовления цилиндрических зубчатых колес на основе использования процесса непрерывного зубопротягивания [Текст]: дис. ... канд. техн. наук: 05.02.08: защищена 1994 / Гусев Геннадий Васильевич. - Тула, 1984.-307 с.

294. Артамонов, В. Д. Основные направления совершенствования процессов зубонарезания цилиндрических колес [Текст] / В. Д. Артамонов // Известия Тульского гос. ун-та. Серия Машиностроение. - Тула: ТулГУ, 2000. - Вып. 5. - С. 7-15.

295. Коган, Г. И. Шлифование бочкообразных зубьев цилиндрических колёс [Текст] / Г. И. Коган, В. Н. Сазонов // Станки и инструмент. - 1965. - № 9. - С. 10-13.

296. Фрадкин, Е. И. Особенности шлифования модифицированных и немодифицированных зубьев на станках с плоским кругом [Текст] / Е. И. Фрадкин // Вестник машиностроения. - 2007. - № 3. - С. 54 - 57.

297. Финиченко, В. А. Основные направления синтеза технологического обеспечения изготовления многопараметрических пространственных зубатых передач [Текст] / В. А. Финиченко // Прогресивні технології і системи машинобудування: міжнародний зб. наукових праць. - Донецьк: Донец. нац. техн. ун-т, 2006. - Вип. 32. - С. 227-232.

298. Лукичёв, А.В. Обеспечение оптимальных условий приработки пространственных поверхностей технологическими методами [Текст] / А. В. Лукичёв // Прогрессивные технологии и системы машиностроения: междунар. сб. научн. тр. - Донецк, Донец. гос. техн. ун-т, 2000. - Вып. 10. - С. 112-117.

299. Горецкий, Г. В. К вопросу о совершенствовании технологии отделочных операций пространственных зубчатых колёс [Текст] / Г. В. Горецкий // Прогрессивные технологии и системы машиностроения: междунар. сб. научн. тр. - Донецк, Донец. гос. техн. ун-т, 2000. - Вып. 11. - С. 177-182.

300. Михайлов, А.Н. Разработка технологического обеспечения пространственной модификации зубьев муфт [Текст] / А. Н. Михайлов, И. Н. Ливенцов, Р. М. Грубка // Прогрессивные технологии и системы машиностроения: междунар. сб. научн. тр. - Донецк, Донец. гос. техн. ун-т, 2002. - Вып. 22. - С. 17-23.

[Текст] / А.Н. Михайлов [и др.]

301. Litvin, F.L. Gear Geometry and Applied Theory [Text] / F. L. Litvin, A. Fuentes. – Cambridge: Cambridge University Press, 2004. - 2nd Edition – 800 p.

302. Litvin, F.L. Development of Gear Technology and Theory of Gearing [Text] / F. L. Litvin. - NASA Reference Publication 1406, 1998. - 124 p.

303. Пат.373101 СССР, МПК7 B 23 f 9/00 Способ обработки бочкообразных зубьев / А.И. Стажаров, В.С. Плотников. — №1360417/25—8; заявл. 05.08.69; опубл. 12.03.73, Бюл. № 14. - 2 с.: ил.

304. Пат. 1161291 СССР, МПК7 B 23 F 9/00 Способ обработки бочкообразных зубьев / Н.А. Чернышев, В.А. Финиченко; заявитель и патентообладатель Донецкий ордена Трудового Красного Знамени политехнический институт. — №3536479/25—08; заявл. 14.01.83.; опубл. 15.06.85, Бюл. № 22. - 2 с.: ил.

305. Пат. 1291312 СССР, МПК7 B 23 f 9/00 Способ обработки бочкообразных зубьев / А.Н. Михайлов, А.В. Финиченко, А.В. Лукичёв, Н.Э. Тернюк, А.М. Завадский; Донецкий политехнический институт. — №3873978/31—08; заявл. 26.03.85.; опубл. 23.02.87, Бюл. № 7. - 4 с.: ил.

306. Пат. 1333486 СССР, МКИ B 23 f 19/00 Способ обработки зубчатых колес с бочкообразным зубом и устройство для его осуществления / А.В. Финиченко, В.И. Ажажа, А.Н. Михайлов, А.М. Завадский, Н.Э. Тернюк (СССР). — №3653161/25—08; заявл. 17.10.83.; опубл. 30.08.87, Бюл. № 32. — 4 с. : ил.

307. Пат.1430195 СССР, МКИ B 23 F 9/00 Способ обработки одного из элементов зубчатой муфты / А.Н. Михайлов, Н.Э. Тернюк, В.В. Синельщиков, В.Н. Шульга (СССР); Волгодонский филиал Новочеркасского политехнического института им. Серго Орджоникидзе и Волгодонский филиал Всесоюзного проектно-

конструкторского института атомного машиностроения и котлостроения. — №4229382/31—08; заявл. 14.04.87.; опубл. 15.10.88, Бюл. № 38. — 5 с. : ил.

308. Пат. 1468691 СССР, МПК7 В 23 F 9/00 Способ обработки зубчатых изделий с пространственно модифицированными зубьями / А.Н. Михайлов, Б.М. Махмутов, С.А. Свечников, С.Ф. Годунов; Волгодонское производственное объединение атомного энергетического машиностроения "Атоммаш" им. Л.И.Брежнева и Волгодонский филиал Новочеркасского политехнического института им. Серго Орджоникидзе. — 4272814/25—08; заявл. 29.05.87; опубл. 30.03.89, Бюл. № 12. - 6 с.: ил.

309. Пат. 1511025 СССР, МПК7 В 23 F 19/00 Способ отделочной обработки зубчатых элементов муфты с пространственно модифицированными зубьями / А.Н. Михайлов, Б.М. Махмутов, С.А. Свечников; Волгодонское производственное объединение атомного энергетического машиностроения "Атоммаш" и Волгодонский филиал Новочеркасского политехнического института. — №4261342/25—08; заявл. 12.05.87.; опубл. 30.09.89, Бюл. № 36. - 6 с.: ил.

310. Пат. 1613257 СССР, МКИ В 23 F 19/00 Способ отделочной обработки зубчатых элементов муфты с пространственно-модифицированными зубьями / А.Н. Михайлов, В.А. Финиченко, Т.Е. Михайлова, Б.М. Махмутов, В.В. Синельщиков (СССР); заявитель и патентообладатель Проектно-конструкторский технологический институт Всесоюзного промышленного объединения Союзуглемаша и Волгодонское производственное объединение атомного энергетического машиностроения "Атоммаш". — №4632651/25—08; заявл. 05.01.89.; опубл. 15.12.90, Бюл. № 46. — 8 с. : ил.

311. Михайлов, А.Н. Методология и принципы совершенствования технологического обеспечения для повышения качества и эффективности изготовления пространственно-модифицированных зубьев муфт [Текст] / А.Н. Михайлов [и др.] // Прогресивні технології і системи машинобудування: міжнародний зб. наук. праць. - Донецьк: Донец. нац. техн. ун-т, 2008. - Вип. 36. - С. 118-123.

312. Гитуни, А. Особенности синтеза структуры технологического процесса изготовления пространственно-модифицированных зубьев муфты в зависимости

от условий перекоса осей валов [Текст] / А. Гитуни [и др.] // Прогресивні технології і системи машинобудування: міжнародний зб. наук. праць. - Донецьк: Донец. нац. техн. ун-т, 2009. - Вип. 37. - С. 21-26.

313. Гітуні, А. Технологічне забезпечення підвищення якості та продуктивності формоутворення просторово-модифікованих зубців муфт: автореф. дис. на здобуття ступеня канд. техн. наук: спец. 05.02.08 „Технологія машинобудування” / А. Гітуні. - Донецьк, 2009. - 20с.

314. Грубка, Р. М. Способ чистовой обработки зубьев втулок зубчатых муфт с групповой пространственной геометрией и устройство для его осуществления [Текст] / Р. М. Грубка, А. Н. Михайлов, С. И Коштовный // Прогресивні технології і системи машинобудування: міжнародний зб. наук. праць. - Донецьк: Донец. нац. техн. ун-т, 2006. - Вип. 31. - С. 83-90.

315. Пат. № 82357 України, B23F 19/00. Спосіб обробки зубів із просторовою модифікацією: О.М. Михайлов, Р.М. Грубка, О.М. Лахін (Україна); власник Донецький національний технічний університет. — № a200510006; Подано 24.10.2005; Опубл. 10.04.2008, Бюл. № 7. — 4 с.

316. Михайлов, А.Н. К вопросу чистовой обработки зубьев втулок зубчатых муфт с пространственной модификацией [Текст] / А. Н. Михайлов, Р. М. Грубка // Машиностроение и техносфера XXI века: сб. тр. междунар. научн.-техн. конф. в г. Севастополь, 12–17 сентября 2005 г.; в 5 т. - Донецк: ДонНТУ, 2005. - Т. 2. - С. 275-276.

317. Грубка, Р. М. Синтез структуры групповой пространственной геометрии зубьев втулок зубчатых муфт [Текст] / Р. М. Грубка, А. Н. Михайлов // Прогрессивные технологии и системы машиностроения: междунар. сб. научн. тр. - Донецк: Донец. нац. техн. ун-т, 2004. - Вып. 27. - С. 71-75.

318. Грубка, Р.М. К вопросу нарезания групповой пространственной геометрии на зубьях втулок зубчатых муфт зубофрезерованием методом копирования [Текст] / Р. М. Грубка, А. Н. Михайлов // Прогрессивные технологии и системы машиностроения: междунар. сб. научн. тр. - Донецк: Донец. нац. техн. ун-т, 2005. - Вып. 29. - С. 58-66.

319. Грубка, Р.М. Особенности технологии изготовления зубьев втулок зубчатых муфт с групповой пространственной геометрией [Текст] / Р. М. Грубка, А. Н. Михайлов // Практика и перспективы развития партнерства в сфере высшей школы: Материалы седьмого Международного научн.-практ. семинара в г. Таганроге, 19 - 21 июня 2006 г.; в 3 кн. - Таганрог: ТРТУ, 2006. - Кн. 3. - С. 86-90.

320. Грубка, Р. М. Методика определения параметров для настройки зубофрезерного станка при фрезерования зубьев втулок зубчатых муфт с пространственной геометрией [Текст] / Р. М. Грубка, А. Н. Михайлов, С. И. Лучко // Прогресивні технології і системи машинобудування: Міжнародний зб. наукових праць. - Донецьк: Донец. нац. техн. ун-т, 2011. - Вип. 41. - С. 112-118.

321. Грубка, Р. М. Фрезерование зубьев втулок зубчатых муфт с пространственной геометрией [Текст] + [Электронный ресурс] / Грубка Р. М., Польченко В. В. // Модернизация машиностроительного комплекса России на научных основах технологии машиностроения (ТМ - 2011): сб. тр. 3-й междунар. науч.-техн. конф., г. Брянск, 19-20 мая 2011 г. / под общ. ред.. А.Г. Суслова. – Брянск: Десяточка, 2011. – С. 38 – 39.

322. Грубка, Р. М. Фрезерование зубьев втулок муфт с геометрией приближенной к групповой пространственной методом обкатки на существующем серийном оборудовании [Текст] / Р. М. Грубка [и др.] // Прогресивні технології і системи машинобудування: міжнародний зб. наук. праць. - Донецьк: Донец. нац. техн. ун-т, 2011. - Вип. 42. - С. 98-103.

323. Grubka, R. Setting parameters of gear-hobbing machine by processing of teeth of hub of gear clutch with spatial geometry [Text] / R. Grubka [и др.] // ModTech International Conference (Chisinau 24-26th May 2012,). - Vadul lui Voda: Chisinau, 2012. - P. 425-428. (Index to Scientific & Technical Proceedings of Thomson Scientific - Institute for Scientific Information (ISI). All the papers are available at ISI Web of Science).

324. Грубка, Р. М. Экспериментальное получение зубьев втулок зубчатых муфт с геометрией приближенной к групповой пространственной на существующем серийном оборудовании [Текст] / Р. М. Грубка [и др.] // Известия ТТИ ЮФУ–

ДонНТУ. Материалы Тринадцатого Международного научн.-практ. семинара «Практика и перспективы развития партнерства в сфере высшей школы»; в 3-х кн. – Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2012,. - Кн. 3. - № 12. – С. 80-86.

325. Грубка, Р. М. Фрезерование зубьев втулок муфт с пространственной геометрией методом обкатки [Текст] / Р. М. Грубка [и др.] // Известия ТулГУ. Технические науки. - Тула: Изд. ТулГУ, 2013. - Вып. 8. – С. 56-62.

326. Пат. № 91935 Україна, МПК[7] B23F 9/00. Спосіб виготовлення циліндричних зубчатих виробів з подовжньою модифікацією зубів [Текст] / Грубка Р. М., Михайлов О. М., Фенік Л. М. - № a 200901631 ; заявл. 25.02.2009 ; опубл. 10.09.2010, Бюл. № 17. - 6 с. : ил.

327. Pond James, B. New gear cutting models world competition [Text] / James B. Pond // Iron Age Metalwork. - 1983. - 22. - № 11 - 12. - P. 20-23.

328. Лоскутов, В. В. Зуборезные станки [Текст] / В. В. Лоскутов - М.: Машиностроение, 1972. - 125 с.

329. Металлорежущие станки [Текст]: учеб. для машиностр. втузов / Под ред. В. Э. Пуша. - М.: Машиностроение, 1985. - 256 с.

330. Титов, Г.П. Гамма комплектного зубообрабатывающего оборудования ЗАО «Егорьевский станкостроительный завод «Комсомолец» [Текст] / Г. П. Титов // СТИН. - 1995. - №12. - С. 34-38.

331. Потапов, В. А. Зубообрабатывающие станки на выставке ЕМО — 2003. Главное направление финишная обработка [Текст] / В. А. Потапов // Машиностроитель. - 2004. - №10. - С. 58-62.

332. Настасенко, В. А. Проект модернизации зубофрезерных станков [Текст] / В. А. Настасенко // Машиностроение и техносфера XXI века: XIII Межд. научн.-техн. конф. в г. Севастополь, 11 - 16 сент. 2006 г.; в 5-ти т. - Донецк: ДонНТУ, 2006. - Т. 3. - С. 92- 97.

333. Грачев, А. А. Технология и оборудование для прецизионной обработки зубчатых колес [Текст] / А. А. Грачев, Ю. И. Евстегнеев, Ш. И. Пичхадзе, Б. И. Сонкин // Вестник машиностроения. - 1992. - №2. - С. 60-62.

334. А. с. 361843 СССР, МКИ[1] В 23 f 1/06. Приспособление к зуборезному станку для обработки зубьев колес пространственного зацепления [Текст] / В. П. Хасилев (СССР). - № 1600241/25-8 ; заявл. 08.12.70 ; опубл. 13.12.72, Бюл. № 2. – 2 с. : ил.

335. А. с. 339349 СССР, МКИ[1] В 23 f 5/00. Устройство к зубообрабатывающим станкам для обработки зубчатых колес [Текст] / Н. Ф. Бутовский [и др.] (СССР). - № 1636464/25-8 ; заявл. 03.12. 70 ; опубл. 24.5.72, Бюл. № 17. – 2 с. : ил.

336. А. с. 1255313 СССР, МКИ[3] В 23 F 3/00. Устройство к зубообрабатывающему станку для продольной модификации зубьев цилиндрических колес [Текст] / О. И. Васенков, Г. И. Булыгин, Т. А. Шарипов (СССР). - № 3845098/25-08 ; заявл. 21.01.85 ; опубл. 07.09.86, Бюл. № 33. – 2 с. : ил.

337. А. с. 1346360 СССР, МКИ[3] В 23 F 9/00. Устройство для обработки зубчатых изделий с пространственно модифицированными зубьями [Текст] / В. А. Финиченко [и др.] (СССР). - № 3913779/31-08 ; заявл. 19.05.85 ; опубл. 23.10.87, Бюл. № 39. – 3 с. : ил.

338. Пат. 4372 С1 BY, МПК[7] В 23 F 9/00. Устройство для обработки изделий с пространственно модифицированными зубьями [Текст] / П. Н. Громыко, С. Н. Хатетовский; заявитель и патентообладатель Могилевский машиностроительный институт (BY). - № 19980647; заявл. 10.07.1998; опубл. 30.03.2002. – 3 с. : ил.

339. Lerch, D.E. Senkrecht Schabmaschine OS 25 [Text] / D. E. Lerch, // Fertigungstechn. Und Betr. - 1981. - 31. - №9. - P. 550.

340. CNC Walzfrasmaschine. // VDI - Zeitschrift. - 1984. - 126. - №5. - С. 157.

341. Fisher Henrich, R. Neue Schabmaschine fur die Zahnradfeinbear –beitung [Text] / Henrich R. Fisher // Werkstatt Und Betr. - 1979. – 112. - №9. P. 663 - 667.

342. Зубошлифовальный горизонтальный полуавтомат модели 5Ф851 особо высокой точности [Текст] // Станки и инструмент. 1984. - № 2. - С. 31.

343. Кузнецов, Ю.Н. Станки с ЧПУ [Текст]: Учебное пособие / Ю. Н. Кузнецов. - К.: Вища шк., 1991. - 278с.

344. Харченко, А. О. Станки с ЧПУ и оборудование гибких производственных систем [Текст] / А. О. Харченко. - К.: Изд. дом «Профессионал», 2004. - 303 с.

345. Технологическое оборудование технологических производств [Текст] / А. Г. Схиртладзе, В. Ю. Новиков; под ред. Ю.М. Соломенцева. - М.: Высш. шк., 2001. - 407с.

346. Бурков, В.А. Алгоритмы управления приводами и расчет кинематики зубофрезерных станков с ЧПУ, цепью обкатки и дифференцилом [Текст] / В. А. Бурков // СТИН. - 2003. - №5. - С. 3-6.

347. Старикович, В.С. Упрощение наладки зубофрезерных станков с ЧПУ [Текст] / В. С. Старикович // СТИН. - 1992. - №6. - С. 18.

348. Тарамыкин, Ю.П. Компьютер в системе управления зубообрабатывающим обрудованием [Текст] / Ю. П. Тарамыкин // СТИН. - 2000. - №3. - С. 7-8.

349. А. с. 1715520 СССР, МКИ^{3} В 23 F 5/12 Универсальный зубообрабатывающий станок с ЧПУ [Текст] / Ю. М. Ермаков [и др.] (СССР). - № 4331243/08 ; заявл. 19.11.87 ; опубл. 29.02.92, Бюл. № 39. – 4 с. : ил.

350. Скрябин, В. Н Кинематика червячного зубофрезерования [Текст] / В. Н. Скрябин [и др.] // Известия ТулГУ: Технические науки. - Тула: Изд. ТулГУ, 2010. - Вып. 4. - С. 58-68.

351. А. с. 1096056 СССР, МКИ^{3} В 23 F 5/00 Зубофрезерный станок [Текст] / В. А. Данилов (СССР). - № 3563353/25-08 ; заявл. 17.03.83 ; опубл. 07.06.84, Бюл. №26. – 3 с. : ил.

352. А. с. 1192915 СССР, МКИ^{3} В 23 F 9/08 Зубофрезерный станок [Текст] / В. А. Данилов (СССР). - № 3744390/25-08 ; заявл. 28.05.84 ; опубл. 23.11.85, Бюл. №43. – 3 с. : ил.

353. А. с. 435904 СССР, МКИ^{1} В 23 F 5/04. Зубошлифовальный станок с механизмом бочкообразования [Текст] / В. Н. Тихомиров, Э. А. Шванн, Ю. В. Базаров, В. В. Тихомиров (СССР). - № 1788260/25-8 ; заявл. 24.05.72 ; опубл. 15.07.74, Бюл. №21. – 2 с. : ил.

354. Грубка, Р. М. Устройство для чистовой обработки зубьев втулок зубчатых муфт с пространственной геометрией [Текст] / Р. М. Грубка, А. Н. Михайлов, А. Ю.

Шадиев // «Практика и перспективы развития партнерства в сфере высшей школы»: материалы двенадцатого междунар. научн.-практ. семинара, г.Донецк, 12-14 апреля 2011 г.; в 2-х т. - Донецк: ДонНТУ, 2011. - Т.2. - С. 200-204.

355. Тайц, Б.А. Точность и контроль зубчатых колес [Текст] / Тайц Б.А. - М.: Машиностроение, 1972. - 367с.

356. Точность и контроль зубчатых передач [Текст] / Б.А. Тайц, Н.Н. Марков; под ред. док. техн. наук Гинзбурга Е.Г. - Л.: Машиностроение, 1978. - 135 с.

357. Тайц, Б.А. Современное состояние нормирования точности и контроля зубчатых передач [Текст] / Б.А. Тайц // Вестник машиностроения. - 1985. - №8. - С. 62 - 65.

358. Аликулов, Д. Е. Современные методы контроля погрешностей зубчатых колес [Текст] / Д. Е. Аликулов - М.: НИИМАШ, 1979. - 60 с.

359. Мазуру, С. Г. Особенности контроля зубчатых поверхностей после обработки [Текст] / С. Г. Мазуру // Машиностроение и техносфера на рубеже XXI века: сб. тр. междунар. научн.-техн. конф., г. Севастополь 12 - 17 сентября 2005 г.; в 5 т. - Донецк: ДонНТУ, 2005. - Т. 2. - С.232 - 235.

360. Допуски и посадки: Справочник [Текст]: в 2 ч. / В. Д. Мягков, [и др.]. - Л.: Машиностроение. Ленинградское отделение, 1983. - Ч. 2. - 448 с.

361. Кане, М. М. Выбор рациональной точности цилиндрических зубчатых колес на различных операциях их обработки [Текст] / М. М. Кане // Вестник машиностроения. - 1996. - № 8. - С. 3 - 8.

362. Вулгаков, Э. Б. Категории точности зубчатых передач и методы их оценки [Текст] / Э. Б. Вулгаков, А. В. Климов, В. Н. Амосов // Автоматизация и современные технологии. - 1992. - № 11. - С.27 - 29.

363. Смольников, Н. Я. Влияние схемы резания на точность зубофрезерования [Текст] / Н. Я. Смольников, С. И. Агапов // СТИН. - 2002. - №7. - С. 31 - 32.

364. Фрадкин, Е. И. Зависимость радиального биения зубчатого венца от очередности шлифования зубьев на станках с плоским кругом [Текст] / Е. И. Фрадкин // Вестник машиностроения. - 2006. - №5. - С. 51 - 57.

365. Фрадкин, Е. И. Точность зубчатых колес при шлифовании методом копирования с непрерывным делением [Текст] / Е. И. Фрадкин // СТИН. - 2006. - № 9. - С. 4 - 9.

366. Фрадкин, Е. И. Погрешности зубообработки, вызванные неточной настройкой гитары деления зубообрабатывающих станков [Текст] / Е. И. Фрадкин // Вестник машиностроения. - 1998. - № 6. - С. 5 - 10.

367. Фрадкин, Е. И. Погрешности направления зуба, обусловленные неточной настройкой гитары дифференциала зубофрезерного станка [Текст] / Е. И. Фрадкин, А. Е. Балабин // СТИН. - 1996. - №7. - С. 11 - 14.

368. Фрадкин, Е. И. Погрешности зубошлифования на станках, работающих методом копирования [Текст] / Е. И. Фрадкин, В. П. Черкашин // Вестник машиностроения. - 2004. - №9. - С. 53 - 58.

369. Фрадкин, Е. И. Погрешности зубошлифования, вызванные неточной настройкой гитары обката [Текст] / Е. И. Фрадкин // Вестник машиностроения. - 2004. - №12. - С. 39 - 43.

370. Брауч, Э. А. Опыт продольной модификации тяговых передач электровозов [Текст] / Э. А. Брауч, В. А. Гришко, А. М. Саблин // Вестник машиностроения. - 1981. - №1. - С.46-49.

371. Pfenninger, R. The trend toward gear grinding [Text] / R. Pfenninger, E. Bartholet // Manufacturing Ingineering. - 1978. - V80. - №6. - P.57 - 59.

372. Елисеев, Ю.С. Деформации и погрешности в зацеплении и их роль в работе зубчатой передачи [Текст] / Ю.С. Елисеев, И.П. Нежурин // Вестник машиностроения. - 1999. - № 8. - С. 28 - 31.

373. Копф, И. А., Деркач Л. И., Ермолаев В. К. Выбор зубоотделочной операции [Текст] / И. А. Копф, Л. И. Деркач, В. К. Ермолаев // Станки и инструмент. - 1983. - № 8. - С. 33 - 34.

374. Апархов, В.И. Динамическая нагруженность зубчатых передач с продольной модификацией зубьев [Текст] / В. И. Апархов, А. Г. Малахов, О. А. Малахова // Несущая способность и качество зубчатых передач и редукторов машин: материалы всесоюз. науч.-техн. конф. - М., 1985. - С.50.

375. Начинкин, В. П. Изгибная и контактная прочность зубчатых муфт с бочкообразным зубом [Текст] / В. П. Начинкин // Вестник машиностроения. - 1982. - №7. - С.22 - 25.

376. Уткин, Б. С. Оптимизация геометрических параметров зубьев зубчатых муфт [Текст] / Б. С. Уткин, А. И. Роббер // Вестник машиностроения. - 1985. - №8. - С.32 - 33.

377. Справочник инструментальщика [Текст] / И. А. Ординарцев, Г. В. Филиппов, Н. А. Шевченко и др.; под общ. ред. И. А. Ординарцева. - Л.: Машиностроение. Ленингр. отд-ние, 1987. - 846 с.

378. Мальцев, Ю. И. Новая конструкция сборных червячных фрез [Текст] / Ю. И. Мальцев // Инструмент - технология - оборудование. - 1997. - №1. - С. 50 - 52.

379. Штепанек, К. К. Измерение и повышение точности зубообрабатывающих станков [Текст] / К. К. Штепанек // Станки и инструмент. -1960. - № 9. - С. 18-23.

380. Турецкий, И. Ю. Восстановление технологической точности зуборезных станков [Текст] / И. Ю. Турецкий, Л. Н. Любимков, Б. В. Чернов. - М.: Машгиз, 1962. - 92 с.

381. Дроздов, Д. В. Проверка кинематической точности зубофрезерных станков [Текст] / Д. В. Дроздов, Х. Н. Любенсон // Измерительная техника. - 1960. -№1. - С. 14-16.

382. Авдулов, А. Н. Сейсмический метод контроля кинематической точности зубофрезерных станков [Текст] / А. Н. Авдулов // Станки и инструмент. - 1962. - №1. - С. 40-44.

383. Левашов, А. В. Основы расчета точности кинематических цепей металлорежущих станков [Текст] / А. В. Левашов. - М.: Машиностроение, 1966. - 211 с.

384. Мисевич, В. С. Экспериментальное исследование крутильных колебаний кинематических цепей зубофрезерных станков [Текст] / В. С. Мисевич, В.С. Старикович // Станки и инструмент. - 1977. -№ 3. - С. 11-13.

385. Колев, К. С. Точность обработки и режимы резания [Текст] / К. С. Колев, Л. М. Горчаков. - М.: Машиностроение, 1976. - 130 с.

386. Овумян, Г. Г. Повышение производительности и качества чистового зубонарезания [Текст] / Г. Г. Овумян, Е. В. Езерский, С. А. Хухрий. - М.: Машиностроение, 1979. - 64 с.

387. Овумян, Г. Г. Справочник зубореза [Текст] / Г. Г. Овумян, А. И. Адам. - М.: Машиностроение, 1983. - 223с.

388. Марков Н. Н. Зубоизмерительные приборы. Иностранный опыт [Текст] / Н. Н. Марков. - М.: Машиностроение, 1965. - 163с.

389. Ионак, В. Ф. Приборы кинематического контроля [Текст] / В. Ф. Ионак. - М.: Машиностроение, 1981. - 129 с.

390. Иделевич, А. Я. Перспективы развития зубоизмерительных приборов [Текст] / А. Я. Иделевич // Станки и инструмент. - 1991. - №3. - С.33.

391. Димов, Ю. В. Метрология, стандартизация и сертификация [Текст]: учеб. для вузов. - 2-е издание. – М.: Питер, 2005. - 432с.

392. Равська, Н. С. Основи формоутворення поверхонь при механічній обробці [Текст] / Н. С. Равська [и др.]. – Житомир: ЖІТІ, 2000. – 163с.

393. Метрологическое обеспечение машиностроительного производства. [Электронный ресурс] / В. Н. Кайнова, Е. В. Тесленко. – Электронный комплекс учебно-методических материалов. - Нижний Новгород: ФГБОУ ВО "Нижегородский государственный технический университет им. Р. Е. Алексеева", 2008. – Часть 1. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). – Систем. требования: Pentium 3; 64 Мб; Windows 98/Me/2000/XP/Vista; 2-х CD-ROM; мышь. - Загл. с экрана. – № госрегистрации: 0320801068.

394. Протасьев, В. Б. Нетрадиционные метрологические задачи, решаемые измерением деталей на КИМ [Текст] / В. Б. Протасьев, Е. А. Моторина // Известия ТулГУ. Технические науки. - 2017. - Вып. 8. Ч. 1. – С. 223 – 232.

395. Братухин, А. Г. Координатно-измерительные машины и комплексы [Текст] / А. Г. Братухин // Наука и технологии в промышленности: журн. / Тульский государственный университет. – Тула, 2011. - №3. - С. 36 – 48.

396. Ковальчук, С. Н. Контроль зубчатых колес на координатно-измерительной машине GLOBAL [Текст] / С. Н. Ковальчук // Вестник КузГТУ. - 2014. - №5. - С. 124-126.

397. Федосеенко, В. О. Оценка эффективности использования альтернативных комплектов сменных зубчатых колес для гитар металлорежущих станков [Электронный ресурс] / В. О. Федосеенко // Научный журнал КубГАУ, №91(07), 2013г. – С. 1 -10. - URL: http://ej.kubagro.ru/2013/07/pdf/75.pdf .

398. Контроль зубчатых колес [Электронный ресурс]. – URL: (http://lapic.ru/Izmerenie_detaley/Kontrol_zubchatih_koles_/ (дата обращения 06.11.2017).

399. 3D СКАНЕР MAKERBOT DIGITIZER /КОД 750113 [Электронный ресурс]. - URL: https://mygadgetshop.ru/products/3d-skaner-makerbot-digitizer (дата обращения 06.11.2017).

400. 3D СКАНЕР SHINING 3D EINSCAN SP [Электронный ресурс]. - URL: http://3dtool.ru/product/3d-skaner-shining-3d-einscan-sp/ (дата обращения 06.11.2017).

401. 3D СКАНЕР SHINING 3D OPTIMSCAN 5M [Электронный ресурс]. – . – URL: http://3dtool.ru/product/3d-skaner-shining-3d-optimscan-5m/ (дата обращения 06.11.2017).

402. Литвиняк, Я. М. Доповнення до кінематичного способу синтезу профілю зубців площинного зубчастого зачеплення [Текст] / Я. М. Литвиняк // Вісник Національного університету "Львівська політехніка". Оптимізація виробничих процесів і технічний контроль у машинобудуванні та приладобудуванні. – 2014. – № 786. – С. 93-98.

403. Корн, Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. - М.: Наука, 1968. - 395 с.

404. Роджерс, Д. Математические основы машинной графики [Текст] / Д. Роджерс, Дж. Адамс. - М.: Мир, 2001. - 604 с.

405. Компьютерная реализация решения научно-технических и образовательных задач: учебное пособие [Электронный ресурс] / В. В. Белов [и др.]. -

Тверь: ТвГТУ, 2015. – 108 с. – URL: https://www.sunspire.ru/articles/ (дата обращения: 5.06.2017).

406. Романов, В. Ф. Расчет зуборезных инструментов [Текст] / В. Ф Романов. - М.: Машиностроение, 1969. - 251 с.

407. Фрезы дисковые зуборезные модульные. Технические условия [Текст]: ОСТ 2И-41-14-87: утв. М-вом станкостроительной и инструментальной промышленности СССР, 1967 с Изм. 1 (12.03.93, ВНИИинструмент). – 21 с: ил.

408. Равська, Н. С. Визначення товщини зрізу при зубофрезеруванні черв'ячними фрезами зубчатих коліс / Н. С. Равська, О. А. Охріменко // Надійність інструменту та оптимізація технологічних систем: збірник наукових праць. – Краматорськ, 2011. - вип. №28. – С. 3-12.

409. Андросов, С. П. Уравнение режущих кромок червячной модульной фрезы [Текст] / С. П. Андросов // Приволжский научный вестник. – 2013. – 2(18). – С.4-7.

410. Отт, О. С. Формирование эвольвентных поверхностей деталей дисковым инструментом [Текст] / О. С. Отт // Вестник МГТУ Станкин. – 2010, №3. - С. 67-71.

411. Воронцов, Б. С. Математическое обеспечение интерактивного синтеза передач зацеплением [Текст] / Б. С. Воронцов // Проблеми механічного приводу: сб. науч. тр. - Вестник НТУ "ХПИ", 2010. - №27 – С. 49 - 54. - ISSN 2079-0791.

412. ГОСТ 9324-2015 (ISO 2490:2007, ISO 4468:2009). Фрезы червячные цельные чистовые для цилиндрических зубчатых колес с эвольвентным профилем. Технические условия. – Введ. 2017-01-01. - М.: Стандартинформ, 2016. – IV, 40 с.: ил.

413. Ильин, В. А. Аналитическая геометрия [Текст] / В. А. Ильин. - М.: Наука, 1988. – 223 с.

414. Беклемешев, Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры [Текст] / Д. В. Беклемешев. - М.: Высш. шк, 1998. – 320 с.

415. Ефимов, Н. В. Краткий курс аналитической геометрии: учебное пособие [Текст] / Н. В. Ефимов. - М.: Физматлит, 2005. – 240 с.

416. Новицкий, П.В. Оценка погрешностей результатов измерений [Текст] / П.В. Новицкий, И.А. Зограф. — Л.: Энергоатомиздат, 1991. — 304с.

417. Назаров, Н.Г. Метрология. Основные понятия и математические модели: Учебное пособие для вузов [Текст] / Назаров Н.Г. — М.: Высш. шк., 2002. — 348с.

418. Левин, С.Ф. Математическая теория измерительных задач. Часть 8. Метод косвенного измерения [Текст]/ С.Ф. Левин // Контрольно-измерительные приборы и системы. — 2003, №5. — С. 29 — 35.

419. Левин, С.Ф. Математическая теория измерительных задач. Часть 9. Метод совокупных измерений [Текст]/ С.Ф. Левин // Контрольно-измерительные приборы и системы. — 2004, №5. — С. 29 — 32.

420. Румшинский, Л.З. Математическая обработка результатов эксперимента [Текст] / Л.З. Румшинский. — М .: Наука, 1971. — 192 с.

421. Колкер, Я.Д. Математический анализ точности механической обработки деталей [Текст] / Я.Д. Колкер. — К.: Техника, — 1976. — 200с.

422. Тимошенко, Г.М. Теория инженерного эксперимента [Текст] / Г.М. Тимошенко, П.Ф. Зима. — К.: УМК ВО, 1991. — 124с.

Приложение А. Обобщенные уравнения элементов зубчатых соединений с цилиндрическими зубчатыми колесами с учетом наличия погрешностей и деформаций

Матрицы перехода от системы координат $S_1(x_1, y_1, z_1)$, связанной с шестерней (зубчатой втулкой) к абсолютной системе координат $S(X, Y, Z)$:

- при повороте относительно оси x_1 на угол $\varphi_{x\Sigma}$:

$$M_{\phi x\Sigma} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi_{x\Sigma} & \sin\phi_{x\Sigma} & 0 \\ 0 & -\sin\phi_{x\Sigma} & \cos\phi_{x\Sigma} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}; \quad (A.1)$$

- при повороте относительно оси $y_1{}^1$ на угол $\varphi_{y\Sigma}$:

$$M_{\phi y\Sigma} = \begin{vmatrix} \cos\phi_{y\Sigma} & 0 & \sin\phi_{y\Sigma} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\phi_{y\Sigma} & 0 & \cos\phi_{y\Sigma} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (A.2)$$

- при перемещении относительно трех координатных осей абсолютной системы координат Δx_Σ, Δy_Σ, Δz_Σ:

$$M_{см} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & \Delta x_\Sigma \\ 0 & 1 & 0 & \Delta y_\Sigma \\ 0 & 0 & 1 & \Delta z_\Sigma \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}; \quad (A.3)$$

- при вращении вокруг оси $z_1{}^{III}$ на угол φ_1:

$$M_{\phi_1} = \begin{vmatrix} \cos\phi_1 & \sin\phi_1 & 0 & 0 \\ -\sin\phi_1 & \cos\phi_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}; \quad (A.4)$$

- при переносе системы координат в полюс зацепления P.

$$M_{P_1} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -R_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (A.5)$$

Найдя произведение матриц $M\phi_{x\Sigma}$, $M\phi_{y\Sigma}$, $M_{см}$, $M\phi_1$ и M_{P1}, получим матрицу перехода от системы координат $S_1(x_1, y_1, z_1)$ к системе координат $S(X, Y, Z)$:

$$M_1 = M_{P_1} M\phi_1 M_{см} M_{\phi y\Sigma} M_{\phi x\Sigma} = \begin{vmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}, \tag{A.6}$$

где

$$\begin{aligned} m_{11} &= \cos\phi_1 \cos\phi_{y\Sigma}; \\ m_{12} &= \cos\phi_{x\Sigma} \sin\phi_1 - \cos\phi_1 \sin\phi_{x\Sigma} \sin\phi_{y\Sigma}; \\ m_{13} &= \sin\phi_1 \sin\phi_{x\Sigma} + \cos\phi_1 \cos\phi_{x\Sigma} \sin\phi_{y\Sigma}; \\ m_{14} &= \Delta x_\Sigma \cos\phi_1 + \Delta y_\Sigma \sin\phi_1; \\ m_{21} &= -\cos\phi_{y\Sigma} \sin\phi_1; \\ m_{22} &= \cos\phi_1 \cos\phi_{x\Sigma} + \sin\phi_1 \sin\phi_{x\Sigma} \sin\phi_{y\Sigma}; \\ m_{23} &= \cos\phi_1 \sin\phi_{x\Sigma} - \cos\phi_{x\Sigma} \sin\phi_1 \sin\phi_{y\Sigma}; \\ m_{24} &= \Delta y_\Sigma \cos\phi_1 - R_1 - \Delta x_\Sigma \sin\phi_1; \\ m_{31} &= -\sin\phi_{y\Sigma}; \\ m_{32} &= -\cos\phi_{y\Sigma} \sin\phi_{x\Sigma}; \\ m_{33} &= \cos\phi_{x\Sigma} \cos\phi_{y\Sigma}; \\ m_{34} &= \Delta z_\Sigma. \end{aligned} \tag{A.7}$$

Система уравнений для перехода от системы координат $S_1(x_1, y_1, z_1)$ к системе координат $S(X, Y, Z)$:

$$\left.\begin{aligned} X &= m_{11}x_1 + m_{12}y_1 + m_{13}z_1 + m_{14}; \\ Y &= m_{21}x_1 + m_{22}y_1 + m_{23}z_1 + m_{24}; \\ Z &= m_{31}x_1 + m_{32}y_1 + m_{33}z_1 + m_{34}. \end{aligned}\right\} \tag{A.8}$$

Матрица перехода от системы координат $S(X, Y, Z)$ к системе координат $S_1(x_1, y_1, z_1)$:

$$M_1{}' = \left(M_{P_1} M\phi_1 M_{см} M_{\phi y\Sigma} M_{\phi x\Sigma}\right)^{-1} = \begin{vmatrix} m'_{11} & m'_{12} & m'_{13} & m'_{14} \\ m'_{21} & m'_{22} & m'_{23} & m'_{24} \\ m'_{31} & m'_{32} & m'_{33} & m'_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}, \tag{A.9}$$

где

$$
\begin{aligned}
m'_{11} &= \cos\phi_1 \cos\phi_{y\Sigma};\\
m'_{12} &= -\cos\phi_{y\Sigma} \sin\phi_1;\\
m'_{13} &= -\sin\phi_{y\Sigma};\\
m'_{14} &= \Delta z_\Sigma \sin\phi_{y\Sigma} - \Delta x_\Sigma \cos\phi_{y\Sigma} - R_1 \cos\phi_{y\Sigma} \sin\phi_1;\\
m'_{21} &= \cos\phi_{x\Sigma} \sin\phi_1 - \cos\phi_1 \sin\phi_{x\Sigma} \sin\phi_{y\Sigma};\\
m'_{22} &= \cos\phi_1 \cos\phi_{x\Sigma} + \sin\phi_1 \sin\phi_{x\Sigma} \sin\phi_{y\Sigma};\\
m'_{23} &= -\cos\phi_{y\Sigma} \sin\phi_{x\Sigma};\\
m'_{24} &= R_1\left(\cos\phi_1 \cos\phi_{x\Sigma} + \sin\phi_1 \sin\phi_{x\Sigma} \sin\phi_{y\Sigma}\right) - \Delta y_\Sigma \cos\phi_{x\Sigma} +\\
&+ \Delta z_\Sigma \cos\phi_{y\Sigma} \sin\phi_{x\Sigma} + \Delta x_\Sigma \sin\phi_{x\Sigma} \sin\phi_{y\Sigma};\\
m'_{31} &= \sin\phi_1 \sin\phi_{x\Sigma} + \cos\phi_1 \cos\phi_{x\Sigma} \sin\phi_{y\Sigma};\\
m'_{32} &= \cos\phi_1 \sin\phi_{x\Sigma} - \cos\phi_{x\Sigma} \sin\phi_1 \sin\phi_{y\Sigma};\\
m'_{33} &= \cos\phi_{x\Sigma} \cos\phi_{y\Sigma};\\
m'_{34} &= R_1\left(\cos\phi_1 \sin\phi_{x\Sigma} - \cos\phi_{x\Sigma} \sin\phi_1 \sin\phi_{y\Sigma}\right) - \Delta y_\Sigma \sin\phi_{x\Sigma} -\\
&- \Delta z_\Sigma \cos\phi_{x\Sigma} \cos\phi_{y\Sigma} - \Delta x_\Sigma \cos\phi_{x\Sigma} \sin\phi_{y\Sigma}.
\end{aligned}
\qquad \text{(A.10)}
$$

Система уравнений для перехода от системы координат *S(X, Y, Z)* к системе координат $S_1(x_1, y_1, z_1)$:

$$
\left.
\begin{aligned}
x_1 &= m'_{11}X + m'_{12}Y + m'_{13}Z + m'_{14};\\
y_1 &= m'_{21}X + m'_{22}Y + m'_{23}Z + m'_{24};\\
z_1 &= m'_{31}X + m'_{32}Y + m'_{33}Z + m'_{34}.
\end{aligned}
\right\}
\qquad \text{(A.11)}
$$

Матрицы перехода от системы координат $S_2(x_2, y_2, z_1)$ к системе координат *S(X, Y, Z)*:

- при вращении вокруг оси z_2 на угол φ_2:

$$
M_{\phi_2} = \begin{vmatrix}
\cos\phi_2 & \sin\phi_2 & 0 & 0\\
-\sin\phi_2 & \cos\phi_2 & 0 & 0\\
0 & 0 & 1 & 0\\
0 & 0 & 0 & 1
\end{vmatrix};
\qquad \text{(A.12)}
$$

- при переносе системы координат в полюс зацепления P.

$$M_{P_2} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \pm R_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}. \qquad \text{(A.13)}$$

Найдя произведение матриц $M\phi_2$ и M_{P2}, получим матрицу перехода от системы координат $S_2(x_2, y_2, z_2)$ к системе координат *S(X, Y, Z)*:

$$M_2 = M_{P_2} M\phi_2 = \begin{vmatrix} \cos\phi_2 & \sin\phi_2 & 0 & 0 \\ -\sin\phi_2 & \cos\phi_2 & 0 & \pm R_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \qquad \text{(A.14)}$$

Система уравнений при переходе от системы координат $S_2(x_2, y_2, z_2)$ к системе координат *S(X, Y, Z)*:

$$\left.\begin{aligned} X &= x_2 \cos\phi_2 + y_2 \sin\phi_2; \\ Y &= -x_2 \sin\phi_2 + y_2 \cos\phi_2 \pm R_2; \\ Z &= z_2. \end{aligned}\right\} \qquad \text{(A.15)}$$

Матрица перехода от системы координат *S(X, Y, Z)* к системе координат $S_2(x_2, y_2, z_2)$:

$$M_2{}' = \begin{vmatrix} \cos\phi_2 & -\sin\phi_2 & 0 & \pm R_2 \sin\phi_2 \\ \sin\phi_2 & \cos\phi_2 & 0 & \mp R_2 \cos\phi_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \qquad \text{(A.16)}$$

Система уравнений при переходе от системы координат *S(X, Y, Z)* к системе координат $S_2(x_2, y_2, z_2)$:

$$\left.\begin{aligned} x_2 &= X \cos\phi_2 - Y \sin\phi_2 \pm R_2 \sin\phi_2; \\ y_2 &= X \sin\phi_2 + Y \cos\phi_2 \mp R_2 \cos\phi_2; \\ z_2 &= Z. \end{aligned}\right\} \qquad \text{(A.17)}$$

Приложение Б. Преобразования систем координат для определения величин суммарных перемещений элементов зубчатых венцов

Матрицы перехода от системы координат $S_1(x_1, y_1, z_1)$ к системе координат $S(X, Y, Z)$:

- при повороте относительно оси x_1^1 на угол $\Sigma\phi_{x1}$:

$$M_{\Sigma\phi x_1} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\Sigma\phi_{x1} & \sin\Sigma\phi_{x1} & 0 \\ 0 & -\sin\Sigma\phi_{x1} & \cos\Sigma\phi_{x1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}; \quad (Б.1)$$

- при повороте относительно оси y_1^{11} на угол $\Sigma\phi_{y1}$:

$$M_{\Sigma\phi y_1} = \begin{vmatrix} \cos\Sigma\phi_{y1} & 0 & \sin\Sigma\phi_{y1} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\Sigma\phi_{y1} & 0 & \cos\Sigma\phi_{y1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (Б.2)$$

- при перемещении относительно трех координатных осей абсолютной системы координат на величину суммарного перемещения $\Sigma\Delta x_1$, $\Sigma\Delta y_1$, $\Sigma\Delta z_1$:

$$M_{см1} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & \Sigma\Delta x_1 \\ 0 & 1 & 0 & \Sigma\Delta y_1 \\ 0 & 0 & 1 & \Sigma\Delta z_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}; \quad (Б.3)$$

- при переносе системы координат в полюс зацепления P.

$$M_{P_1} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -R_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (Б.4)$$

Найдя произведение матриц $M_{\Sigma\phi x_1}$, $M_{\Sigma\phi y_1}$, $M_{см1}$, и M_{P1}, получим матрицу перехода от системы координат $S_1(x_1, y_1, z_1)$ к системе координат $S(X, Y, Z)$:

$$M_{\Sigma 1} = M_{P_1} M_{см1} M_{\Sigma\phi y_1} M_{\Sigma\phi x_1} = \begin{vmatrix} m1_{11} & m1_{12} & m1_{13} & m1_{14} \\ m1_{21} & m1_{22} & m1_{23} & m1_{24} \\ m1_{31} & m1_{32} & m1_{33} & m1_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}, \quad (Б.5)$$

где

$$
\begin{aligned}
m1_{11} &= \cos\Sigma\phi_{y1};\\
m1_{12} &= -\sin\Sigma\phi_{x1}\sin\Sigma\phi_{y1};\\
m1_{13} &= \cos\Sigma\phi_{x1}\sin\Sigma\phi_{y1};\\
m1_{14} &= \Sigma\Delta x_1;\\
m1_{21} &= 0;\\
m1_{22} &= \cos\Sigma\phi_{x1};\\
m1_{23} &= \sin\Sigma\phi_{x1};\\
m1_{24} &= \Sigma\Delta y_1 - R_1;\\
m1_{31} &= -\sin\Sigma\phi_{y1};\\
m1_{32} &= -\cos\Sigma\phi_{y1}\sin\Sigma\phi_{x1};\\
m1_{33} &= \cos\Sigma\phi_{x1}\cos\Sigma\phi_{y1};\\
m1_{34} &= \Sigma\Delta z_1.
\end{aligned}
\qquad (Б.6)
$$

Система уравнений для перехода от системы координат $S_1(x_1, y_1, z_1)$ к системе координат $S(X, Y, Z)$ имеет вид:

$$
\left.
\begin{aligned}
X &= m1_{11}x_1 + m1_{12}y_1 + m1_{13}z_1 + m1_{14};\\
Y &= m1_{22}y_1 + m1_{23}z_1 + m1_{24};\\
Z &= m1_{31}x_1 + m1_{32}y_1 + m1_{33}z_1 + m1_{34}.
\end{aligned}
\right\} \qquad (Б.7)
$$

Матрица перехода от системы координат $S(X, Y, Z)$к системе координат $S_1(x_1, y_1, z_1)$:

$$
M_{\Sigma 1}{}' = \left(M_{P_1} M_{см1} M_{\Sigma\phi y_1} M_{\Sigma\phi x_1}\right)^{-1} = \begin{vmatrix} m1'_{11} & m1'_{12} & m1'_{13} & m1'_{14} \\ m1'_{21} & m1'_{22} & m1'_{23} & m1'_{24} \\ m1'_{31} & m1'_{32} & m1'_{33} & m1'_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}, \qquad (Б.8)
$$

где

$$
\begin{aligned}
m1'_{11} &= \cos\Sigma\phi_{y1};\\
m1'_{12} &= 0;\\
m1'_{13} &= -\sin\Sigma\phi_{y1};\\
m1'_{14} &= \Sigma\Delta z_1 \sin\Sigma\phi_{y1} - \Sigma\Delta x_1 \cos\Sigma\phi_{y1};\\
m1'_{21} &= -\sin\Sigma\phi_{x1}\sin\Sigma\phi_{y1};\\
m1'_{22} &= \cos\Sigma\phi_{x1};\\
m1'_{23} &= -\cos\Sigma\phi_{y1}\sin\Sigma\phi_{x1};\\
m1'_{24} &= R_1\cos\Sigma\phi_{x1} - \Sigma\Delta y_1\cos\Sigma\phi_{x1} +\\
&+ \Sigma\Delta z_1\cos\Sigma\phi_{y1}\sin\Sigma\phi_{x1} + \Sigma\Delta x_1\sin\Sigma\phi_{x1}\sin\Sigma\phi_{y1};\\
m1'_{31} &= \cos\Sigma\phi_{x1}\sin\Sigma\phi_{y1};\\
m1'_{32} &= \sin\Sigma\phi_{x1};\\
m1'_{33} &= \cos\Sigma\phi_{x1}\cos\Sigma\phi_{y1};\\
m1'_{34} &= R_1\sin\Sigma\phi_{x1} - \Sigma\Delta y_1\sin\Sigma\phi_{x1} -\\
&- \Sigma\Delta z_1\cos\Sigma\phi_{x1}\cos\Sigma\phi_{y1} - \Sigma\Delta x_1\cos\Sigma\phi_{x1}\sin\Sigma\phi_{y1}.
\end{aligned}
\qquad (Б.9)
$$

Система уравнений при переходе от системы координат *S(X, Y, Z)* к системе координат $S_1(x_1, y_1, z_1)$:

$$
\left.
\begin{aligned}
x_1 &= m1'_{11}X + m1'_{13}Z + m1'_{14};\\
y_1 &= m1'_{21}X + m1'_{22}Y + m1'_{23}Z + m1'_{24};\\
z_1 &= m1'_{31}X + m1'_{32}Y + m1'_{33}Z + m1'_{34}.
\end{aligned}
\right\}
\qquad (Б.10)
$$

Приложение В. Решение о выдаче патента на изобретение

Форма № 01 113-2014

ФЕДЕРАЛЬНАЯ СЛУЖБА ПО ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ СОБСТВЕННОСТИ
(РОСПАТЕНТ)

Бережковская наб., 30, корп. 1, Москва, Г-59, ГСП-3, 125993. Телефон (8-499) 240-60-15. Факс (8-495) 531-63-18

На № - от -

Наш № 2019104782/11(009044)

При переписке просим ссылаться на номер заявки

Исходящая корреспонденция от 27.11.2019

ЦИиПЛД
ул. Первомайская, 13
г. Ухта
Рес. Коми
169300

РЕШЕНИЕ
о выдаче патента на изобретение

(21) Заявка № 2019104782/11(009044) (22) Дата подачи заявки 20.02.2019

В результате экспертизы заявки на изобретение по существу установлено, что заявленное изобретение
относится к объектам патентных прав, соответствует условиям патентоспособности, сущность заявленного изобретения (изобретений) в документах заявки раскрыта с полнотой, достаточной для осуществления изобретения (изобретений)*, в связи с чем принято решение о выдаче патента на изобретение.

Заключение по результатам экспертизы прилагается.

Приложение: на 6 л. в 1 экз.

Начальник
Управления
организаций
предоставления
государственных услуг

Документ подписан электронной подписью
Сведения о сертификате ЭП
Сертификат 2F34FB0080AAD69A48DC1BAFF5C30FCB
Владелец Травников Дмитрий Владимирович
Срок действия с 04.07.2019 по 08.02.2027

Д. В. Травников

*Проверка достаточности раскрытия сущности заявленного изобретения проводится по заявкам на изобретения, поданным после 01.10.2014.

Соответствует оригиналу
Ученый секретарь
диссертационного совета
27.11.2019
Бронько

Приложение к форме № 01 ПЗ-2014
10,181

ЗАКЛЮЧЕНИЕ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ЭКСПЕРТИЗЫ

(21) Заявка № 2019104782/11(009044) (22) Дата подачи заявки 20.02.2019

(24) Дата начала отсчета срока действия патента 20.02.2019

ПРИОРИТЕТ УСТАНОВЛЕН ПО ДАТЕ

(22) подачи заявки 20.02.2019

(72) Автор(ы) Грубка Роман Михайлович, UA, Пичко Наталья Сергеевна, RU, Михайлов Александр Николаевич, UA, Петряева Ирина Алексеевна, UA

(73) Патентообладатель(и) Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Ухтинский государственный технический университет" (ФГБОУ ВО УГТУ), RU

(54) Название изобретения Зубчатое соединение с внешним зацеплением зубьев

(см. на обороте)

01 1		111304

ВНИМАНИЕ! С целью исключения ошибок просьба проверить сведения, приведенные в заключении, т.к. они без изменения будут внесены в Государственный реестр изобретений Российской Федерации, и незамедлительно сообщить об обнаруженных ошибках.

Соответствует оригиналу
Ученый секретарь
диссертационного совета

14.02

Приложение Г. Аппроксимация координат точек профиля дисковой модульной фрезы, предназначенной для обработки зубчатых колес с числом зубьев до 79 шт

Проведем расчеты по определению параметров сплайна, позволяющего выполнить аппроксимацию профиля зуба дисковой модульной фрезы, предназначенной для обработки зубчатого венца с числом зубьев 40 шт и модулем 3 мм. Рассмотрим левый профиль РИ. Координаты точек на режущей кромке стандартной дисковой модульной фрезы при числе зубьев нарезаемого колеса от 17 до 79шт, модуль 3 мм приведены в таблице Г.1.

Таблица Г.1. Координаты точек левого профиля зуба дисковой модульной фрезы при числе зубьев нарезаемого колеса от 17 до 79шт, модуль 3 мм

№ точки	0	1	2	3	4	5	6	7
X, мм	0	-0,738	-1,386	-1,587	-1,616	-1,666	-1,744	-1,829
Y, мм	0	0,177	0,776	1,277	1,406	1,622	1,920	2,217
№ точки	8	9	10	11	12	13	14	15
X, мм	-1,922	-2,022	-2,129	-2,243	-2,362	-2,487	-2,619	-2,756
Y, мм	2,514	2,810	3,106	3,402	3,697	3,991	4,285	4,579
№ точки	16	17	18	19	20	21	22	
X, мм	-2,898	-3,045	-3,199	-3,356	-3,519	-3,687	-3,860	
Y, мм	4,872	5,164	5,456	5,747	6,037	6,327	6,616	

Точки с номерами от 0 до 3 принадлежат участку дуги профиля зуба, точки с 3 по 4 прямолинейному отрезку, точки с 4 по 22 эвольвентному участку.

Подставив в левую часть уравнений системы (3.67) вместо функций $X(\lambda_i)$ и $Y(\lambda_i)$ значения координат узловых точек участков профиля дисковой модульной фрезы с номерами: 0, 1, 2, 3, 4, 10, 16 и 22, получим систему для определения параметров сплайна Безье пятого порядка, описывающего геометрию кривой профиля зуба рассматриваемой дисковой модульной фрезы. Данную систему можно решить численными методами в математическом пакете MathCAD. В результате расчета получим неизвестные параметры сплайна (таблица Г.2.).

Подставив полученные в результате решения системы уравнений (3.67) координаты опорных точек в систему уравнений (3.66), получим зависимости для

определения координат точек описывающих геометрию профиля зуба дисковой модульной фрезы:

$$\begin{cases} X(\lambda) = -6{,}575 \cdot \lambda \cdot (1-\lambda)^4 - 18{,}47 \cdot \lambda^2 \cdot (1-\lambda)^3 - \\ -15{,}45 \cdot \lambda^3 \cdot (1-\lambda)^2 - 4{,}855 \cdot \lambda^4 \cdot (1-\lambda) - 3{,}860 \cdot \lambda^5, \\ Y(\lambda) = -1{,}18 \cdot \lambda \cdot (1-\lambda)^4 + 23{,}29 \cdot \lambda^2 \cdot (1-\lambda)^3 - \\ -3{,}76 \cdot \lambda^3 \cdot (1-\lambda)^2 + 9{,}41 \cdot \lambda^4 \cdot (1-\lambda) + 6{,}616 \cdot \lambda^5. \end{cases}$$

Таблица Г.2. Результаты расчета параметров сплайна

Xp_1, мм	Yp_1, мм	Xp_2, мм	Yp_2, мм	Xp_3, мм	Yp_3, мм	Xp_4, мм	Yp_4, мм
-1,315	-0,236	-1,847	2,329	-1,545	-0,376	-0,971	1,882
λ_0	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5	λ_6	λ_7
0	0,13342	0,35370	0,57045	0,60347	0,80990	0,91902	1

Выполнив расчеты по зависимостям (3.68), изменяя параметр сплайна λ от 0 до 1 с шагом 0,1, получим координаты точек принадлежащих сплайну, который описывает профиль зуба дисковой модульной фрезы таблица Г.3. По результатам расчета строим сплайн в Декартовой системе координат рисунок Г.1.

Таблица Г.3. Результаты расчетов координат точек сплайна

№ п/п	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
λ	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$X(\lambda)$, мм	0	-0,579	-1,004	-1,285	-1,449	-1,538	-1,613	-1,757	-2,082	-2,726	-3,860
$Y(\lambda)$, мм	0	0,090	0,375	0,654	0,869	1,074	1,391	1,975	2,979	4,515	6,616

Как видно из рисунка Г.1., сплайны Безье 5-го порядка достаточно точно аппроксимировать профиль зуба дисковой модульной фрезы. Для оценки точности аппроксимации профиля зуба фрезы сплайном определим значения координаты $X(\lambda)$ для заданного значения координаты Y (таблица Г.1.) и сравним полученные значения координат $X(\lambda)$ с табличным стандартным значением X. Для чего определим параметр сплайна λ, подставив во второе уравнение системы (3.68) соответствующее значение координаты Y. Уравнение можно решить численными методами в математическом пакете MathCAD, составив программный блок в соответствии с блок-схемой представленной на рисунке Г.2.

Найденный параметр сплайна λ, подставляем в первое уравнения системы (3.68) и определяем значения координат $X(\lambda)$ и $Y(\lambda)$ точки сплайна. Выполнив расчеты для всех координат Y точек заданных в таблице Г.1., определим параметры сплайна λ и значения координат, результаты расчетов запишем в таблицу Г.4. Для

рассчитанных значений координат точек сплайна определим относительную погрешность.

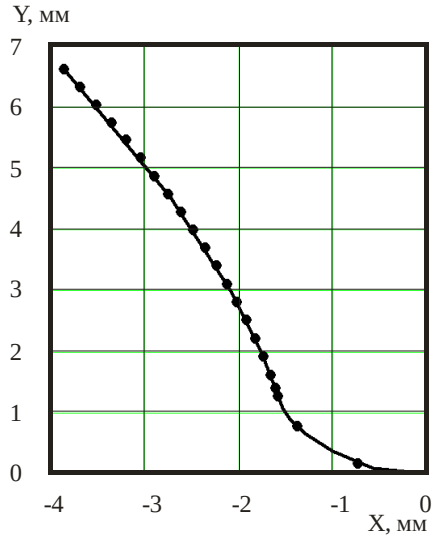


Рисунок Г.1. Сплайн, описывающий профиль зуба дисковой модульной фрезы

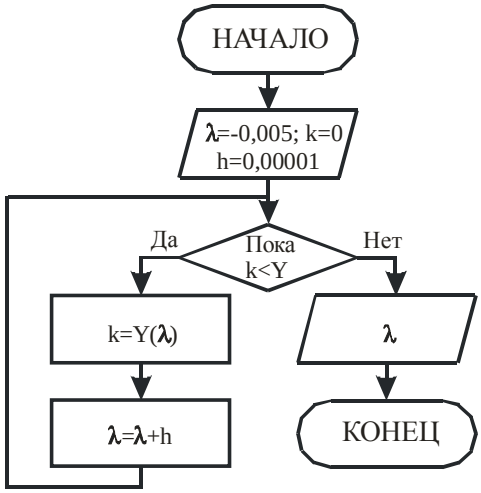


Рисунок Г.2. Блок-схема программного модуля

Таблица Г.4. Значения координат точек сплайна, соответствующие заданным значением координат *Y*

№ п/п	λ	$X(\lambda)$, мм	$\Delta X(\lambda)$, %	$Y(\lambda)$, мм	$\Delta Y(\lambda)$, %
0	0	0	0	0	0
1	0,13344	-0,738	0,011	0,177	0,028
2	0,35372	-1,386	$2{,}194\text{x}10^{-3}$	0,776	$5{,}216\ \text{x}10^{-3}$
3	0,57046	-1,587	$5{,}602\text{x}10^{-4}$	1,277	$3{,}158\text{x}10^{-3}$
4	0,60348	-1,616	$6{,}098\text{x}10^{-4}$	1,406	$3{,}163\text{x}10^{-3}$
5	0,64708	-1,666	0,026	1,623	$5{,}256\text{x}10^{-3}$
6	0,69275	-1,742	0,085	1,920	$6{,}088\text{x}10^{-3}$
7	0,72905	-1,827	0,075	2,217	$4{,}272\text{x}10^{-3}$
8	0,75958	-1,921	0,049	2,514	$8{,}264\text{x}10^{-3}$
9	0,78617	-2,022	0,022	2,810	$4{,}466\text{x}10^{-3}$
10	0,80992	-2,129	$4{,}293\text{x}10^{-3}$	3,107	$7{,}855\text{x}10^{-3}$
11	0,83149	-2,243	0,023	3,402	$6{,}195\text{x}10^{-3}$
12	0,85135	-2,363	0,043	3,697	$7{,}039\text{x}10^{-3}$
13	0,86982	-2,489	0,046	3,992	$6{,}407\text{x}10^{-3}$
14	0,88714	-2,620	0,035	4,286	$5{,}323\text{x}10^{-3}$
15	0,90350	-2,756	0,028	4,579	$7{,}010\text{x}10^{-3}$
16	0,91903	-2,898	$3{,}503\text{x}10^{-3}$	4,872	$4{,}217\text{x}10^{-3}$
17	0,93386	-3,046	$9{,}014\text{x}10^{-3}$	5,164	$7{,}636\text{x}10^{-3}$
18	0,94806	-3,198	0,011	5,456	$5{,}288\text{x}10^{-3}$
19	0,96172	-3,356	0,011	5,747	$5{,}833\text{x}10^{-3}$
20	0,97490	-3,519	0,011	6,037	$5{,}507\text{x}10^{-3}$
21	0,98765	-3,687	$4{,}305\text{x}10^{-3}$	6,327	$6{,}210\text{x}10^{-3}$
22	1,00002	-3,860	$7{,}485\text{x}10^{-3}$	6,616	$7{,}156\text{x}10^{-3}$

Приложение Д. Аппроксимация координат точек профиля дисковой модульной фрезы, предназначенной для обработки зубчатых колес с числом зубьев более 79 шт

Рассмотрим геометрию профиля зуба дисковой модульной фрезы, предназначенной для обработки зубчатых колес с числом зубьев от 80шт (рисунок 3.11.). [407]. Профиль зуба дисковой модульной фрезы, предназначенной для обработки зубчатых колес с числом зубьев от 80шт состоит из: прямолинейного участка, дуги окружности и эвольвентного участка. Прямолинейный участок профиля зуба можно описать сплайном Безье первого порядка. Для аппроксимации дуги окружности и эвольвентного участка необходимо использовать сплайны Безье третьего порядка.

Исходя из геометрии профиля зуба дисковой модульной фрезы, для аппроксимации его режущей кромки используем сплайн Безье пятого порядка (3.66). Для определения неизвестных параметров сплайна и координат опорных точек решаем систему уравнений вида (3.67).

Выполним расчеты по определению параметров сплайна, который аппроксимирует профиль зуба дисковой модульной фрезы, предназначенной для обработки зубчатого венца с числом зубьев 80шт и модулем 3 мм. В расчетах будем использовать координаты точек, принадлежащих левому профилю режущего инструмента, приведенные в таблице Д.1. [407]. Точки 0 и 1 принадлежат отрезку, точки с 1 по 4 – участку дуги профиля, точки с 4 по 27 - эвольвентному участку.

В нормативно-технической документации дуга задается центром и двумя точками [407]. Для аппроксимации сплайном участка дуги необходимо определить координаты еще двух точек принадлежащих ей. Определим недостающие координаты точек, используя уравнение окружности:

$$\left(x - x_ц\right)^2 + \left(y - y_ц\right)^2 = r^2, \qquad (Д.1)$$

где $x_ц$ и $y_ц$ - координаты центра участка дуги профиля зуба;

r - радиус дуги участка профиля.

Раскрыв скобки и выполнив преобразования (Д.1), учтя что $r=y_ц$,, получим квадратное уравнение вида:

$$y^2 - 2 \cdot y_ц \cdot y + \left(x - x_ц\right)^2 = 0, \qquad (Д.2)$$

Решив уравнение (Д.2) получим два корня:

$$y_{1,2} = \frac{2 \cdot y_ц \pm \sqrt{\left(2 \cdot y_ц\right)^2 - 4 \cdot \left(x - x_ц\right)^2}}{2}. \qquad (Д.3)$$

Таблица Д.1. Координаты точек левого профиля зуба дисковой модульной фрезы при числе зубьев нарезаемого колеса от 80шт, модуль 3 мм

№ точки	0	1	2	3	4	5	6	7
X, мм	0	-0,055	-0,575	-1,095	-1,441	-1,489	-1,582	-1,677
Y, мм	0	0	0,097	0,44	1,031	1,191	1,489	1,788
№ точки	8	9	10	11	12	13	14	15
X, мм	-1,776	-1,877	-1,982	-2,089	-2,199	-2,311	-2,368	-2,485
Y, мм	2,087	2,385	2,684	2,982	3,28	3,578	3,727	4,024
№ точки	16	17	18	19	20	21	22	23
X, мм	-2,604	-2,725	-2,849	-2,974	-3,105	-3,236	-3,37	-3,506
Y, мм	4,322	4,619	4,917	5,214	5,51	5,807	6,104	6,4
№ точки	24	25	26	27				
X, мм	-3,644	-3,928	-4,073	-4,295				
Y, мм	6,696	7,288	7,583	8,026				

Подставляя значения $x_ц$, $y_ц$ и x_B, с учетом того, что в нормативно-технической документации приведены безразмерные значения координат точек, отнесенные к модулю и увеличенные на 100, в выражение (Д.3) определим соответствующую им координату *y*:

- для т. 2 при $x = \frac{m}{100} \cdot (x_ц + 0{,}375 \cdot (x_B - x_ц)) = -0{,}575 мм$:

$$y = \frac{2 \cdot \frac{48.21 \cdot m}{100} - \sqrt{\left(2 \cdot \frac{48.21 \cdot m}{100}\right)^2 - 4 \cdot \left(x - x_ц\right)^2}}{2} = 0{,}097 мм.$$

- для т. 3 при $x = \frac{m}{100} \cdot (x_ц + 0{,}75 \cdot (x_B - x_ц)) = -1{,}095 мм$:

$$y = \frac{2 \cdot \frac{48.21 \cdot m}{100} - \sqrt{\left(2 \cdot \frac{48.21 \cdot m}{100}\right)^2 - 4 \cdot \left(x - x_ц\right)^2}}{2} = 0{,}44 мм.$$

Результаты расчетов дополнительных координат точек принадлежащих участку дуги заносим в таблицу Д.1.

Подставив в левую часть уравнений системы (3.67) вместо функций $X(\lambda_i)$ и $Y(\lambda_i)$ значения координат точек участков профиля дисковой модульной фрезы с номерами: 0, 1, 2, 3, 4, 9, 18 и 27,получим систему для определения параметров сплайна Безье пятого порядка, описывающего геометрию кривой профиля зуба рассматриваемой дисковой модульной фрезы. Данную систему можно решить численными методами в математическом пакете MathCAD. В результате расчета получим неизвестные параметры сплайна (таблица Д.2).

Таблица Д.2. Результаты расчета параметров сплайна

Xp_1, мм	Yp_1, мм	Xp_2, мм	Yp_2, мм	Xp_3, мм	Yp_3, мм	Xp_4, мм	Yp_4, мм
-1,3298	-0,0202	-1,2041	1,1725	-1,7856	0,4725	-0,8106	1,0743
λ_0	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5	λ_6	λ_7
0	$8{,}49428 \cdot 10^{-3}$	0,10854	0,28666	0,53049	0,7349	0,89051	1

Подставив рассчитанные в результате решения системы уравнений (3.67) координаты опорных точек в систему уравнений (3.66),получим зависимости для определения координат точек, описывающих геометрию профиля зуба дисковой модульной фрезы, предназначенной для обработки цилиндрических зубчатых колес с числом зубьев от 80шт и модулем 3 мм:

$$\begin{cases} X(\lambda) = -6{,}649\lambda \cdot (1-\lambda)^4 - 12{,}041\lambda^2 \cdot (1-\lambda)^3 + \\ -17{,}856\lambda^3 \cdot (1-\lambda)^2 - 4{,}053\lambda^4 \cdot (1-\lambda) - 4{,}295 \cdot \lambda^5, \\ Y(\lambda) = -0{,}101\lambda \cdot (1-\lambda)^4 + 11{,}725\lambda^2 \cdot (1-\lambda)^3 + \\ +4{,}725\lambda^3 \cdot (1-\lambda)^2 + 5{,}3715\lambda^4 \cdot (1-\lambda) + 8{,}026 \cdot \lambda^5. \end{cases} \quad (Д.4)$$

Выполнив расчеты по зависимостям (Д.4), изменяя параметр сплайна λ от 0 до 1 с шагом 0,1 получим координаты точек принадлежащих сплайну, который описывает профиль зуба дисковой модульной фрезы таблица Д.3.

Выполним оценку точности аппроксимации профиля зуба фрезы сплайном. Данные полученные в результате расчета запишем в таблицу Д.4.

Таблица Д.3. Результаты расчетов координат точек сплайна

№ п/п	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
λ	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$X(\lambda)$, мм	0	-0,539	-0,889	-1,12	-1,278	-1,403	-1,541	-1,762	-2,175	-2,943	-4,295
$Y(\lambda)$, мм	0	0,083	0,265	0,467	0,674	0,93	1,334	2,036	3,227	5,136	8,026

Таблица Д.4. Значения координат точек сплайна, соответствующие заданным значением координат *Y*

№ п/п	λ	$X(\lambda)$, мм	$\Delta X(\lambda)$, %	$Y(\lambda)$, мм	$\Delta Y(\lambda)$, %
0	-	-	-	-	-
1	-	-	-	-	-
2	0,10856	-0,575	0,011	0,097	0,026
3	0,28668	-1,095	$3{,}379\text{x}10^{-3}$	0,44	$8{,}549\text{x}10^{-3}$
4	0,53051	-1,441	$1{,}749\text{x}10^{-3}$	1,031	$6{,}868\text{x}10^{-3}$
5	0,57027	-1,495	0,393	1,191	$5{,}082\text{x}10^{-3}$
6	0,62727	-1,589	0,456	1,489	$6{,}738\text{x}10^{-3}$
7	0,67056	-1,683	0,311	1,788	$8{,}494\text{x}10^{-3}$
8	0,70548	-1,779	0,121	2,087	$7{,}749\text{x}10^{-3}$
9	0,73491	-1,878	$2{,}39\text{x}10^{-3}$	2,385	$5{,}574\text{x}10^{-3}$
10	0,76047	-1,98	-0,099	2,684	$8{,}008\text{x}10^{-3}$
11	0,78312	-2,086	-0,161	2,982	$4{,}68\text{x}10^{-3}$
12	0,80351	-2,195	-0,169	3,28	$6{,}565\text{x}10^{-3}$
13	0,82211	-2,308	-0,158	3,578	$8{,}118\text{x}10^{-3}$
14	0,83083	-2,365	-0,144	3,727	$6{,}903\text{x}10^{-3}$
15	0,8473	-2,482	-0,13	4,025	$5{,}194\text{x}10^{-3}$
16	0,86264	-2,602	-0,094	4,322	$8{,}402\text{x}10^{-3}$
17	0,877	-2,724	-0,048	4,62	$6{,}043\text{x}10^{-3}$
18	0,89053	-2,849	$6{,}36\text{x}10^{-3}$	4,917	$8{,}671\text{x}10^{-3}$
19	0,90331	-2,977	0,073	5,214	$7{,}015\text{x}10^{-3}$
20	0,91545	-3,107	0,048	5,511	$8{,}993\text{x}10^{-3}$
21	0,927	-3,239	0,087	5,807	$6{,}547\text{x}10^{-3}$
22	0,93804	-3,373	0,101	6,104	$7{,}721\text{x}10^{-3}$
23	0,9486	-3,51	0,112	6,4	$5{,}552\text{x}10^{-3}$
24	0,95875	-3,648	0,111	6,697	$8{,}546\text{x}10^{-3}$
25	0,9779	-3,931	0,086	7,288	$7{,}071\text{x}10^{-3}$
26	0,98696	-4,075	0,057	7,583	$5{,}294\text{x}10^{-3}$
27	1,00002	-4,296	$8{,}113\text{x}10^{-3}$	8,026	$8{,}661\text{x}10^{-3}$

Приложение Е. Расчетные данные по профилированию зубьев цилиндрических колес с комплексной пространственной модификацией

Таблица Е.1. Координаты точек на боковой поверхности зубьев шестерни в привязке к сетке координат

y1, мм	z1, мм	0,00	1,25	2,50	3,75	5,00	6,25	7,50	8,75	10,00	11,25	12,50
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
60,2	x_1, мм	-10,440	-10,440	-10,440	-10,440	-10,440	-10,440	-10,440	-10,440	-10,440	-10,440	-10,440
	ϕ_1, рад	0,3322	0,3312	0,3302	0,3292	0,3283	0,3273	0,3263	0,3254	0,3244	0,3235	0,3225
	ϕ_2, рад	2,9661	2,9669	2,9677	2,9685	2,9693	2,9701	2,9709	2,9717	2,9725	2,9732	2,974
	φ_2, рад	0,5394	0,5386	0,5378	0,537	0,5362	0,5355	0,5347	0,5339	0,5331	0,5323	0,5316
	z_2, мм	-0,309	0,941	2,191	3,44	4,690	5,940	7,190	8,440	9,690	10,940	12,190
61,2	x_1, мм	-7,693	-7,693	-7,693	-7,693	-7,693	-7,693	-7,693	-7,693	-7,693	-7,693	-7,693
	ϕ_1, рад	0,2404	0,2396	0,2387	0,2379	0,237	0,2362	0,2354	0,2345	0,2337	0,2328	0,232
	ϕ_2, рад	3,0134	3,0141	3,0147	3,0154	3,0161	3,0168	3,0175	3,0181	3,0188	3,0195	3,0202
	φ_2, рад	0,4922	0,4915	0,4908	0,4901	0,4895	0,4888	0,4881	0,4874	0,4867	0,4861	0,4854
	z_2, мм	-0,342	0,908	2,158	3,408	4,658	5,9076	7,158	8,407	9,657	10,907	12,157
62,2	x_1, мм	-4,946	-4,946	-4,946	-4,946	-4,946	-4,946	-4,946	-4,946	-4,946	-4,946	-4,946
	ϕ_1, рад	0,1501	0,1494	0,1486	0,1479	0,1471	0,1464	0,1456	0,1449	0,1441	0,1434	0,1427
	ϕ_2, рад	3,0611	3,0617	3,0623	3,0629	3,0635	3,0641	3,0647	3,0653	3,0659	3,0665	3,0671
	φ_2, рад	0,4445	0,4439	0,4433	0,4427	0,4421	0,4415	0,4408	0,4402	0,4396	0,439	0,4384
	z_2, мм	-0,375	0,875	2,125	3,375	4,625	5,875	7,125	8,375	9,624	10,874	12,124
63,2	x_1, мм	-2,198	-2,198	-2,198	-2,198	-2,198	-2,198	-2,198	-2,198	-2,198	-2,198	-2,198
	ϕ_1, рад	0,0619	0,0612	0,0605	0,0598	0,0591	0,0585	0,0578	0,0571	0,0564	0,0558	0,0551
	ϕ_2, рад	3,109	3,1096	3,1101	3,1107	3,1112	3,1118	3,1124	3,1129	3,1135	3,114	3,1146
	φ_2, рад	0,3965	0,396	0,3954	0,3949	0,3943	0,3938	0,3932	0,3927	0,3921	0,3916	0,391
	z_2, мм	-0,4073	0,843	2,092	3,342	4,592	5,842	7,092	8,342	9,592	10,842	12,092

Продолжение таблицы Е.1.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
64,0	x_1, мм	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	ϕ_1, рад	-7,09 *10^{-3}	-7,72 *10^{-3}	-8,35 *10^{-3}	-8,983 *10^{-3}	-9,61 *10^{-3}	-0,0102	-0,0109	-0,0115	-0,0121	-0,0127	-0,0134
	ϕ_2, рад	3,1475	3,148	3,1486	3,1491	3,1496	3,1501	3,1506	3,1512	3,1517	3,1522	3,1527
	φ_2, рад	0,358	0,3575	0,357	0,3565	0,356	0,3554	0,3549	0,3544	0,3539	0,3534	0,3528
	z_2, мм	-0,434	0,816	2,066	3,316	4,566	5,816	7,066	8,316	9,566	10,816	12,065
65,2	x_1, мм	3,297	3,297	3,297	3,297	3,297	3,297	3,297	3,297	3,297	3,297	3,297
	ϕ_1, рад	-0,1074	-0,108	-0,1085	-0,1091	-0,1097	-0,1102	-0,1108	-0,1114	-0,1119	-0,1125	-0,1131
	ϕ_2, рад	3,2054	3,2059	3,2064	3,2068	3,2073	3,2078	3,2083	3,2088	3,2092	3,2097	3,2102
	φ_2, рад	0,3002	0,2997	0,2992	0,2987	0,2982	0,2978	0,2973	0,2968	0,2963	0,2958	0,2954
	z_2, мм	-0,473	0,777	2,027	3,277	4,527	5,777	7,027	8,277	9,526	10,776	12,026
66,2	x_1, мм	6,044	6,044	6,044	6,044	6,044	6,044	6,044	6,044	6,044	6,044	6,044
	ϕ_1, рад	-0,1879	-0,1885	-0,189	-0,1895	-0,19	-0,1905	-0,1911	-0,1916	-0,1921	-0,1926	-0,1931
	ϕ_2, рад	3,2537	3,2542	3,2546	3,2551	3,2555	3,256	3,2564	3,2569	3,2574	3,2578	3,2583
	φ_2, рад	0,2519	0,2514	0,2509	0,2505	0,25	0,2496	0,2491	0,2487	0,2482	0,2477	0,2473
	z_2, мм	-0,505	0,744	1,994	3,244	4,494	5,744	6,994	8,244	9,494	10,744	11,994
67,4	x_1, мм	9,341	9,341	9,341	9,341	9,341	9,341	9,341	9,341	9,341	9,341	9,341
	ϕ_1, рад	-0,2807	-0,2812	-0,2817	-0,2821	-0,2826	-0,2831	-0,2836	-0,284	-0,2845	-0,285	-0,2854
	ϕ_2, рад	3,3117	3,3122	3,3126	3,313	3,3135	3,3139	3,3143	3,3148	3,3152	3,3156	3,3161
	φ_2, рад	0,1938	0,1934	0,1929	0,1925	0,1921	0,1916	0,1912	0,1908	0,1903	0,1899	0,1895
	z_2, мм	-0,545	0,705	1,955	3,205	4,455	5,705	6,955	8,205	9,455	10,704	11,954

Таблица Е.2. Углы поворота колеса и шестерни, рад

φ102	z1, мм										
y1, мм	0,00	1,25	2,50	3,75	5,00	6,25	7,50	8,75	10,00	11,25	12,50
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
60,2	-0,18137	-0,18057	-0,17977	-0,17898	-0,17819	-0,17741	-0,17662	-0,17584	-0,17506	-0,17429	-0,17352
61,2	-0,13415	-0,13346	-0,13277	-0,13209	-0,13141	-0,13073	-0,13005	-0,12937	-0,1287	-0,12803	-0,12735
62,2	-0,08645	-0,08584	-0,08523	-0,08462	-0,08401	-0,08341	-0,0828	-0,0822	-0,08159	-0,08099	-0,08039
63,2	-0,03849	-0,03793	-0,03738	-0,03682	-0,03627	-0,03571	-0,03516	-0,03461	-0,03406	-0,03351	-0,03295
64,0	0	5,23 *10^{-4}	1,046 *10^{-3}	1,569 *10^{-3}	2,09 *10^{-3}	2,612 *10^{-3}	3,132 *10^{-3}	3,653 *10^{-3}	4,172 *10^{-3}	4,691 *10^{-3}	5,21 *10^{-3}

Продолжение таблицы Е.2.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
65,2	0,05787	0,05836	0,05884	0,05932	0,05981	0,06029	0,06077	0,06125	0,06174	0,06222	0,0627
66,2	0,10618	0,10664	0,1071	0,10756	0,10802	0,10848	0,10893	0,10939	0,10985	0,1103	0,11076
67,4	0,16423	0,16467	0,1651	0,16553	0,16597	0,1664	0,16683	0,16727	0,1677	0,16813	0,16857
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
φ201	z1, мм										
y1, мм	0,00	1,25	2,50	3,75	5,00	6,25	7,50	8,75	10,00	11,25	12,50
60,2	0,18137	0,18057	0,17977	0,17898	0,17819	0,17741	0,17662	0,17584	0,17506	0,17429	0,17352
61,2	0,13415	0,13346	0,13277	0,13209	0,13141	0,13073	0,13005	0,12937	0,1287	0,12803	0,12735
62,2	0,08645	0,08584	0,08523	0,08462	0,08401	0,08341	0,0828	0,0822	0,08159	0,08099	0,08039
63,2	0,03849	0,03793	0,03738	0,03682	0,03627	0,03571	0,03516	0,03461	0,03406	0,03351	0,03295
64,0	0	$-5,23*10^{-4}$	$-1,046*10^{-3}$	$-1,569*10^{-3}$	$-2,09*10^{-3}$	$-2,612*10^{-3}$	$-3,132*10^{-3}$	$-3,653*10^{-3}$	$-4,172*10^{-3}$	$-4,691*10^{-3}$	$-5,21*10^{-3}$
65,2	-0,05787	-0,05836	-0,05884	-0,05932	-0,05981	-0,06029	-0,06077	-0,06125	-0,06174	-0,06222	-0,0627
66,2	-0,10618	-0,10664	-0,1071	-0,10756	-0,10802	-0,10848	-0,10893	-0,10939	-0,10985	-0,1103	-0,11076
67,4	-0,16423	-0,16467	-0,1651	-0,16553	-0,16597	-0,1664	-0,16683	-0,16727	-0,1677	-0,16813	-0,16857

Таблица Е.3. Координаты профиля шестерни в системе координат $S_1(x_1,y_1,z_1)$, приведенные к одному зубу, мм

x101	z1, мм										
y1, мм	0,00	1,25	2,50	3,75	5,00	6,25	7,50	8,75	10,00	11,25	12,50
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
60,2	0,589	0,541	0,492	0,444	0,395	0,347	0,299	0,252	0,204	0,157	0,110
61,2	0,561	0,519	0,477	0,434	0,392	0,35	0,309	0,267	0,225	0,184	0,142
62,2	0,444	0,405	0,367	0,329	0,291	0,254	0,216	0,178	0,14	0,103	0,065
63,2	0,236	0,200	0,165	0,130	0,095	0,060	0,025	$-9,877*10^{-3}$	-0,045	-0,080	-0,114
64,0	0,1335	-0,033	-0,067	-0,100	-0,134	-0,167	-0,200	-0,234	-0,267	-0,300	-0,333
65,2	-0,48	-0,511	-0,543	-0,574	-0,606	-0,638	-0,669	-0,7	-0,732	-0,763	-0,795
66,2	-1,006	-1,036	-1,067	-1,097	-1,128	-1,158	-1,189	-1,219	-1,249	-1,280	-1,310
67,4	-1,804	-1,833	-1,863	-1,892	-1,922	-1,951	-1,981	-2,010	-2,040	-2,069	-2,099
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
y101	z1, мм										
y1, мм	0,00	1,25	2,50	3,75	5,00	6,25	7,50	8,75	10,00	11,25	12,50
60,2	61,096	61,096	61,097	61,097	61,097	61,098	61,098	61,098	61,098	61,098	61,099
61,2	61,679	61,679	61,68	61,680	61,680	61,681	61,681	61,681	61,681	61,681	61,681
62,2	62,395	62,395	62,395	62,395	62,396	62,396	62,396	62,396	62,396	62,396	62,396
63,2	63,238	63,238	63,238	63,238	63,238	63,238	63,238	63,238	63,238	63,238	63,238
64,0	64,000	64,000	64,000	64,000	64,000	64,000	64,000	64,000	63,999	63,999	63,999
65,2	65,282	65,281	65,281	65,281	65,28	65,280	65,280	65,280	65,279	65,279	65,278
66,2	66,468	66,467	66,467	66,466	66,466	66,465	66,465	66,464	66,464	66,463	66,462
67,4	68,020	68,020	68,019	68,018	68,017	68,016	68,015	68,015	68,014	68,013	68,012

Таблица Е.4. Координаты профиля шестерни в системе координат $S_1(x_1,y_1,z_1)$, приведенные к вертикальной оси одного зуба

№ сечения	X, мм	Y, мм	Z, мм	№ сечения	X, мм	Y, мм	Z, мм	№ сечения	X, мм	Y, мм	Z, мм
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0	-2,409	61,051	0	1	-2,458	61,049	1,25	2	-2,506	61,047	2,5
	-2,466	61,632	0		-2,508	61,631	1,25		-2,550	61,629	2,5
	-2,618	62,341	0		-2,657	62,340	1,25		-2,695	62,338	2,5
	-2,868	63,173	0		-2,903	63,172	1,25		-2,938	63,170	2,5
	-3,140	63,923	0		-3,174	63,921	1,25		-3,207	63,92	2,5
	-3,682	65,179	0		-3,714	65,178	1,25		-3,745	65,176	2,5
	-4,266	66,338	0		-4,296	66,336	1,25		-4,327	66,334	2,5
	-5,139	67,850	0		-5,169	67,848	1,25		-5,198	67,845	2,5
3	-2,555	61,045	3,75	4	-2,603	61,043	5	5	-2,651	61,041	6,25
	-2,593	61,627	3,75		-2,635	61,625	5		-2,676	61,624	6,25
	-2,733	62,336	3,75		-2,771	62,335	5		-2,808	62,333	6,25
	-2,973	63,168	3,75		-3,008	63,167	5		-3,043	63,165	6,25
	-3,241	63,918	3,75		-3,274	63,916	5		-3,307	63,914	6,25
	-3,777	65,174	3,75		-3,808	65,172	5		-3,840	65,170	6,25
	-4,357	66,332	3,75		-4,388	66,330	5		-4,418	66,328	6,25
	-5,228	67,843	3,75		-5,257	67,841	5		-5,286	67,839	6,25
6	-2,699	61,039	7,50	7	-2,747	61,037	8,75	8	-2,794	61,035	10,00
	-2,718	61,622	7,50		-2,760	61,620	8,75		-2,802	61,618	10,00
	-2,846	62,331	7,50		-2,884	62,330	8,75		-2,921	62,328	10,00
	-3,078	63,163	7,50		-3,113	63,162	8,75		-3,148	63,16	10,00
	-3,341	63,913	7,50		-3,374	63,911	8,75		-3,407	63,909	10,00
	-3,871	65,168	7,50		-3,903	65,167	8,75		-3,934	65,165	10,00
	-4,448	66,326	7,50		-4,479	66,324	8,75		-4,509	66,322	10,00
	-5,316	67,836	7,50		-5,345	67,834	8,75		-5,375	67,832	10,00
9	-2,841	61,033	11,25	10	-2,888	61,030	12,50				
	-2,843	61,616	11,25		-2,884	61,614	12,50				
	-2,959	62,326	11,25		-2,997	62,324	12,50				
	-3,182	63,158	11,25		-3,217	63,156	12,50				
	-3,440	63,907	11,25		-3,473	63,906	12,50				
	-3,965	65,163	11,25		-3,997	65,161	12,50				
	-4,539	66,320	11,25		-4,570	66,318	12,50				
	-5,404	67,829	11,25		-5,433	67,827	12,50				

Приложении Ж. Данные для определения параметров семейства сплайнов, которые описываю кривые профиля зуба

Таблица Ж.1. Параметры семейства сплайнов, которые описывают кривые профиля зубьев

z1, мм	0,00	1,25	2,50	3,75	5,00	6,25	7,50	8,75	10,00	11,25	12,50
xp1, мм	-2,585	-2,618	-2,614	-2,616	-2,624	-2,619	-2,626	-2,639	-2,632	-2,664	-2,674
yp1, мм	64,235	64,724	64,63	64,627	64,918	64,238	64,177	63,973	64,47	63,88	63,898
xp2, мм	-5,952	-7,141	-7,079	-7,219	-8,106	-6,568	-6,546	-6,183	-7,524	-6,173	-6,313
yp2, мм	69,082	70,727	70,602	70,757	71,917	69,761	69,686	69,113	70,979	69,008	69,17
λ0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
λ1	0,128	0,111	0,113	0,113	0,104	0,125	0,127	0,135	0,115	0,139	0,137
λ2	0,4	0,341	0,347	0,344	0,314	0,381	0,386	0,41	0,345	0,417	0,411
λ3	0,776	0,613	0,624	0,614	0,543	0,703	0,712	0,779	0,606	0,794	0,774

Таблица Ж.2. Распределение параметров семейства сплайнов в привязке к сетке координат по высоте зуба

№п/п	z1, мм										
	0,00	1,25	2,50	3,75	5,00	6,25	7,50	8,75	10,00	11,25	12,50
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	0,0388	0,0306	0,0312	0,0307	0,0271	0,0352	0,0356	0,0389	0,0303	0,0397	0,0387
2	0,0776	0,0613	0,0624	0,0614	0,0543	0,0703	0,0712	0,0779	0,0606	0,0794	0,0774
3	0,1164	0,0919	0,0936	0,0921	0,0814	0,1055	0,1068	0,1168	0,0909	0,1191	0,1161
4	0,1552	0,1226	0,1248	0,1228	0,1085	0,1407	0,1424	0,1558	0,1212	0,1588	0,1547
5	0,194	0,1532	0,1561	0,1536	0,1356	0,1758	0,178	0,1947	0,1514	0,1984	0,1934
6	0,2328	0,1838	0,1873	0,1843	0,1628	0,211	0,2136	0,2337	0,1817	0,2381	0,2321
7	0,2716	0,2145	0,2185	0,215	0,1899	0,2462	0,2492	0,2726	0,212	0,2778	0,2708
8	0,3104	0,2451	0,2497	0,2457	0,217	0,2813	0,2848	0,3115	0,2423	0,3175	0,3095
9	0,3492	0,2758	0,2809	0,2764	0,2441	0,3165	0,3204	0,3505	0,2726	0,3572	0,3482
10	0,388	0,3064	0,3121	0,3071	0,2713	0,3517	0,356	0,3894	0,3029	0,3969	0,3868
11	0,4268	0,337	0,3433	0,3378	0,2984	0,3868	0,3916	0,4284	0,3332	0,4366	0,4255
12	0,4656	0,3677	0,3745	0,3685	0,3255	0,422	0,4272	0,4673	0,3635	0,4763	0,4642
13	0,5044	0,3983	0,4057	0,3993	0,3526	0,4572	0,4629	0,5063	0,3937	0,516	0,5029
14	0,5432	0,4289	0,437	0,43	0,3798	0,4923	0,4985	0,5452	0,424	0,5557	0,5416
15	0,582	0,4596	0,4682	0,4607	0,4069	0,5275	0,5341	0,5841	0,4543	0,5953	0,5803
16	0,6208	0,4902	0,4994	0,4914	0,434	0,5627	0,5697	0,6231	0,4846	0,635	0,6189
17	0,6596	0,5209	0,5306	0,5221	0,4612	0,5978	0,6053	0,662	0,5149	0,6747	0,6576

Продолжение таблицы Ж.2.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
18	0,6984	0,5515	0,5618	0,5528	0,4883	0,633	0,6409	0,701	0,5452	0,7144	0,6963
19	0,7372	0,5821	0,593	0,5835	0,5154	0,6682	0,6765	0,7399	0,5755	0,7541	0,735
20	0,776	0,6128	0,6242	0,6142	0,5425	0,7033	0,7121	0,7789	0,6058	0,7938	0,7737

Таблица Ж.3. Результаты расчета координат точек сплайна

z1, мм	0,00	1,25	2,50	3,75	5,00	6,25	7,50	8,75	10,00	11,25	12,50
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
№п/п	x1sp, мм										
0	-2,409	-2,458	-2,506	-2,555	-2,603	-2,651	-2,699	-2,747	-2,794	-2,841	-2,888
1	-2,444	-2,485	-2,529	-2,573	-2,616	-2,662	-2,706	-2,75	-2,793	-2,837	-2,88
2	-2,504	-2,534	-2,575	-2,615	-2,652	-2,7	-2,741	-2,784	-2,818	-2,865	-2,904
3	-2,589	-2,604	-2,643	-2,679	-2,709	-2,763	-2,801	-2,846	-2,866	-2,921	-2,956
4	-2,694	-2,693	-2,73	-2,762	-2,785	-2,848	-2,884	-2,932	-2,936	-3,004	-3,035
5	-2,818	-2,8	-2,835	-2,864	-2,878	-2,953	-2,988	-3,04	-3,026	-3,109	-3,136
6	-2,958	-2,921	-2,955	-2,982	-2,988	-3,076	-3,11	-3,167	-3,134	-3,234	-3,257
7	-3,111	-3,056	-3,089	-3,113	-3,111	-3,214	-3,247	-3,31	-3,257	-3,376	-3,396
8	-3,275	-3,202	-3,235	-3,257	-3,247	-3,364	-3,397	-3,466	-3,394	-3,532	-3,549
9	-3,447	-3,358	-3,391	-3,411	-3,394	-3,525	-3,558	-3,633	-3,543	-3,699	-3,713
10	-3,624	-3,521	-3,555	-3,574	-3,55	-3,694	-3,727	-3,808	-3,702	-3,874	-3,885
11	-3,805	-3,691	-3,725	-3,743	-3,714	-3,868	-3,901	-3,987	-3,868	-4,054	-4,063
12	-3,986	-3,864	-3,899	-3,916	-3,884	-4,045	-4,079	-4,168	-4,039	-4,236	-4,244
13	-4,165	-4,04	-4,075	-4,091	-4,058	-4,223	-4,257	-4,349	-4,215	-4,417	-4,424
14	-4,339	-4,215	-4,25	-4,268	-4,234	-4,399	-4,434	-4,525	-4,392	-4,594	-4,601
15	-4,506	-4,389	-4,424	-4,442	-4,412	-4,571	-4,606	-4,695	-4,568	-4,764	-4,772
16	-4,663	-4,56	-4,595	-4,614	-4,589	-4,737	-4,771	-4,855	-4,743	-4,924	-4,934
17	-4,807	-4,725	-4,759	-4,78	-4,764	-4,894	-4,928	-5,003	-4,912	-5,071	-5,084
18	-4,936	-4,882	-4,916	-4,939	-4,934	-5,039	-5,072	-5,136	-5,076	-5,202	-5,219
19	-5,048	-5,031	-5,063	-5,089	-5,099	-5,171	-5,202	-5,251	-5,23	-5,314	-5,337
20	-5,139	-5,169	-5,198	-5,228	-5,257	-5,286	-5,316	-5,345	-5,375	-5,404	-5,433
z1, мм	0,00	1,25	2,50	3,75	5,00	6,25	7,50	8,75	10,00	11,25	12,50
№п/п	y1sp, мм										
0	61,051	61,049	61,047	61,045	61,043	61,041	61,039	61,037	61,035	61,033	61,03
1	61,429	61,393	61,389	61,382	61,365	61,387	61,383	61,389	61,355	61,382	61,373
2	61,819	61,748	61,743	61,731	61,699	61,747	61,742	61,759	61,69	61,75	61,735
3	62,218	62,113	62,107	62,091	62,044	62,119	62,114	62,142	62,038	62,132	62,112
4	62,625	62,484	62,479	62,459	62,397	62,501	62,496	62,537	62,396	62,527	62,501
5	63,036	62,862	62,857	62,833	62,757	62,89	62,886	62,939	62,763	62,93	62,899

Продолжение таблицы Ж.3.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
6	63,448	63,242	63,239	63,212	63,122	63,283	63,28	63,346	63,136	63,339	63,303
7	63,858	63,624	63,622	63,593	63,491	63,679	63,677	63,755	63,513	63,75	63,71
8	64,265	64,006	64,005	63,975	63,862	64,074	64,073	64,162	63,892	64,16	64,116
9	64,665	64,385	64,386	64,354	64,233	64,466	64,466	64,565	64,271	64,566	64,519
10	65,056	64,76	64,762	64,73	64,603	64,852	64,854	64,961	64,648	64,964	64,916
11	65,435	65,129	65,132	65,101	64,969	65,229	65,233	65,346	65,021	65,352	65,302
12	65,799	65,489	65,494	65,463	65,33	65,596	65,601	65,717	65,387	65,725	65,676
13	66,145	65,84	65,846	65,816	65,685	65,95	65,956	66,072	65,745	66,082	66,034
14	66,471	66,178	66,185	66,157	66,032	66,288	66,294	66,407	66,092	66,418	66,372
15	66,774	66,503	66,51	66,484	66,368	66,607	66,614	66,72	66,426	66,731	66,689
16	67,051	66,811	66,818	66,796	66,693	66,906	66,912	67,006	66,746	67,017	66,98
17	67,3	67,102	67,108	67,089	67,004	67,181	67,186	67,264	67,048	67,273	67,242
18	67,518	67,373	67,377	67,363	67,301	67,429	67,433	67,49	67,331	67,496	67,473
19	67,702	67,622	67,623	67,615	67,58	67,65	67,651	67,681	67,593	67,683	67,669
20	67,85	67,848	67,845	67,843	67,841	67,839	67,836	67,834	67,832	67,829	67,827

Таблица Ж.4. Параметры сплайна для определения погрешностей описания кривых профиля зуба

№ сечения	0,00	1,25	2,50	3,75	5,00	6,25	7,50	8,75	10,00	11,25	12,50
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
60,2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
61,2	0,0592	0,0512	0,0524	0,0524	0,0483	0,0585	0,0594	0,0634	0,0542	0,0652	0,0646
62,2	0,1282	0,1107	0,1131	0,1127	0,1038	0,1253	0,1272	0,1354	0,1155	0,1387	0,1373
63,2	0,207	0,1782	0,1817	0,1807	0,166	0,2004	0,2031	0,216	0,1837	0,2206	0,2181
64,0	0,2777	0,2383	0,2427	0,2411	0,221	0,2671	0,2704	0,2875	0,2437	0,293	0,2894
65,2	0,4005	0,3411	0,347	0,344	0,3136	0,3813	0,3855	0,4101	0,345	0,4171	0,4113
66,2	0,5271	0,4437	0,4511	0,4463	0,4038	0,4967	0,502	0,5354	0,4447	0,5438	0,5352
67,4	0,776	0,6128	0,6242	0,6142	0,5425	0,7033	0,7121	0,7789	0,6058	0,7938	0,7737

Таблица Ж.5. Координаты точки, принадлежащей сплайну, по толщине зуба, мм

y1/z1, мм	0,00	1,25	2,50	3,75	5,00	6,25	7,50	8,75	10,00	11,25	12,50
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
60,2	-2,409	-2,458	-2,506	-2,555	-2,603	-2,651	-2,699	-2,747	-2,794	-2,841	-2,888
61,2	-2,472	-2,515	-2,558	-2,6	-2,643	-2,684	-2,726	-2,768	-2,81	-2,851	-2,893
62,2	-2,618	-2,657	-2,695	-2,733	-2,771	-2,808	-2,846	-2,884	-2,921	-2,959	-2,997

Продолжение таблицы Ж.5.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
63,2	-2,863	-2,897	-2,932	-2,967	-3,002	-3,037	-3,072	-3,107	-3,141	-3,177	-3,211
64,0	-3,136	-3,169	-3,202	-3,235	-3,268	-3,302	-3,335	-3,368	-3,401	-3,435	-3,468
65,2	-3,682	-3,714	-3,745	-3,777	-3,808	-3,84	-3,871	-3,903	-3,934	-3,966	-3,997
66,2	-4,268	-4,299	-4,33	-4,36	-4,392	-4,421	-4,451	-4,481	-4,513	-4,542	-4,572
67,4	-5,139	-5,169	-5,198	-5,228	-5,257	-5,286	-5,316	-5,345	-5,375	-5,404	-5,433

Таблица Ж.6. Относительная погрешность описания кривых профиля зуба сплайнами

y1/z1, мм	0,00	1,25	2,50	3,75	5,00	6,25	7,50	8,75	10,00	11,25	12,50
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
60,2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
61,2	0,26	0,28	0,29	0,3	0,31	0,29	0,3	0,29	0,31	0,29	0,3
62,2	-8,44 $*10^{-4}$	-7,71 $*10^{-4}$	-7,83 $*10^{-4}$	-7,07 *10-4	1,49 $*10^{-6}$	-7,5 $*10^{-4}$	-7,81 $*10^{-4}$	-8,23 $*10^{-4}$	-7,34 $*10^{-4}$	2,93 $*10^{-5}$	2,06 $*10^{-5}$
63,2	-0,16	-0,18	-0,18	-0,19	-0,2	-0,18	-0,19	-0,18	-0,2	-0,18	-0,18
64,0	-0,14	-0,16	-0,16	-0,17	-0,18	-0,16	-0,16	-0,16	-0,18	-0,16	-0,16
65,2	-1,39 $*10^{-3}$	-1,19 $*10^{-3}$	-1,22 $*10^{-3}$	-1,26 $*10^{-3}$	-2,58 $*10^{-5}$	-1,2 $*10^{-3}$	-1,25 $*10^{-3}$	-1,27 $*10^{-3}$	-1,15 $*10^{-3}$	4,18 $*10^{-5}$	-2,37 $*10^{-5}$
66,2	0,04	0,07	0,07	0,07	0,09	0,06	0,06	0,05	0,08	0,05	0,06
67,4	-7,11 $*10^{-4}$	-9,78 $*10^{-4}$	-9,94 $*10^{-4}$	-1,01 $*10^{-3}$	-3,48 $*10^{-5}$	-8,52 $*10^{-4}$	-8,27 $*10^{-4}$	-6,83 $*10^{-4}$	-9,17 $*10^{-4}$	1,47 $*10^{-5}$	5,23 $*10^{-6}$

Приложение И. Данные для определения параметров пространственной траектории относительного перемещения РИ

Таблица И.1. Предварительно определенные параметры контактирования зубьев

Параметр контактирования	z_i^{mp}, мм	φ_2, рад				
		0,1976	0,2696	0,3416	0,4136	0,4856
1	2	3	4	5	6	7
ϕ_1, рад	0	-0,27477	-0,15874	-0,03612	0,09276	0,2274
	0,675	-0,27459	-0,1585	-0,0358	0,0932	0,22803
	2,023	-0,27411	-0,15795	-0,03514	0,09401	0,22909
	3,368	-0,27364	-0,1574	-0,03448	0,09481	0,23015
	4,706	-0,27316	-0,15685	-0,03383	0,09562	0,23121
	6,034	-0,27269	-0,1563	-0,03318	0,09643	0,23227
	7,349	-0,27223	-0,15576	-0,03254	0,09723	0,23333
	8,647	-0,27177	-0,15523	-0,0319	0,09802	0,23437
	9,925	-0,27131	-0,1547	-0,03127	0,09879	0,23540
	11,18	-0,27087	-0,15418	-0,03066	0,09956	0,23642
ϕ_2, рад	0	3,30796	3,23596	3,16396	3,09196	3,01996
	0,675	3,30796	3,23596	3,16396	3,09196	3,01996
	2,023	3,30796	3,23596	3,16396	3,09196	3,01996
	3,368	3,30796	3,23596	3,16396	3,09196	3,01996
	4,706	3,30796	3,23596	3,16396	3,09196	3,01996
	6,034	3,30796	3,23596	3,16396	3,09196	3,01996
	7,349	3,30796	3,23596	3,16396	3,09196	3,01996
	8,647	3,30796	3,23596	3,16396	3,09196	3,01996
	9,925	3,30796	3,23596	3,16396	3,09196	3,01996
	11,18	3,30796	3,23596	3,16396	3,09196	3,01996
x_1, мм	0	9,118	5,031	0,937	-3,169	-7,297
	0,675	9,111	5,020	0,922	-3,190	-7,329
	2,023	9,090	4,996	0,891	-3,230	-7,382
	3,368	9,070	4,971	0,861	-3,269	-7,436
	4,706	9,050	4,946	0,830	-3,308	-7,489
	6,034	9,030	4,922	0,800	-3,347	-7,543
	7,349	9,010	4,898	0,770	-3,386	-7,596
	8,647	8,990	4,874	0,740	-3,424	-7,649
	9,925	8,970	4,850	0,711	-3,462	-7,701
	11,18	8,951	4,827	0,682	-3,499	-7,752
y_1, мм	0	67,319	65,831	64,341	62,847	61,344
	0,675	67,316	65,827	64,336	62,839	61,333
	2,023	67,309	65,818	64,324	62,825	61,313
	3,368	67,301	65,809	64,313	62,810	61,294
	4,706	67,294	65,800	64,302	62,796	61,274
	6,034	67,287	65,792	64,291	62,782	61,255
	7,349	67,279	65,783	64,280	62,768	61,235
	8,647	67,272	65,774	64,269	62,754	61,216
	9,925	67,265	65,765	64,259	62,740	61,197
	11,18	67,258	65,757	64,248	62,726	61,178
z_1, мм	0	0,383	0,211	0,039	-0,133	-0,307
	0,675	0,9	0,8	0,699	0,599	0,497
	2,023	2,250	2,150	2,049	1,948	1,846
	3,368	3,598	3,497	3,395	3,293	3,190
	4,706	4,937	4,836	4,734	4,631	4,528
	6,034	6,268	6,165	6,062	5,959	5,854

Продолжение таблицы И.1.

1	2	3	4	5	6	7
z_1, мм	7,349	7,585	7,481	7,378	7,273	7,168
	8,647	8,884	8,780	8,676	8,571	8,464
	9,925	10,164	10,060	9,954	9,848	9,740
	11,180	11,420	11,315	11,209	11,102	10,994

Таблица И.2. Предварительно определенные координаты контактных точек на боковой поверхности зуба шестерни, приведенные к вертикальной оси зуба

Координата	z_i^{mp}, мм	φ_2, рад				
		0,1976	0,2696	0,3416	0,4136	0,4856
x_{101_vo}, мм	0	1,581	2,436	3,036	3,412	3,596
	0,675	1,573	2,426	3,021	3,391	3,563
	2,023	1,554	2,402	2,990	3,350	3,507
	3,368	1,534	2,377	2,959	3,309	3,451
	4,706	1,515	2,353	2,928	3,269	3,394
	6,034	1,496	2,329	2,898	3,229	3,338
	7,349	1,477	2,306	2,867	3,189	3,283
	8,647	1,458	2,282	2,837	3,149	3,227
	9,925	1,440	2,259	2,808	3,110	3,173
	11,180	1,421	2,236	2,778	3,071	3,118
y_{101_vo}, мм	0	67,752	65,819	64,121	62,682	61,523
	0,675	67,748	65,815	64,116	62,677	61,517
	2,023	67,738	65,805	64,106	62,667	61,508
	3,368	67,729	65,795	64,096	62,657	61,498
	4,706	67,719	65,785	64,086	62,647	61,488
	6,034	67,710	65,775	64,076	62,637	61,478
	7,349	67,700	65,766	64,066	62,627	61,469
	8,647	67,691	65,756	64,056	62,617	61,459
	9,925	67,682	65,747	64,047	62,607	61,450
	11,18	67,673	65,737	64,037	62,597	61,440

Таблица И.3. Предварительно определенные параметры сплайна Безье 4-го порядка кривых в сечении боковой поверхности зуба профилирующими плоскостями

Параметры сплайна	z_i^{mp}, мм									
	0	0,675	2,023	3,368	4,706	6,034	7,349	8,647	9,925	11,18
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$x1_{в.о.}$, мм	10,644	11,583	9,86	9,822	9,376	8,841	8,664	10,644	11,583	9,86
$y1_{в.о.}$, мм	49,192	47,197	50,617	50,578	51,387	52,391	52,653	49,192	47,197	50,617
$z1_{в.о.}$, мм	-1,178	-0,108	1,407	2,747	4,125	5,5	6,825	-1,178	-0,108	1,407
$x2_{в.о.}$, мм	-12,06	-16,555	-7,994	-7,436	-5,283	-2,984	-1,829	-12,06	-16,555	-7,994
$y2_{в.о.}$, мм	51,901	50,523	48,872	46,797	45,25	44,129	42,09	51,901	50,523	48,872

Продолжение таблицы И.3.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$z2_{в.о.}$, мм	-2,877	-1,322	0,362	1,591	2,939	4,305	5,536	-2,877	-1,322	0,362
$x3_{в.о.}$, мм	-0,424	-9,774	-18,059	-29,762	-37,419	-41,897	-51,886	-0,424	-9,774	-18,059
$y3_{в.о.}$, мм	155,597	206,126	152,023	165,751	162,809	155,141	163,501	155,597	206,126	152,023
$z3_{в.о.}$, мм	-4,295	-2,173	-0,205	1,129	2,608	4,078	5,444	-4,295	-2,173	-0,205
$\lambda_0^{в.о.}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\lambda_1^{в.о.}$	0,0274	0,0247	0,0295	0,0294	0,0307	0,0325	0,0274	0,0247	0,0295	0,0294
$\lambda_2^{в.о.}$	0,0547	0,0491	0,0587	0,0581	0,0605	0,0639	0,0547	0,0491	0,0587	0,0581
$\lambda_3^{в.о.}$	0,082	0,0733	0,0876	0,0864	0,0898	0,0946	0,082	0,0733	0,0876	0,0864
$\lambda_4^{в.о.}$	0,1093	0,0975	0,1165	0,1147	0,1189	0,1251	0,1093	0,0975	0,1165	0,1147

Таблица И.4. Распределение предварительно определенных параметров сплайна по сечениям

№ п/п	z_i^{mp}, мм									
	0	0,675	2,023	3,368	4,706	6,034	7,349	8,647	9,925	11,18
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0,0109	$9,75*10^{-3}$	0,0117	0,0115	0,0119	0,0325	0,0329	0,0351	0,0338	0,0374
2	0,0219	0,0195	0,0233	0,0229	0,0238	0,0428	0,0432	0,0459	0,0440	0,0485
3	0,0328	0,0292	0,0350	0,0344	0,0357	0,0531	0,0534	0,0567	0,0542	0,0596
4	0,0437	0,0390	0,0466	0,0459	0,0476	0,0634	0,0637	0,0675	0,0644	0,0708
5	0,0546	0,0488	0,0583	0,0574	0,0595	0,0737	0,0739	0,0783	0,0746	0,0819
6	0,0656	0,0585	0,0699	0,0688	0,0713	0,0839	0,0842	0,0890	0,0849	0,0930
7	0,0765	0,0683	0,0815	0,0803	0,0832	0,0942	0,0944	0,0998	0,0951	0,1041
8	0,0874	0,0780	0,0932	0,0918	0,0951	0,1045	0,1047	0,1106	0,1053	0,1153
9	0,0984	0,0878	0,1048	0,1032	0,1070	0,1148	0,1149	0,1214	0,1155	0,1264
10	0,1093	0,0975	0,1165	0,1147	0,1189	0,1251	0,1252	0,1322	0,1257	0,1375

Таблица И.5. Значения предварительно определенных координат точек сплайнов по сечениям

№ п/п	z_i^{mp}, мм								
	0			0,675			2,023		
	x, мм	y, мм	z, мм	x, мм	y, мм	z, мм	x, мм	y, мм	z, мм
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	1,581	67,752	0,383	1,573	67,748	0,9	1,554	67,738	2,25
1	1,954	66,956	0,315	1,942	66,96	0,861	1,92	66,954	2,211
2	2,285	66,193	0,246	2,269	66,203	0,821	2,244	66,197	2,171
3	2,574	65,465	0,178	2,556	65,478	0,781	2,529	65,472	2,131
4	2,823	64,775	0,109	2,804	64,789	0,741	2,775	64,782	2,091
5	3,035	64,124	0,04	3,014	64,137	0,701	2,983	64,128	2,05
6	3,211	63,515	-0,029	3,189	63,525	0,66	3,155	63,515	2,01
7	3,353	62,948	-0,099	3,33	62,955	0,62	3,293	62,944	1,969

Продолжение таблицы И.5.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
8	3,464	62,427	-0,168	3,439	62,43	0,579	3,396	62,417	1,928
9	3,544	61,952	-0,237	3,516	61,95	0,538	3,467	61,938	1,887
10	3,596	61,524	-0,306	3,563	61,518	0,497	3,507	61,507	1,846
№ п/п	z_i^{mp}, мм								
	3,368			4,706			6,034		
	x, мм	y, мм	z, мм	x, мм	y, мм	z, мм	x, мм	y, мм	z, мм
0	1,534	67,729	3,598	1,515	67,719	4,937	1,496	67,71	6,268
1	1,895	66,953	3,559	1,87	66,952	4,898	1,845	66,951	6,229
2	2,215	66,202	3,519	2,187	66,206	4,859	2,159	66,21	6,189
3	2,497	65,48	3,479	2,466	65,487	4,819	2,435	65,492	6,149
4	2,741	64,79	3,438	2,708	64,797	4,778	2,675	64,803	6,108
5	2,947	64,136	3,397	2,912	64,141	4,737	2,878	64,146	6,067
6	3,117	63,52	3,356	3,08	63,523	4,696	3,044	63,525	6,025
7	3,252	62,945	3,315	3,212	62,946	4,654	3,172	62,944	5,983
8	3,352	62,415	3,273	3,308	62,412	4,612	3,264	62,407	5,94
9	3,418	61,931	3,232	3,368	61,925	4,57	3,32	61,918	5,897
10	3,451	61,497	3,19	3,394	61,488	4,528	3,338	61,479	5,854
№ п/п	z_i^{mp}, мм								
	7,349			8,647			9,925		
	x, мм	y, мм	z, мм	x, мм	y, мм	z, мм	x, мм	y, мм	z, мм
0	1,477	67,7	7,585	1,458	67,691	8,884	1,44	67,682	10,164
1	2,305	65,767	7,481	2,282	65,755	8,78	2,258	65,749	10,06
2	2,514	65,192	7,448	2,488	65,184	8,747	2,46	65,183	10,026
3	2,698	64,636	7,414	2,669	64,63	8,713	2,638	64,632	9,992
4	2,857	64,101	7,38	2,826	64,095	8,679	2,793	64,099	9,958
5	2,992	63,59	7,345	2,959	63,584	8,644	2,923	63,587	9,923
6	3,101	63,104	7,31	3,065	63,098	8,608	3,028	63,1	9,887
7	3,185	62,647	7,275	3,146	62,64	8,573	3,105	62,64	9,851
8	3,244	62,221	7,239	3,2	62,213	8,537	3,156	62,21	9,814
9	3,276	61,828	7,204	3,227	61,818	8,501	3,178	61,813	9,777
10	3,283	61,469	7,168	3,227	61,458	8,464	3,173	61,45	9,74
№ п/п	z_i^{mp}, мм								
	11,18								
	x, мм	y, мм	z, мм						
0	1,421	67,673	11,42						
1	2,236	65,737	11,315						
2	2,435	65,174	11,282						
3	2,611	64,625	11,248						
4	2,764	64,092	11,213						
5	2,891	63,58	11,178						
6	2,993	63,092	11,142						
7	3,067	62,631	11,105						
8	3,113	62,2	11,068						
9	3,131	61,802	11,031						
10	3,118	61,44	10,994						

Таблица И.6. Сводные значения предварительно определенных координат точек, принадлежащих профилирующей плоскости и режущей кромке фрезы

Координата $x0_{p.к.i}^{пл.з.}$, мм	$z_i^{тр}$, мм									
	0	0,675	2,023	3,368	4,706	6,034	7,349	8,647	9,925	11,18
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	1,164	1,155	1,127	1,100	1,072	1,045	1,017	0,99	0,963	0,936
1	1,372	1,363	1,335	1,307	1,279	1,252	1,224	1,197	1,170	1,143
2	1,570	1,560	1,532	1,504	1,476	1,448	1,420	1,393	1,365	1,338
3	1,756	1,746	1,718	1,690	1,662	1,634	1,606	1,578	1,550	1,523
4	1,933	1,922	1,894	1,865	1,837	1,809	1,781	1,753	1,725	1,697
5	2,099	2,088	2,059	2,031	2,002	1,974	1,945	1,917	1,889	1,862
6	2,255	2,244	2,215	2,186	2,158	2,129	2,100	2,072	2,044	2,016
7	2,402	2,39	2,361	2,332	2,303	2,274	2,246	2,217	2,189	2,161
8	2,539	2,527	2,498	2,469	2,440	2,411	2,382	2,353	2,325	2,297
9	2,668	2,655	2,625	2,596	2,567	2,538	2,509	2,480	2,452	2,423
10	2,787	2,774	2,744	2,715	2,686	2,656	2,627	2,598	2,570	2,541
11	2,898	2,884	2,855	2,825	2,796	2,767	2,737	2,708	2,679	2,651
12	3,001	2,987	2,957	2,928	2,898	2,868	2,839	2,810	2,781	2,752
13	3,096	3,081	3,052	3,022	2,992	2,962	2,933	2,904	2,874	2,846
14	3,183	3,168	3,138	3,108	3,079	3,049	3,019	2,990	2,960	2,932
15	3,264	3,248	3,218	3,188	3,158	3,128	3,098	3,069	3,039	3,010
16	3,337	3,32	3,290	3,260	3,230	3,200	3,170	3,141	3,111	3,082
17	3,403	3,386	3,356	3,326	3,296	3,266	3,236	3,206	3,176	3,147
18	3,463	3,446	3,416	3,385	3,296	3,325	3,295	3,265	3,235	3,206
19	3,517	3,499	3,469	3,439	3,408	3,378	3,348	3,318	3,288	3,259
20	3,565	3,547	3,517	3,486	3,456	3,425	3,395	3,365	3,335	3,306
21	3,608	3,589	3,559	3,528	3,498	3,467	3,437	3,407	3,377	3,348
22	3,646	3,626	3,596	3,565	3,535	3,504	3,474	3,444	3,414	3,384
23	3,679	3,659	3,628	3,598	3,567	3,536	3,506	3,476	3,446	3,416
24	3,707	3,686	3,656	3,626	3,595	3,564	3,533	3,503	3,473	3,443
25	3,731	3,710	3,680	3,649	3,618	3,588	3,557	3,527	3,496	3,467
26	3,752	3,730	3,700	3,669	3,638	3,607	3,577	3,546	3,516	3,486
Координата $y0_{p.к.i}^{пл.з.}$, мм	$z_i^{тр}$, мм									
	0	0,675	2,023	3,368	4,706	6,034	7,349	8,647	9,925	11,18
0	68,493	68,491	68,474	68,46	68,445	68,431	68,416	68,402	68,388	68,374
1	68,09	68,087	68,071	68,057	68,043	68,029	68,015	68,001	67,987	67,974
2	67,694	67,691	67,676	67,662	67,648	67,635	67,621	67,608	67,594	67,581
3	67,306	67,303	67,288	67,275	67,262	67,248	67,235	67,222	67,209	67,196
4	66,926	66,923	66,909	66,896	66,883	66,87	66,857	66,845	66,832	66,82
5	66,555	66,552	66,538	66,525	66,513	66,5	66,488	66,476	66,463	66,451
6	66,192	66,189	66,175	66,163	66,151	66,139	66,127	66,115	66,104	66,092
7	65,838	65,835	65,822	65,81	65,799	65,787	65,775	65,764	65,752	65,741
8	65,493	65,489	65,477	65,466	65,455	65,444	65,432	65,421	65,41	65,399
9	65,157	65,153	65,142	65,131	65,12	65,109	65,099	65,088	65,077	65,067
10	64,831	64,827	64,816	64,805	64,795	64,784	64,774	64,764	64,754	64,743
11	64,514	64,509	64,499	64,489	64,479	64,469	64,459	64,449	64,44	64,43
12	64,207	64,202	64,192	64,183	64,173	64,164	64,154	64,145	64,135	64,126
13	63,909	63,904	63,895	63,886	63,877	63,868	63,859	63,85	63,841	63,832
14	63,622	63,617	63,609	63,6	63,591	63,582	63,573	63,565	63,556	63,548
15	63,345	63,339	63,332	63,323	63,315	63,307	63,298	63,29	63,282	63,274
16	63,078	63,072	63,065	63,057	63,049	63,042	63,034	63,026	63,018	63,01
17	62,821	62,816	62,809	62,802	62,794	62,787	62,779	62,772	62,765	62,757
18	62,575	62,57	62,564	62,557	62,794	62,543	62,536	62,529	62,522	62,515
19	62,34	62,334	62,329	62,323	62,316	62,309	62,303	62,296	62,29	62,283

Продолжение таблицы И.6.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
20	62,116	62,110	62,106	62,099	62,093	62,087	62,081	62,075	62,068	62,062
21	61,902	61,896	61,893	61,887	61,881	61,875	61,870	61,864	61,858	61,853
22	61,700	61,694	61,691	61,686	61,680	61,675	61,669	61,664	61,659	61,654
23	61,508	61,503	61,500	61,495	61,490	61,485	61,481	61,476	61,471	61,466
24	61,328	61,323	61,321	61,316	61,312	61,307	61,303	61,298	61,294	61,290
25	61,160	61,154	61,153	61,149	61,145	61,141	61,137	61,133	61,129	61,125
26	61,002	60,997	60,996	60,993	60,989	60,985	60,982	60,978	60,975	60,971
Координата $z0_{p.к.i}^{пл.з.}$, мм	z_i^{mp}, мм									
	0	0,675	2,023	3,368	4,706	6,034	7,349	8,647	9,925	11,18
0	0,433	0,928	2,278	3,625	4,965	6,295	7,612	8,911	10,192	11,447
1	0,399	0,908	2,259	3,606	4,945	6,275	7,592	8,891	10,171	11,427
2	0,366	0,889	2,239	3,586	4,926	6,256	7,572	8,871	10,151	11,407
3	0,333	0,870	2,220	3,567	4,906	6,236	7,552	8,851	10,131	11,387
4	0,299	0,850	2,200	3,547	4,886	6,216	7,532	8,831	10,111	11,367
5	0,266	0,831	2,181	3,528	4,867	6,196	7,512	8,811	10,091	11,346
6	0,233	0,811	2,161	3,508	4,847	6,177	7,492	8,791	10,071	11,326
7	0,200	0,792	2,142	3,488	4,827	6,157	7,473	8,771	10,051	11,306
8	0,166	0,772	2,122	3,469	4,808	6,137	7,453	8,751	10,03	11,286
9	0,133	0,753	2,103	3,449	4,788	6,117	7,433	8,731	10,01	11,265
10	0,100	0,734	2,083	3,430	4,768	6,097	7,413	8,711	9,990	11,245
11	0,066	0,714	2,064	3,410	4,749	6,078	7,393	8,691	9,970	11,225
12	0,033	0,695	2,044	3,390	4,729	6,058	7,373	8,671	9,950	11,205
13	$-1,031*10^{-4}$	0,675	2,025	3,371	4,710	6,038	7,353	8,651	9,930	11,184
14	-0,033	0,656	2,005	3,351	4,690	6,018	7,333	8,631	9,909	11,164
15	-0,067	0,637	1,986	3,332	4,670	5,999	7,313	8,611	9,889	11,144
16	-0,100	0,617	1,967	3,312	4,651	5,979	7,293	8,591	9,869	11,124
17	-0,133	0,598	1,947	3,292	4,631	5,959	7,274	8,571	9,849	11,103
18	-0,167	0,578	1,928	3,273	4,631	5,939	7,254	8,551	9,829	11,083
19	-0,2	0,559	1,908	3,253	4,592	5,919	7,234	8,531	9,809	11,063
20	-0,233	0,540	1,889	3,234	4,572	5,900	7,214	8,511	9,788	11,043
21	-0,266	0,520	1,869	3,214	4,553	5,880	7,194	8,491	9,768	11,022
22	-0,3	0,501	1,850	3,194	4,533	5,860	7,174	8,471	9,748	11,002
23	-0,333	0,481	1,830	3,175	4,513	5,840	7,154	8,451	9,728	10,982
24	-0,366	0,462	1,811	3,155	4,494	5,821	7,134	8,431	9,708	10,962
25	-0,399	0,443	1,791	3,136	4,474	5,801	7,114	8,411	9,688	10,941
26	-0,433	0,423	1,772	3,116	4,454	5,781	7,094	8,391	9,667	10,921

Таблица И.7. Погрешности предварительно определенных координат по толщине зубьев

№ сечения	№ точки	x_{101_vo}, мм	y_{101_vo}, мм	$\lambda^{в.о.}$	$x0_vo$, мм	$y0_vo$, мм	Δx_vo, мм	δx_vo, %
1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1,649	67,309	$6,026*10^{-3}$	1,792	67,309	0,143	8,694
	1	1,825	66,929	0,0113	1,966	66,929	0,141	7,737
	2	1,991	66,558	0,0166	2,130	66,558	0,139	6,970
	3	2,148	66,195	0,0218	2,284	66,195	0,136	6,340
	4	2,294	65,841	0,0271	2,428	65,841	0,133	5,809
	5	2,432	65,496	0,0323	2,562	65,496	0,130	5,352
	6	2,560	65,160	0,0375	2,687	65,160	0,127	4,952

Продолжение таблицы И.7.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	7	2,680	64,834	0,0428	2,803	64,834	0,123	4,595
	8	2,791	64,517	0,0480	2,910	64,517	0,119	4,269
	9	2,894	64,209	0,0532	3,008	64,209	0,115	3,968
	10	2,989	63,912	0,0584	3,099	63,912	0,110	3,684
	11	3,076	63,624	0,0636	3,181	63,625	0,105	3,411
	12	3,156	63,347	0,0687	3,255	63,347	0,099	3,144
	13	3,229	63,080	0,0739	3,322	63,080	0,093	2,879
	14	3,296	62,824	0,079	3,382	62,824	0,086	2,610
	15	3,356	62,578	0,0842	3,434	62,578	0,078	2,335
	16	3,410	62,343	0,0893	3,480	62,343	0,070	2,049
	17	3,458	62,118	0,0944	3,518	62,118	0,060	1,748
	18	3,501	61,905	0,0995	3,551	61,905	0,050	1,430
	19	3,538	61,702	0,1046	3,577	61,702	0,039	1,090
	20	3,571	61,511	0,1097	3,597	61,511	0,026	0,726
1	0	1,560	67,691	$6,86*10^{-4}$	1,601	67,692	0,041	2,561
	22	3,659	61,503	0,0979	3,564	61,503	-0,095	-2,653
2	0	1,531	67,676	$9,15*10^{-4}$	1,584	67,676	0,053	3,333
	22	3,628	61,500	0,1167	3,507	61,500	-0,121	-3,438
3	0	1,502	67,662	$9,73*10^{-4}$	1,567	67,662	0,064	4,094
	22	3,596	61,495	0,1147	3,451	61,495	-0,146	-4,217
4	0	1,474	67,648	$1,084*10^{-3}$	1,549	67,648	0,075	4,869
	22	3,565	61,491	0,1188	3,394	61,491	-0,170	-5,019
5	0	1,445	67,635	$1,223*10^{-3}$	1,532	67,635	0,087	5,671
	22	3,533	61,486	0,125	3,338	61,486	-0,195	-5,838
6	0	1,416	67,621	$1,313*10^{-3}$	1,515	67,621	0,098	6,493
	22	3,502	61,481	0,1248	3,283	61,481	-0,219	-6,673
7	0	1,388	67,608	$1,482*10^{-3}$	1,498	67,608	0,110	7,334
	22	3,471	61,476	0,1316	3,228	61,476	-0,243	-7,524
8	0	1,360	67,594	$1,514*10^{-3}$	1,481	67,594	0,121	8,184
	22	3,440	61,471	0,1251	3,174	61,471	-0,266	-8,393
9	0	1,332	67,581	1,767e-3	1,464	67,581	0,133	9,061
	1	1,517	67,197	9,179e-3	1,640	67,197	0,124	7,544
	2	1,691	66,820	0,0164	1,805	66,820	0,114	6,305
	3	1,855	66,452	0,0235	1,958	66,452	0,103	5,262
	4	2,010	66,092	0,0305	2,101	66,092	0,092	4,359
	5	2,155	65,741	0,0373	2,234	65,742	0,080	3,560
	6	2,290	65,400	0,0440	2,357	65,400	0,067	2,838
	7	2,417	65,067	0,0507	2,471	65,067	0,054	2,168
	8	2,535	64,744	0,0572	2,575	64,744	0,04	1,535
	9	2,644	64,430	0,0637	2,669	64,430	0,025	0,922
	10	2,746	64,126	0,0700	2,755	64,126	$8,695*10^{-3}$	0,316
	11	2,839	63,832	0,0764	2,831	63,832	$-8,372*10^{-3}$	-0,296
	12	2,925	63,548	0,0826	2,899	63,548	-0,027	-0,924
	13	3,004	63,274	0,0888	2,957	63,274	-0,047	-1,579
	14	3,076	63,011	0,0949	3,007	63,011	-0,068	-2,274
	15	3,141	62,758	0,1010	3,049	62,758	-0,092	-3,019
	16	3,200	62,515	0,1070	3,082	62,515	-0,118	-3,825
	17	3,252	62,284	0,1130	3,106	62,284	-0,146	-4,706
	18	3,299	62,063	0,1190	3,122	62,063	-0,177	-5,675
	19	3,341	61,853	0,1249	3,130	61,853	-0,211	-6,747
	20	3,378	61,654	0,1308	3,129	61,654	-0,248	-7,937
	21	3,410	61,466	0,1366	3,120	61,466	-0,289	-9,265

Таблица И.8. Уточненные параметры контактирования зубьев

Параметр контактирования	z_i^{mp}, мм	φ_2, рад				
		0,1976	0,2696	0,3416	0,4136	0,4856
1	2	3	4	5	6	7
ϕ_1, рад	0,675	-0,27459	-0,1585	-0,0358	0,09319	0,22803
	1,860	-0,27417	-0,15801	-0,03522	0,09391	0,22896
	3,041	-0,27375	-0,15753	-0,03464	0,09462	0,22989
	4,218	-0,27333	-0,15705	-0,03407	0,09533	0,23082
	5,390	-0,27292	-0,15657	-0,0335	0,09604	0,23175
	6,557	-0,27251	-0,15609	-0,03293	0,09674	0,23269
	7,720	-0,27209	-0,15561	-0,03236	0,09745	0,23362
	8,878	-0,27168	-0,15513	-0,03179	0,09815	0,23455
	10,031	-0,27127	-0,15466	-0,03122	0,09886	0,23548
	11,180	-0,27087	-0,15418	-0,03066	0,09956	0,23642
ϕ_2, рад	0,675	3,30796	3,23596	3,16396	3,09196	3,01996
	1,860	3,30796	3,23596	3,16396	3,09196	3,01996
	3,041	3,30796	3,23596	3,16396	3,09196	3,01996
	4,218	3,30796	3,23596	3,16396	3,09196	3,01996
	5,390	3,30796	3,23596	3,16396	3,09196	3,01996
	6,557	3,30796	3,23596	3,16396	3,09196	3,01996
	7,720	3,30796	3,23596	3,16396	3,09196	3,01996
	8,878	3,30796	3,23596	3,16396	3,09196	3,01996
	10,031	3,30796	3,23596	3,16396	3,09196	3,01996
	11,180	3,30796	3,23596	3,16396	3,09196	3,01996
x_1, мм	0,675	9,111	5,020	0,922	-3,190	-7,328
	1,860	9,093	4,999	0,895	-3,225	-7,375
	3,041	9,075	4,977	0,868	-3,259	-7,422
	4,218	9,057	4,955	0,841	-3,294	-7,469
	5,390	9,039	4,934	0,815	-3,328	-7,517
	6,557	9,022	4,912	0,788	-3,362	-7,564
	7,720	9,004	4,891	0,762	-3,397	-7,611
	8,878	8,986	4,870	0,735	-3,431	-7,658
	10,031	8,969	4,848	0,709	-3,465	-7,705
	11,180	8,951	4,827	0,682	-3,499	-7,752
y_1, мм	0,675	67,316	65,827	64,336	62,839	61,333
	1,860	67,309	65,819	64,326	62,826	61,316
	3,041	67,303	65,811	64,316	62,814	61,298
	4,218	67,296	65,804	64,306	62,801	61,281
	5,390	67,290	65,796	64,297	62,789	61,264
	6,557	67,284	65,788	64,287	62,776	61,247
	7,720	67,277	65,780	64,277	62,764	61,23
	8,878	67,271	65,772	64,268	62,751	61,213
	10,031	67,264	65,765	64,258	62,739	61,196
	11,180	67,258	65,757	64,248	62,726	61,178
z_1, мм	0,675	0,904	0,802	0,700	0,597	0,494
	1,860	2,092	1,989	1,886	1,783	1,679
	3,041	3,275	3,172	3,068	2,964	2,860
	4,218	4,454	4,350	4,246	4,141	4,035
	5,390	5,628	5,523	5,418	5,313	5,206
	6,557	6,797	6,692	6,586	6,480	6,372
	7,720	7,962	7,856	7,749	7,642	7,533
	8,878	9,122	9,015	8,908	8,799	8,690
	10,031	10,277	10,169	10,061	9,952	9,841
	11,180	11,427	11,319	11,210	11,100	10,988

Таблица И.9. Уточненные координаты контактных точек на боковой поверхности зуба шестерни, приведенные к вертикальной оси зуба

Координата	z_i^{mp}, мм	φ_2, рад				
		0,1976	0,2696	0,3416	0,4136	0,4856
1	2	3	4	5	6	7
x_{101_vo}, мм	0,675	1,573	2,426	3,021	3,391	3,563
	1,860	1,556	2,405	2,994	3,355	3,514
	3,041	1,539	2,383	2,967	3,319	3,464
	4,218	1,522	2,362	2,939	3,284	3,415
	5,390	1,505	2,341	2,912	3,248	3,366
	6,557	1,488	2,320	2,886	3,213	3,316
	7,720	1,472	2,299	2,859	3,177	3,267
	8,878	1,455	2,278	2,832	3,142	3,218
	10,031	1,438	2,257	2,805	3,107	3,168
	11,180	1,421	2,236	2,778	3,071	3,119
y_{101_vo}, мм	0,675	67,748	65,815	64,116	62,677	61,517
	1,860	67,739	65,806	64,107	62,668	61,509
	3,041	67,731	65,797	64,099	62,659	61,500
	4,218	67,723	65,789	64,090	62,650	61,492
	5,390	67,714	65,780	64,081	62,642	61,483
	6,557	67,706	65,771	64,072	62,633	61,475
	7,720	67,698	65,763	64,063	62,624	61,466
	8,878	67,689	65,754	64,055	62,615	61,457
	10,031	67,681	65,746	64,046	62,606	61,449
	11,180	67,673	65,737	64,037	62,598	61,440

Таблица И.10. Уточненные параметры сплайна Безье 4-го порядка кривых в сечении боковой поверхности зуба профилирующими плоскостями

Параметры сплайна	z_i^{mp}, мм									
	0,675	1,860	3,041	4,218	5,39	6,557	7,720	8,878	10,031	11,180
$x1_{в.о.}$, мм	10,296	9,984	9,674	9,442	9,212	8,958	8,483	8,159	8,263	7,563
$y1_{в.о.}$, мм	49,840	50,374	50,911	51,291	51,671	52,104	53,003	53,593	53,285	54,678
$z1_{в.о.}$, мм	0,011	1,220	2,426	3,619	4,807	5,994	7,200	8,386	9,520	10,739
$x2_{в.о.}$, мм	-10,156	-8,547	-6,976	-5,710	-4,459	-3,111	-1,185	0,286	0,862	2,946
$y2_{в.о.}$, мм	50,488	48,999	47,551	45,986	44,424	42,853	42,042	40,749	37,497	38,204
$z2_{в.о.}$, мм	-1,018	0,146	1,307	2,438	3,563	4,687	5,891	7,032	7,975	9,284
$x3_{в.о.}$, мм	-8,840	-17,392	-25,273	-33,515	-41,504	-49,110	-51,423	-56,417	-73,718	-65,576
$y3_{в.о.}$, мм	153,852	154,924	155,774	159,708	163,671	166,857	159,087	158,685	181,899	159,402
$z3_{в.о.}$, мм	-1,753	-0,465	0,813	2,049	3,294	4,538	5,820	7,050	8,247	9,510
$\lambda_0^{в.о.}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\lambda_1^{в.о.}$	0,028	0,029	0,030	0,031	0,031	0,032	0,034	0,035	0,034	0,037
$\lambda_2^{в.о.}$	0,056	0,058	0,059	0,060	0,061	0,062	0,066	0,068	0,065	0,072
$\lambda_3^{в.о.}$	0,084	0,086	0,088	0,090	0,091	0,092	0,097	0,100	0,096	0,105
$\lambda_4^{в.о.}$	0,112	0,115	0,117	0,119	0,12	0,122	0,128	0,131	0,126	0,137

Таблица И.11. Распределение уточненных параметров сплайна по сечениям

№ п/п	z_i^{mp}, мм									
	0,675	1,860	3,041	4,218	5,39	6,557	7,720	8,878	10,031	11,180
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0,0112	0,0115	0,0117	0,0119	0,01200	0,0122	0,0340	0,0350	0,0340	0,0370
2	0,0224	0,0230	0,0234	0,0238	0,0240	0,0244	0,0444	0,0457	0,0442	0,0481
3	0,0336	0,0345	0,0351	0,0357	0,0360	0,0366	0,0549	0,0563	0,0544	0,0592
4	0,0448	0,0460	0,0468	0,0476	0,0480	0,0488	0,0653	0,0670	0,0647	0,0703
5	0,0560	0,0575	0,0585	0,0595	0,0600	0,0610	0,0758	0,0777	0,0749	0,0814
6	0,0672	0,0690	0,0702	0,0714	0,0720	0,0732	0,0862	0,0883	0,0851	0,0926
7	0,0784	0,0805	0,0819	0,0833	0,0840	0,0854	0,0967	0,0990	0,0953	0,1037
8	0,0896	0,0920	0,0936	0,0952	0,0960	0,0976	0,1071	0,1097	0,1056	0,1148
9	0,1008	0,1035	0,1053	0,1071	0,1080	0,1098	0,1176	0,1203	0,1158	0,1259
10	0,1120	0,1150	0,1170	0,1190	0,1200	0,1220	0,1280	0,1310	0,1260	0,1370

Таблица И.12. Значения уточненных координат точек сплайнов по сечениям

№ п/п	z_i^{mp}, мм								
	0,675			1,860			3,041		
	x, мм	y, мм	z, мм	x, мм	y, мм	z, мм	x, мм	y, мм	z, мм
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	1,573	67,748	0,904	1,556	67,739	2,092	1,539	67,731	3,275
1	1,942	66,96	0,864	1,923	66,954	2,051	1,900	66,956	3,235
2	2,269	66,203	0,823	2,248	66,197	2,011	2,220	66,206	3,195
3	2,556	65,479	0,783	2,533	65,472	1,970	2,502	65,485	3,154
4	2,803	64,791	0,742	2,779	64,781	1,929	2,746	64,797	3,113
5	3,013	64,141	0,701	2,987	64,128	1,888	2,953	64,145	3,071
6	3,188	63,531	0,661	3,160	63,514	1,846	3,123	63,532	3,030
7	3,329	62,964	0,620	3,297	62,943	1,805	3,259	62,960	2,988
8	3,437	62,441	0,579	3,401	62,417	1,763	3,360	62,431	2,946
9	3,514	61,964	0,537	3,473	61,937	1,721	3,428	61,949	2,904
10	3,562	61,534	0,496	3,514	61,506	1,679	3,464	61,516	2,861
№ п/п	z_i^{mp}, мм								
	4,218			5,39			6,557		
	x, мм	y, мм	z, мм	x, мм	y, мм	z, мм	x, мм	y, мм	z, мм
0	1,522	67,723	4,454	1,505	67,714	5,628	1,488	67,706	6,837
1	1,880	66,951	4,414	1,857	66,953	5,588	1,835	66,951	6,797
2	2,198	66,202	4,373	2,171	66,211	5,547	2,147	66,213	6,757
3	2,479	65,480	4,332	2,449	65,494	5,506	2,422	65,497	6,717
4	2,721	64,79	4,290	2,689	64,805	5,465	2,661	64,807	6,676
5	2,927	64,134	4,249	2,893	64,150	5,423	2,864	64,149	6,634
6	3,095	63,516	4,206	3,060	63,531	5,380	3,029	63,527	6,591
7	3,228	62,939	4,164	3,190	62,952	5,337	3,157	62,944	6,548
8	3,325	62,407	4,121	3,285	62,417	5,294	3,248	62,405	6,505
9	3,387	61,922	4,078	3,343	61,929	5,25	3,301	61,914	6,461
10	3,415	61,486	4,035	3,366	61,49	5,207	3,317	61,473	6,417
№ п/п	z_i^{mp}, мм								
	7,720			8,878			10,031		
	x, мм	y, мм	z, мм	x, мм	y, мм	z, мм	x, мм	y, мм	z, мм
0	1,472	67,698	7,962	1,455	67,689	9,122	1,438	67,681	10,277
1	2,306	65,744	7,855	2,281	65,747	9,014	2,26	65,738	10,169
2	2,513	65,171	7,82	2,485	65,177	8,98	2,461	65,172	10,135
3	2,695	64,617	7,786	2,665	64,625	8,945	2,64	64,62	10,1

Продолжение таблицы И.12.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
4	2,853	64,083	7,751	2,822	64,091	8,910	2,794	64,087	10,064
5	2,986	63,573	7,715	2,953	63,581	8,874	2,923	63,575	10,028
6	3,094	63,089	7,679	3,059	63,095	8,838	3,027	63,087	9,991
7	3,176	62,633	7,643	3,139	62,638	8,801	3,104	62,627	9,954
8	3,232	62,208	7,606	3,192	62,211	8,765	3,153	62,197	9,916
9	3,263	61,816	7,569	3,218	61,816	8,727	3,175	61,800	9,879
10	3,267	61,458	7,533	3,218	61,457	8,690	3,167	61,438	9,840

№ п/п	z_i^{mp}, мм		
	11,180		
	x, мм	y, мм	z, мм
0	1,421	67,673	11,427
1	2,232	65,749	11,319
2	2,432	65,184	11,285
3	2,609	64,632	11,250
4	2,762	64,098	11,214
5	2,890	63,584	11,178
6	2,992	63,094	11,141
7	3,067	62,631	11,103
8	3,113	62,199	11,065
9	3,131	61,800	11,027
10	3,118	61,436	10,988

Таблица И.13. Сводные значения уточненных координат точек принадлежащих профилирующей плоскости и режущей кромке фрезы

Координата $x0_{p.к.i}^{пл.з.}$, мм	z_i^{mp}, мм									
	0,675	1,860	3,041	4,218	5,39	6,557	7,720	8,878	10,031	11,180
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	1,169	1,155	1,127	1,098	1,07	1,042	1,014	0,986	0,958	0,931
1	1,377	1,362	1,334	1,306	1,277	1,249	1,221	1,193	1,165	1,137
2	1,574	1,559	1,531	1,503	1,474	1,445	1,417	1,388	1,36	1,333
3	1,76	1,746	1,717	1,688	1,66	1,631	1,602	1,574	1,545	1,517
4	1,936	1,922	1,893	1,864	1,835	1,806	1,777	1,748	1,72	1,692
5	2,102	2,087	2,059	2,029	2	1,971	1,942	1,913	1,884	1,856
6	2,258	2,243	2,214	2,185	2,156	2,126	2,097	2,068	2,039	2,011
7	2,404	2,39	2,36	2,331	2,301	2,272	2,242	2,213	2,184	2,156
8	2,541	2,526	2,497	2,467	2,438	2,408	2,378	2,349	2,32	2,291
9	2,669	2,654	2,625	2,595	2,565	2,535	2,505	2,476	2,447	2,418
10	2,788	2,773	2,744	2,714	2,684	2,654	2,624	2,594	2,565	2,536
11	2,899	2,884	2,854	2,824	2,794	2,764	2,734	2,704	2,674	2,645
12	3,001	2,986	2,957	2,926	2,896	2,866	2,835	2,805	2,776	2,746
13	3,096	3,081	3,051	3,02	2,99	2,96	2,929	2,899	2,869	2,84
14	3,183	3,168	3,138	3,107	3,077	3,046	3,016	2,985	2,956	2,926
15	3,263	3,248	3,217	3,187	3,156	3,125	3,095	3,064	3,034	3,005
16	3,335	3,32	3,29	3,259	3,228	3,197	3,167	3,136	3,106	3,076
17	3,401	3,386	3,356	3,325	3,294	3,263	3,232	3,202	3,171	3,141
18	3,461	3,446	3,415	3,384	3,294	3,322	3,291	3,261	3,23	3,2
19	3,515	3,499	3,469	3,437	3,406	3,375	3,344	3,314	3,283	3,253
20	3,562	3,547	3,516	3,485	3,454	3,423	3,392	3,361	3,33	3,3
21	3,605	3,589	3,559	3,527	3,496	3,465	3,433	3,403	3,372	3,342
22	3,642	3,627	3,596	3,564	3,533	3,502	3,47	3,439	3,409	3,378
23	3,675	3,659	3,628	3,597	3,565	3,534	3,502	3,471	3,441	3,41
24	3,702	3,687	3,656	3,624	3,593	3,561	3,53	3,499	3,468	3,438
25	3,726	3,711	3,68	3,648	3,616	3,585	3,553	3,522	3,491	3,461
26	3,746	3,731	3,699	3,668	3,636	3,605	3,573	3,542	3,511	3,48

Продолжение таблицы И.13.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Координата $y0_{р.к.i}^{пл.з.}$, мм	$z_i^{тр}$, мм									
	0,675	1,860	3,041	4,218	5,39	6,557	7,720	8,878	10,031	11,180
0	68,496	68,488	68,474	68,459	68,444	68,429	68,415	68,4	68,386	68,371
1	68,092	68,085	68,071	68,056	68,042	68,027	68,013	67,999	67,985	67,971
2	67,696	67,689	67,675	67,661	67,647	67,633	67,619	67,605	67,592	67,578
3	67,308	67,301	67,288	67,274	67,261	67,247	67,233	67,22	67,207	67,194
4	66,928	66,921	66,908	66,895	66,882	66,869	66,856	66,843	66,83	66,817
5	66,556	66,55	66,538	66,525	66,512	66,499	66,486	66,474	66,461	66,449
6	66,194	66,187	66,175	66,163	66,15	66,138	66,126	66,114	66,101	66,089
7	65,839	65,833	65,822	65,81	65,798	65,786	65,774	65,762	65,75	65,739
8	65,494	65,488	65,477	65,465	65,454	65,442	65,431	65,42	65,408	65,397
9	65,158	65,153	65,142	65,13	65,119	65,108	65,097	65,086	65,075	65,065
10	64,831	64,826	64,816	64,805	64,794	64,783	64,773	64,762	64,752	64,741
11	64,514	64,509	64,499	64,489	64,478	64,468	64,458	64,448	64,438	64,428
12	64,207	64,202	64,192	64,182	64,173	64,163	64,153	64,143	64,134	64,124
13	63,909	63,905	63,895	63,886	63,876	63,867	63,858	63,848	63,839	63,83
14	63,622	63,617	63,608	63,599	63,59	63,581	63,572	63,564	63,555	63,546
15	63,344	63,34	63,332	63,323	63,314	63,306	63,297	63,289	63,281	63,272
16	63,077	63,073	63,065	63,057	63,049	63,041	63,033	63,025	63,017	63,009
17	62,821	62,817	62,809	62,802	62,794	62,786	62,778	62,771	62,763	62,756
18	62,575	62,571	62,564	62,557	62,794	62,542	62,535	62,528	62,521	62,514
19	62,339	62,336	62,329	62,322	62,316	62,309	62,302	62,295	62,289	62,282
20	62,115	62,112	62,105	62,099	62,093	62,086	62,08	62,074	62,067	62,061
21	61,901	61,898	61,893	61,887	61,881	61,875	61,869	61,863	61,857	61,851
22	61,699	61,696	61,691	61,685	61,68	61,674	61,669	61,663	61,658	61,653
23	61,508	61,505	61,5	61,495	61,49	61,485	61,48	61,475	61,47	61,465
24	61,328	61,325	61,321	61,316	61,312	61,307	61,302	61,298	61,293	61,289
25	61,159	61,157	61,153	61,149	61,144	61,14	61,136	61,132	61,128	61,124
26	61,002	61	60,996	60,993	60,989	60,985	60,981	60,978	60,974	60,97
Координата $z0_{р.к.i}^{пл.з.}$, мм	$z_i^{тр}$, мм									
	0,675	1,860	3,041	4,218	5,39	6,557	7,720	8,878	10,031	11,180
0	0,257	0,933	2,284	3,631	4,972	6,302	7,619	8,918	10,198	11,455
1	0,237	0,913	2,264	3,611	4,952	6,282	7,598	8,898	10,178	11,434
2	0,217	0,894	2,244	3,591	4,931	6,261	7,578	8,877	10,157	11,413
3	0,197	0,874	2,224	3,571	4,911	6,241	7,557	8,857	10,136	11,392
4	0,178	0,854	2,204	3,551	4,891	6,221	7,537	8,836	10,115	11,372
5	0,158	0,834	2,184	3,531	4,871	6,2	7,516	8,816	10,095	11,351
6	0,138	0,814	2,164	3,511	4,851	6,18	7,496	8,795	10,074	11,33
7	0,119	0,794	2,144	3,491	4,83	6,16	7,476	8,775	10,053	11,309
8	0,099	0,775	2,125	3,471	4,81	6,139	7,455	8,754	10,033	11,288
9	0,079	0,755	2,105	3,451	4,79	6,119	7,435	8,733	10,012	11,267
10	0,059	0,735	2,085	3,431	4,77	6,099	7,414	8,713	9,991	11,247
11	0,04	0,715	2,065	3,411	4,75	6,079	7,394	8,692	9,971	11,226
12	0,02	0,695	2,045	3,391	4,73	6,058	7,373	8,672	9,95	11,205
13	1,844e-4	0,675	2,025	3,371	4,709	6,038	7,353	8,651	9,929	11,184
14	-0,02	0,656	2,005	3,351	4,689	6,018	7,333	8,631	9,909	11,163
15	-0,039	0,636	1,985	3,33	4,669	5,997	7,312	8,61	9,888	11,143
16	-0,059	0,616	1,965	3,31	4,649	5,977	7,292	8,59	9,867	11,122
17	-0,079	0,596	1,945	3,29	4,629	5,957	7,271	8,569	9,847	11,101
18	-0,098	0,576	1,925	3,27	4,629	5,936	7,251	8,548	9,826	11,08
19	-0,118	0,556	1,905	3,25	4,588	5,916	7,23	8,528	9,805	11,059
20	-0,138	0,537	1,885	3,23	4,568	5,896	7,21	8,507	9,785	11,038
21	-0,158	0,517	1,865	3,21	4,548	5,876	7,19	8,487	9,764	11,018

Продолжение таблицы И.13.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
22	-0,177	0,497	1,845	3,19	4,528	5,855	7,169	8,466	9,743	10,997
23	-0,197	0,477	1,825	3,17	4,508	5,835	7,149	8,446	9,722	10,976
24	-0,217	0,457	1,805	3,15	4,487	5,815	7,128	8,425	9,702	10,955
25	-0,237	0,437	1,785	3,13	4,467	5,794	7,108	8,405	9,681	10,934
26	-0,256	0,418	1,766	3,11	4,447	5,774	7,087	8,384	9,66	10,913

Таблица И.14. Определение погрешностей уточненных координат по толщине зубьев

№ сечения	№ точки	x_{101_vo}, мм	y_{101_vo}, мм	$\lambda^{в.о.}$	$x0_vo$, мм	$y0_vo$, мм	Δx_vo, мм	δx_vo, %
1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1,574	67,696	$7{,}23*10^{-4}$	1,598	67,696	0,025	1,537
	1	1,760	67,308	$6{,}201*10^{-3}$	1,783	67,308	0,023	1,273
	2	1,936	66,928	0,0117	1,957	66,928	0,020	1,047
	3	2,102	66,556	0,0171	2,120	66,557	0,018	0,846
	4	2,258	66,194	0,0225	2,273	66,194	0,015	0,664
	5	2,404	65,839	0,0280	2,416	65,839	0,012	0,496
	6	2,541	65,494	0,0334	2,550	65,494	$8{,}581*10^{-3}$	0,337
	7	2,669	65,158	0,0387	2,674	65,158	$4{,}885*10^{-3}$	0,183
	8	2,788	64,831	0,0441	2,789	64,831	$8{,}456*10^{-4}$	0,030
	9	2,899	64,514	0,0495	2,895	64,514	$-3{,}576*10^{-3}$	-0,123
	10	3,001	64,207	0,0548	2,993	64,207	$-8{,}392*10^{-3}$	-0,280
	11	3,096	63,909	0,0602	3,082	63,909	-0,014	-0,444
	12	3,183	63,622	0,0655	3,164	63,622	-0,02	-0,618
	13	3,263	63,344	0,0708	3,237	63,344	-0,026	-0,803
	14	3,335	63,077	0,0761	3,302	63,077	-0,033	-1,004
	15	3,401	62,821	0,0814	3,360	62,821	-0,041	-1,223
	16	3,461	62,575	0,0866	3,411	62,575	-0,050	-1,463
	17	3,515	62,339	0,0919	3,455	62,339	-0,060	-1,727
	18	3,562	62,115	0,0971	3,492	62,115	-0,071	-2,02
	19	3,605	61,901	0,1024	3,522	61,901	-0,083	-2,344
	20	3,642	61,699	0,1076	3,546	61,699	-0,096	-2,704
	21	3,675	61,508	0,1127	3,564	61,508	-0,111	-3,104
1	0	1,559	67,689	$7{,}25*10^{-4}$	1,580	67,689	0,021	1,327
	22	3,659	61,505	0,1150	3,514	61,505	-0,145	-4,130
2	0	1,531	67,675	$8{,}28*10^{-4}$	1,566	67,675	0,035	2,214
	22	3,628	61,500	0,1175	3,464	61,500	-0,164	-4,725
3	0	1,503	67,661	$9{,}33*10^{-4}$	1,552	67,661	0,049	3,160
	22	3,597	61,495	0,1187	3,415	61,495	-0,181	-5,313
4	0	1,474	67,647	$1{,}044*10^{-3}$	1,537	67,647	0,063	4,123
	22	3,565	61,490	0,1200	3,366	61,490	-0,199	-5,918
5	0	1,445	67,633	$1{,}164*10^{-3}$	1,523	67,633	0,078	5,104
	22	3,534	61,485	0,1216	3,317	61,485	-0,217	-6,541
6	0	1,417	67,619	$1{,}331*10^{-3}$	1,509	67,619	0,092	6,097
	22	3,502	61,480	0,1273	3,267	61,480	-0,235	-7,193
7	0	1,388	67,605	$1{,}485*10^{-3}$	1,494	67,606	0,106	7,095
	22	3,471	61,475	0,1304	3,218	61,475	-0,253	-7,862

Продолжение таблицы И.14.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
8	0	1,360	67,592	$1,547*10^{-3}$	1,480	67,592	0,120	8,085
	22	3,441	61,470	0,125	3,169	61,470	-0,271	-8,559
9	0	1,333	67,578	$1,815*10^{-3}$	1,466	67,578	0,133	9,082
	1	1,517	67,194	$9,192*10^{-3}$	1,642	67,194	0,124	7,562
	2	1,692	66,817	0,0164	1,806	66,817	0,114	6,318
	3	1,856	66,449	0,0235	1,959	66,449	0,103	5,271
	4	2,011	66,089	0,0304	2,102	66,09	0,092	4,366
	5	2,156	65,739	0,0372	2,235	65,739	0,080	3,565
	6	2,291	65,397	0,0439	2,358	65,397	0,067	2,840
	7	2,418	65,065	0,0505	2,471	65,065	0,054	2,169
	8	2,536	64,741	0,0570	2,575	64,742	0,039	1,534
	9	2,645	64,428	0,0634	2,670	64,428	0,025	0,919
	10	2,746	64,124	0,0698	2,755	64,124	$8,572*10^{-3}$	0,311
	11	2,840	63,830	0,0761	2,831	63,830	$-8,536*10^{-3}$	-0,301
	12	2,926	63,546	0,0823	2,899	63,546	-0,027	-0,931
	13	3,005	63,272	0,0884	2,958	63,272	-0,047	-1,588
	14	3,076	63,009	0,0945	3,008	63,009	-0,069	-2,283
	15	3,141	62,756	0,1006	3,049	62,756	-0,092	-3,029
	16	3,200	62,514	0,1066	3,082	62,514	-0,118	-3,837
	17	3,253	62,282	0,1126	3,106	62,282	-0,147	-4,719
	18	3,300	62,061	0,1185	3,122	62,061	-0,178	-5,688
	19	3,342	61,851	0,1244	3,130	61,851	-0,212	-6,761
	20	3,378	61,653	0,1302	3,129	61,653	-0,249	-7,952
	21	3,410	61,465	0,1361	3,121	61,465	-0,290	-9,281

Приложение К. Данные для определения параметров настройки зубофрезерного станка под нарезание зубьев с комплексной пространственной модификацией

Таблица К.1. Предварительно определенные параметры контактирования зубьев

Параметр контактирования	z_i^{mp}, мм	φ_2, рад				
		0,1976	0,2696	0,3416	0,4136	0,4856
1	2	3	4	5	6	7
ϕ_1, рад	0	-0,27491	-0,15883	-0,03614	0,09284	0,22764
	0,694	-0,27466	-0,15854	-0,0358	0,09325	0,22818
	2,083	-0,27417	-0,15797	-0,03512	0,09409	0,22927
	3,472	-0,27367	-0,15740	-0,03445	0,09492	0,23036
	4,861	-0,27318	-0,15683	-0,03377	0,09576	0,23146
	6,250	-0,27269	-0,15626	-0,03309	0,09660	0,23257
	7,639	-0,27219	-0,15569	-0,03241	0,09744	0,23367
	9,028	-0,27170	-0,15511	-0,03173	0,09828	0,23479
	10,417	-0,27120	-0,15454	-0,03104	0,09913	0,23591
	11,806	-0,27071	-0,15397	-0,03036	0,09998	0,23703
ϕ_2, рад	0	3,30796	3,23596	3,16396	3,09196	3,01996
	0,694	3,30796	3,23596	3,16396	3,09196	3,01996
	2,083	3,30796	3,23596	3,16396	3,09196	3,01996
	3,472	3,30796	3,23596	3,16396	3,09196	3,01996
	4,861	3,30796	3,23596	3,16396	3,09196	3,01996
	6,250	3,30796	3,23596	3,16396	3,09196	3,01996
	7,639	3,30796	3,23596	3,16396	3,09196	3,01996
	9,028	3,30796	3,23596	3,16396	3,09196	3,01996
	10,417	3,30796	3,23596	3,16396	3,09196	3,01996
	11,806	3,30796	3,23596	3,16396	3,09196	3,01996
x_1, мм	0	9,124	5,035	0,938	-3,173	-7,309
	0,694	9,114	5,022	0,922	-3,193	-7,336
	2,083	9,093	4,997	0,890	-3,233	-7,391
	3,472	9,072	4,971	0,859	-3,274	-7,446
	4,861	9,050	4,946	0,827	-3,314	-7,502
	6,250	9,029	4,920	0,796	-3,355	-7,557
	7,639	9,008	4,895	0,764	-3,396	-7,614
	9,028	8,987	4,869	0,732	-3,437	-7,67
	10,417	8,966	4,843	0,700	-3,478	-7,727
	11,806	8,944	4,818	0,668	-3,520	-7,784
y_1, мм	0	67,321	65,832	64,341	62,845	61,340
	0,694	67,317	65,828	64,336	62,838	61,330
	2,083	67,309	65,819	64,324	62,823	61,310
	3,472	67,302	65,809	64,313	62,808	61,290
	4,861	67,294	65,800	64,301	62,794	61,270
	6,250	67,286	65,791	64,29	62,779	61,249
	7,639	67,279	65,781	64,278	62,764	61,229
	9,028	67,271	65,772	64,266	62,749	61,208
	10,417	67,263	65,763	64,255	62,734	61,188
	11,806	67,256	65,753	64,243	62,719	61,167
z_1, мм	0	$2{,}007*10^{-3}$	$1{,}108*10^{-3}$	$2{,}063*10^{-4}$	$-6{,}98*10^{-4}$	$-1{,}608*10^{-3}$
	0,694	0,696	0,696	0,695	0,694	0,693
	2,083	2,093	2,089	2,084	2,080	2,075
	3,472	3,492	3,483	3,474	3,465	3,456

Продолжение таблицы К.1.

1	2	3	4	5	6	7
z_1, мм	4,861	4,893	4,879	4,864	4,849	4,834
	6,250	6,286	6,270	6,253	6,237	6,220
	7,639	7,683	7,663	7,643	7,623	7,602
	9,028	9,079	9,056	9,032	9,008	8,984
	10,417	10,476	10,449	10,422	10,394	10,366
	11,806	11,876	11,844	11,811	11,778	11,745

Таблица К.2. Предварительно определенные координаты контактных точек на боковой поверхности зуба шестерни, приведенные к вертикальной оси зуба

Координата	z_i^{mp}, мм	φ_2, рад				
		0,1976	0,2696	0,3416	0,4136	0,4856
x_{101_vo}, мм	0	1,586	2,44	3,037	3,408	3,584
	0,694	1,576	2,428	3,021	3,388	3,555
	2,083	1,556	2,403	2,989	3,346	3,497
	3,472	1,536	2,378	2,957	3,304	3,439
	4,861	1,516	2,353	2,925	3,262	3,382
	6,250	1,496	2,327	2,893	3,220	3,323
	7,639	1,476	2,302	2,861	3,178	3,264
	9,028	1,455	2,277	2,829	3,136	3,205
	10,417	1,435	2,252	2,797	3,093	3,146
	11,806	1,415	2,226	2,764	3,051	3,086
y_{101_vo}, мм	0	67,754	65,821	64,121	62,681	61,521
	0,694	67,749	65,816	64,116	62,676	61,516
	2,083	67,739	65,805	64,106	62,666	61,506
	3,472	67,729	65,795	64,095	62,655	61,496
	4,861	67,719	65,785	64,085	62,645	61,486
	6,250	67,710	65,775	64,075	62,635	61,476
	7,639	67,700	65,764	64,064	62,624	61,465
	9,028	67,690	65,754	64,054	62,613	61,455
	10,417	67,680	65,744	64,043	62,603	61,445
	11,806	67,670	65,733	64,033	62,592	61,435

Таблица К.3. Предварительно определенные параметры сплайна Безье 4-го порядка кривых в сечении боковой поверхности зуба профилирующими плоскостями

Параметры сплайна	z_i^{mp}, мм									
	0	0,694	2,083	3,472	4,861	6,25	7,639	9,028	10,417	11,806
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$x1_{в.о.}$, мм	10,530	10,546	9,768	9,233	8,888	8,598	8,188	7,975	7,841	7,131
$y1_{в.о.}$, мм	49,385	49,283	50,794	51,783	52,383	52,877	53,625	53,968	54,146	55,548
$z1_{в.о.}$, мм	$-6{,}00*10^{-3}$	0,688	2,056	3,423	4,783	6,168	7,546	8,921	10,296	11,684
$x2_{в.о.}$, мм	-14,892	-15,576	-7,487	-4,974	-3,342	-1,896	-0,149	1,024	2,27	4,253
$y2_{в.о.}$, мм	59,427	60,291	48,401	46,804	45,265	43,591	42,277	40,469	37,721	38,295
$z2_{в.о.}$, мм	-0,014	0,681	2,008	3,329	4,62	5,978	7,308	8,623	9,919	11,262
$x3_{в.о.}$, мм	29,173	31,844	-20,839	-28,589	-35,959	-43,725	-48,78	-56,859	-69,599	-62,445

Продолжение таблицы К.3.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$yЗ_{в.о.}$, мм	134,38	134,602	152,685	147,602	148,477	151,633	149,595	155,587	168,672	149,117
$zЗ_{в.о.}$, мм	0,022	0,722	1,988	3,294	4,576	5,947	7,288	8,636	9,985	11,331
$\lambda_0^{в.о.}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\lambda_1^{в.о.}$	0,0282	0,0281	0,0298	0,0315	0,0326	0,0335	0,0351	0,0357	0,0358	0,0396
$\lambda_2^{в.о.}$	0,0574	0,0574	0,0592	0,0623	0,0642	0,0657	0,0684	0,0693	0,0691	0,0758
$\lambda_3^{в.о.}$	0,0883	0,0885	0,0883	0,0927	0,0952	0,0971	0,1007	0,1017	0,1009	0,1103
$\lambda_4^{в.о.}$	0,1226	0,1237	0,1174	0,123	0,1261	0,1282	0,1328	0,1336	0,1322	0,1443

Таблица К.4. Распределение предварительно определенных параметров сплайна по сечениям

№ п/п	z_i^{mp}, мм									
	0	0,694	2,083	3,472	4,861	6,25	7,639	9,028	10,417	11,806
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0,0123	0,0124	0,0117	0,0123	0,0126	0,0128	0,0351	0,0357	0,0358	0,0396
2	0,0245	0,0247	0,0235	0,0246	0,0252	0,0256	0,0460	0,0466	0,0465	0,0512
3	0,0368	0,0371	0,0352	0,0369	0,0378	0,0385	0,0568	0,0575	0,0572	0,0629
4	0,049	0,0495	0,0470	0,0492	0,0504	0,0513	0,0677	0,0683	0,0679	0,0745
5	0,0613	0,0619	0,0587	0,0615	0,0630	0,0641	0,0785	0,0792	0,0786	0,0861
6	0,0736	0,0742	0,0704	0,0738	0,0757	0,0769	0,0894	0,0901	0,0894	0,0978
7	0,0858	0,0866	0,0822	0,0861	0,0883	0,0897	0,1002	0,1010	0,1001	0,1094
8	0,0981	0,0990	0,0939	0,0984	0,1009	0,1026	0,1111	0,1118	0,1108	0,121
9	0,1103	0,1113	0,1057	0,1107	0,1135	0,1154	0,1219	0,1227	0,1215	0,1327
10	0,1226	0,1237	0,1174	0,1230	0,1261	0,1282	0,1328	0,1336	0,1322	0,1443

Таблица К.5. Значения предварительно определенных координат точек сплайнов по сечениям

№ п/п	z_i^{mp}, мм								
	0			0,694			2,083		
	x, мм	y, мм	z, мм	x, мм	y, мм	z, мм	x, мм	y, мм	z, мм
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	1,586	67,754	$2.007*10^{-3}$	1,576	67,749	0,696	1,556	67,739	2,093
1	1,994	66,879	$1.615*10^{-3}$	1,989	66,863	0,696	1,921	66,956	2,092
2	2,345	66,057	$1.225*10^{-3}$	2,341	66,032	0,696	2,245	66,201	2,09
3	2,643	65,289	$8.395*10^{-4}$	2,639	65,258	0,695	2,529	65,476	2,088
4	2,892	64,577	$4.597*10^{-4}$	2,887	64,542	0,695	2,774	64,785	2,086
5	3,097	63,921	$8.745*10^{-5}$	3,089	63,886	0,695	2,982	64,131	2,084
6	3,260	63,322	$-2.758*10^{-4}$	3,249	63,289	0,694	3,153	63,517	2,083
7	3,387	62,783	$-6.285*10^{-4}$	3,372	62,753	0,694	3,289	62,945	2,081
8	3,481	62,302	$-9.694*10^{-4}$	3,461	62,279	0,693	3,391	62,418	2,079
9	3,545	61,881	$-1.297*10^{-3}$	3,521	61,867	0,693	3,46	61,938	2,077
10	3,584	61,521	$-1.610*10^{-3}$	3,555	61,517	0,693	3,497	61,506	2,075

Продолжение таблицы К.5.

№ п/п	z_i^{mp}, мм								
	3,472			4,861			6,25		
	x, мм	y, мм	z, мм	x, мм	y, мм	z, мм	x, мм	y, мм	z, мм
0	1,536	67,729	3,492	1,516	67,719	4,893	1,496	67,710	6,286
1	1,895	66,956	3,488	1,869	66,955	4,888	1,842	66,955	6,280
2	2,215	66,206	3,485	2,185	66,210	4,882	2,154	66,218	6,273
3	2,496	65,484	3,481	2,463	65,491	4,876	2,429	65,501	6,267
4	2,739	64,793	3,478	2,704	64,801	4,871	2,668	64,812	6,261
5	2,945	64,138	3,474	2,908	64,144	4,865	2,871	64,154	6,254
6	3,114	63,521	3,471	3,075	63,524	4,859	3,036	63,531	6,247
7	3,247	62,946	3,467	3,206	62,945	4,853	3,164	62,949	6,241
8	3,345	62,415	3,464	3,300	62,410	4,847	3,254	62,410	6,234
9	3,409	61,931	3,460	3,359	61,923	4,840	3,307	61,918	6,227
10	3,439	61,496	3,456	3,382	61,485	4,834	3,323	61,477	6,220

№ п/п	z_i^{mp}, мм								
	7,639			9,028			10,417		
	x, мм	y, мм	z, мм	x, мм	y, мм	z, мм	x, мм	y, мм	z, мм
0	1,476	67,700	7,683	1,455	67,690	9,079	1,435	67,68	10,476
1	2,303	65,763	7,663	2,277	65,754	9,056	2,251	65,746	10,449
2	2,510	65,190	7,656	2,480	65,186	9,048	2,451	65,182	10,440
3	2,693	64,635	7,650	2,661	64,633	9,041	2,628	64,632	10,431
4	2,851	64,100	7,643	2,817	64,099	9,033	2,782	64,099	10,422
5	2,985	63,588	7,636	2,948	63,587	9,025	2,910	63,587	10,413
6	3,093	63,102	7,630	3,053	63,100	9,017	3,013	63,099	10,404
7	3,175	62,645	7,623	3,132	62,642	9,009	3,088	62,637	10,395
8	3,231	62,218	7,616	3,184	62,213	9,001	3,136	62,206	10,385
9	3,261	61,824	7,609	3,208	61,817	8,992	3,156	61,808	10,376
10	3,264	61,464	7,602	3,205	61,457	8,984	3,146	61,445	10,366

№ п/п	z_i^{mp}, мм		
	11,806		
	x, мм	y, мм	z, мм
0	1,415	67,670	11,876
1	2,130	65,733	11,844
2	2,308	65,173	11,833
3	2,465	64,625	11,823
4	2,600	64,093	11,812
5	2,711	63,580	11,801
6	2,798	63,091	11,790
7	2,858	62,628	11,779
8	2,891	62,196	11,768
9	2,895	61,797	11,756
10	2,870	61,434	11,745

Таблица К.6. Сводные значения предварительно определенных координат точек, принадлежащих профилирующей плоскости и режущей кромке фрезы

Координата $x0_{p.к.i}^{пл.з.}$, мм	z_i^{mp}, мм									
	0	0,694	2,083	3,472	4,861	6,25	7,639	9,028	10,417	11,806
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	1,212	1,212	1,211	1,21	1,206	1,202	1,197	1,191	1,183	1,175
1	1,420	1,420	1,420	1,418	1,414	1,410	1,405	1,399	1,391	1,383

Продолжение таблицы К.6.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2	1,618	1,618	1,617	1,615	1,611	1,607	1,602	1,596	1,588	1,580
3	1,804	1,804	1,803	1,801	1,798	1,793	1,788	1,782	1,775	1,766
4	1,980	1,980	1,979	1,977	1,974	1,969	1,964	1,958	1,951	1,942
5	2,146	2,146	2,145	2,143	2,140	2,135	2,130	2,124	2,116	2,108
6	2,302	2,302	2,301	2,299	2,296	2,291	2,286	2,28	2,272	2,263
7	2,448	2,448	2,448	2,446	2,442	2,438	2,432	2,426	2,418	2,410
8	2,585	2,585	2,585	2,583	2,579	2,574	2,569	2,563	2,555	2,546
9	2,713	2,713	2,712	2,710	2,707	2,702	2,697	2,691	2,683	2,674
10	2,833	2,832	2,832	2,830	2,826	2,821	2,816	2,810	2,802	2,793
11	2,943	2,943	2,942	2,940	2,937	2,932	2,927	2,920	2,913	2,904
12	3,046	3,046	3,045	3,043	3,039	3,035	3,029	3,023	3,015	3,006
13	3,140	3,140	3,139	3,137	3,134	3,129	3,124	3,117	3,109	3,100
14	3,227	3,227	3,226	3,224	3,221	3,216	3,210	3,204	3,196	3,187
15	3,307	3,307	3,306	3,304	3,300	3,296	3,290	3,283	3,276	3,267
16	3,380	3,379	3,379	3,377	3,373	3,368	3,363	3,356	3,348	3,339
17	3,446	3,445	3,445	3,443	3,439	3,434	3,429	3,422	3,414	3,405
18	3,505	3,505	3,504	3,502	3,439	3,494	3,488	3,481	3,474	3,464
19	3,559	3,558	3,558	3,556	3,552	3,547	3,542	3,535	3,527	3,518
20	3,606	3,606	3,605	3,603	3,600	3,595	3,589	3,582	3,575	3,565
21	3,649	3,648	3,648	3,646	3,642	3,637	3,631	3,625	3,617	3,608
22	3,686	3,686	3,685	3,683	3,679	3,674	3,669	3,662	3,654	3,645
23	3,718	3,718	3,717	3,715	3,711	3,706	3,701	3,694	3,686	3,677
24	3,746	3,746	3,745	3,743	3,739	3,734	3,729	3,722	3,714	3,705
25	3,769	3,769	3,768	3,766	3,763	3,758	3,752	3,745	3,738	3,728
26	3,789	3,789	3,788	3,786	3,783	3,778	3,772	3,765	3,757	3,748
Координата $y0_{р.к.i}^{пл.з.}$, мм	$z_i^{тр}$, мм									
	0	0,694	2,083	3,472	4,861	6,25	7,639	9,028	10,417	11,806
0	68,519	68,519	68,518	68,517	68,515	68,513	68,510	68,507	68,503	68,499
1	68,114	68,114	68,114	68,113	68,111	68,109	68,106	68,103	68,099	68,095
2	67,717	67,717	67,717	67,716	67,714	67,712	67,710	67,707	67,703	67,699
3	67,329	67,329	67,328	67,327	67,326	67,324	67,321	67,318	67,315	67,311
4	66,948	66,948	66,948	66,947	66,945	66,943	66,941	66,938	66,935	66,931
5	66,576	66,576	66,575	66,575	66,573	66,571	66,569	66,566	66,563	66,559
6	66,212	66,212	66,212	66,211	66,209	66,208	66,205	66,203	66,199	66,196
7	65,857	65,857	65,857	65,856	65,855	65,853	65,851	65,848	65,845	65,841
8	65,511	65,511	65,511	65,510	65,509	65,507	65,505	65,502	65,500	65,496
9	65,175	65,175	65,174	65,173	65,172	65,170	65,168	65,166	65,163	65,160
10	64,847	64,847	64,847	64,846	64,845	64,843	64,841	64,839	64,836	64,833
11	64,529	64,529	64,529	64,528	64,527	64,526	64,524	64,521	64,519	64,516
12	64,221	64,221	64,221	64,220	64,219	64,218	64,216	64,214	64,211	64,208
13	63,923	63,923	63,923	63,922	63,921	63,919	63,918	63,916	63,913	63,911
14	63,635	63,635	63,634	63,634	63,633	63,631	63,630	63,628	63,626	63,623
15	63,357	63,357	63,356	63,356	63,355	63,353	63,352	63,350	63,348	63,345
16	63,089	63,089	63,089	63,088	63,087	63,086	63,084	63,083	63,081	63,078
17	62,832	62,832	62,831	62,831	62,830	62,829	62,827	62,826	62,824	62,821
18	62,585	62,585	62,585	62,584	62,830	62,582	62,581	62,579	62,578	62,575
19	62,349	62,349	62,349	62,348	62,348	62,346	62,345	62,344	62,342	62,340
20	62,124	62,124	62,124	62,123	62,122	62,122	62,120	62,119	62,117	62,116
21	61,910	61,910	61,910	61,909	61,908	61,908	61,906	61,905	61,904	61,902
22	61,707	61,707	61,706	61,706	61,705	61,705	61,704	61,702	61,701	61,699
23	61,515	61,515	61,515	61,514	61,514	61,513	61,512	61,511	61,510	61,508
24	61,334	61,334	61,334	61,334	61,333	61,332	61,332	61,331	61,329	61,328
25	61,165	61,165	61,165	61,164	61,164	61,163	61,162	61,162	61,161	61,159
26	61,007	61,007	61,007	61,007	61,006	61,006	61,005	61,004	61,003	61,002

Продолжение таблицы К.6.

Координата $z0_{p.к.i}^{пл.з.}$, мм	$z_i^{тр}$, мм									
	0	0,694	2,083	3,472	4,861	6,25	7,639	9,028	10,417	11,806
0	$2,27*10^{-3}$	0,697	2,095	3,494	4,898	6,291	7,689	9,087	10,485	11,886
1	$2,09*10^{-3}$	0,697	2,094	3,493	4,895	6,288	7,685	9,082	10,479	11,88
2	$1,92*10^{-3}$	0,696	2,093	3,491	4,892	6,285	7,681	9,078	10,474	11,874
3	$1,74*10^{-3}$	0,696	2,092	3,489	4,889	6,281	7,677	9,073	10,469	11,868
4	$1,57*10^{-3}$	0,696	2,091	3,488	4,887	6,278	7,673	9,069	10,464	11,862
5	$1,40*10^{-3}$	0,696	2,090	3,486	4,884	6,275	7,670	9,064	10,459	11,855
6	$1,22*10^{-3}$	0,696	2,089	3,484	4,881	6,272	7,666	9,060	10,453	11,849
7	$1,05*10^{-3}$	0,695	2,089	3,482	4,878	6,269	7,662	9,055	10,448	11,843
8	$8,72*10^{-4}$	0,695	2,088	3,481	4,875	6,266	7,658	9,050	10,443	11,837
9	$6,98*10^{-4}$	0,695	2,087	3,479	4,872	6,263	7,654	9,046	10,438	11,830
10	$5,23*10^{-4}$	0,695	2,086	3,477	4,870	6,259	7,650	9,041	10,432	11,824
11	$3,49*10^{-4}$	0,695	2,085	3,476	4,867	6,256	7,647	9,037	10,427	11,818
12	$1,74*10^{-4}$	0,695	2,084	3,474	4,864	6,253	7,643	9,032	10,422	11,812
13	0	0,694	2,083	3,472	4,861	6,250	7,639	9,028	10,417	11,806
14	$-1,74*10^{-4}$	0,694	2,082	3,471	4,858	6,247	7,635	9,023	10,411	11,799
15	$-3,49*10^{-4}$	0,694	2,082	3,469	4,855	6,244	7,631	9,019	10,406	11,793
16	$-5,23*10^{-4}$	0,694	2,081	3,467	4,853	6,241	7,627	9,014	10,401	11,787
17	$-6,98*10^{-4}$	0,694	2,080	3,465	4,850	6,237	7,624	9,010	10,396	11,781
18	$-8,72*10^{-4}$	0,694	2,079	3,464	4,850	6,234	7,620	9,005	10,391	11,775
19	$-1,05*10^{-3}$	0,693	2,078	3,462	4,844	6,231	7,616	9,001	10,385	11,768
20	$-1,22*10^{-3}$	0,693	2,077	3,460	4,841	6,228	7,612	8,996	10,380	11,762
21	$-1,40*10^{-3}$	0,693	2,076	3,459	4,838	6,225	7,608	8,992	10,375	11,756
22	$-1,57*10^{-3}$	0,693	2,075	3,457	4,836	6,222	7,604	8,987	10,370	11,750
23	$-1,74*10^{-3}$	0,693	2,075	3,455	4,833	6,219	7,601	8,982	10,364	11,743
24	$-1,92*10^{-3}$	0,693	2,074	3,454	4,830	6,215	7,597	8,978	10,359	11,737
25	$-2,09*10^{-3}$	0,692	2,073	3,452	4,827	6,212	7,593	8,973	10,354	11,731
26	$-2,27*10^{-3}$	0,692	2,072	3,450	4,824	6,209	7,589	8,969	10,349	11,725

Таблица К.7. Погрешности предварительно определенных координат по толщине зубьев

№ сечения	№ точки	x_{101_vo}, мм	y_{101_vo}, мм	$\lambda^{в.о.}$	$x0_vo$, мм	$y0_vo$, мм	Δx_vo, мм	δx_vo, %
1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1,611	67,461	$4,028*10^{-3}$	1,727	67,461	0,116	7,169
	1	1,798	67,072	$9,492*10^{-3}$	1,907	67,072	0,110	6,096
	2	1,974	66,691	0,0150	2,077	66,692	0,104	5,244
	3	2,140	66,319	0,0205	2,237	66,319	0,097	4,541
	4	2,296	65,956	0,0261	2,386	65,956	0,091	3,947
	5	2,442	65,601	0,0317	2,526	65,601	0,084	3,429
	6	2,579	65,255	0,0373	2,656	65,255	0,077	2,970
	7	2,707	64,918	0,0430	2,776	64,918	0,069	2,553
	8	2,826	64,591	0,0488	2,888	64,591	0,061	2,167
	9	2,937	64,273	0,0546	2,990	64,273	0,053	1,803
	10	3,039	63,965	0,0604	3,084	63,965	0,044	1,454
	11	3,134	63,666	0,0664	3,169	63,666	0,035	1,113
	12	3,221	63,378	0,0724	3,246	63,378	0,025	0,775
	13	3,301	63,100	0,0784	3,315	63,100	0,014	0,435
	14	3,373	62,832	0,0846	3,376	62,832	$3,005*10^{-3}$	0,089

Продолжение таблицы К.7.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	15	3,439	62,575	0,0909	3,430	62,575	$-9{,}26*10^{-3}$	-0,269
	16	3,499	62,328	0,0974	3,476	62,328	-0,023	-0,645
	17	3,552	62,092	0,1040	3,515	62,092	-0,037	-1,043
	18	3,600	61,867	0,1108	3,547	61,867	-0,053	-1,473
	19	3,642	61,653	0,1179	3,572	61,653	-0,071	-1,942
	20	3,679	61,450	0,1253	3,589	61,45	-0,091	-2,464
	21	3,712	61,258	0,1332	3,598	61,258	-0,113	-3,057
	22	3,740	61,078	0,1418	3,599	61,078	-0,140	-3,752
1	0	1,594	67,590	$2{,}166*10^{-3}$	1,653	67,59	0,059	3,582
	22	3,722	61,207	0,25	3,566	61,207	-0,156	-4,363
2	0	1,558	67,591	$2{,}189*10^{-3}$	1,627	67,591	0,069	4,245
	22	3,686	61,208	0,1265	3,505	61,208	-0,181	-5,171
3	0	1,522	67,574	$2{,}448*10^{-3}$	1,611	67,574	0,089	5,507
	22	3,650	61,191	0,1327	3,44	61,191	-0,210	-6,092
4	0	1,487	67,592	$2{,}08*10^{-3}$	1,577	67,592	0,089	5,658
	22	3,615	61,211	0,1349	3,377	61,211	-0,238	-7,057
5	0	1,452	67,591	$1{,}993*10^{-3}$	1,552	67,591	0,100	6,421
	22	3,580	61,211	0,1368	3,312	61,212	-0,267	-8,061
6	0	1,417	67,590	$1{,}941*10^{-3}$	1,527	67,590	0,111	6,40
	22	3,544	61,212	0,1412	3,249	61,212	-0,295	-8,198
7	0	1,382	67,589	$1{,}837*10^{-3}$	1,503	67,589	0,121	8,073
	22	3,508	61,213	0,1417	3,185	61,213	-0,323	-10,152
8	0	1,346	67,587	$1{,}717*10^{-3}$	1,479	67,587	0,133	8,972
	22	3,472	61,213	0,1397	3,121	61,213	-0,351	-11,248
9	0	1,3108	67,5837	$1{,}767*10^{-3}$	1,455	67,584	0,144	9,914
	1	1,4971	67,1954	$9{,}726*10^{-3}$	1,632	67,196	0,135	8,276
	2	1,6729	66,8153	0,0175	1,798	66,815	0,125	6,936
	3	1,8386	66,4436	0,0251	1,952	66,444	0,113	5,807
	4	1,9944	66,0805	0,0325	2,096	66,081	0,101	4,830
	5	2,1405	65,7262	0,0397	2,229	65,726	0,088	3,964
	6	2,2774	65,3808	0,0469	2,352	65,381	0,075	3,179
	7	2,4051	65,0447	0,0539	2,466	65,045	0,06	2,450
	8	2,5241	64,7178	0,0609	2,569	64,718	0,045	1,758
	9	2,6346	64,4006	0,0677	2,664	64,401	0,029	1,085
	10	2,7369	64,093	0,0745	2,748	64,093	0,011	0,418
	11	2,8313	63,7953	0,0812	2,824	63,795	$-7{,}286*10^{-3}$	-0,258
	12	2,9182	63,5076	0,0878	2,891	63,508	-0,028	-0,956
	13	2,9977	63,2301	0,0944	2,948	63,230	-0,050	-1,688
	14	3,0702	62,9629	0,1009	2,996	62,963	-0,074	-2,469
	15	3,136	62,7062	0,1074	3,036	62,706	-0,100	-3,31
	16	3,1955	62,4601	0,1138	3,066	62,460	-0,130	-4,228
	17	3,2488	62,2248	0,1202	3,087	62,225	-0,162	-5,237
	18	3,2965	62,0002	0,1266	3,099	62,000	-0,197	-6,355
	19	3,3386	61,7867	0,133	3,103	61,787	-0,236	-7,603
	20	3,3757	61,5842	0,1393	3,097	61,584	-0,279	-9,003
	21	3,4079	61,3928	0,1457	3,082	61,393	-0,326	-10,584
	22	3,4357	61,2128	0,152	3,057	61,213	-0,378	-12,381

Таблица К.8. Уточненные параметры контактирования зубьев

Параметр контактирования	z_i^{mp}, мм	φ_2, рад				
		0,1976	0,2696	0,3416	0,4136	0,4856
1	2	3	4	5	6	7
ϕ_1, рад	0	-0,27491	-0,15883	-0,03614	0,09284	0,22764
	0,676	-0,27470	-0,15863	-0,03596	0,09299	0,22775
	2,034	-0,27435	-0,15822	-0,03546	0,09360	0,22855
	3,395	-0,27387	-0,15766	-0,0348	0,09442	0,22962
	4,762	-0,27338	-0,15711	-0,03414	0,09524	0,23070
	6,134	-0,27290	-0,15654	-0,03347	0,09607	0,23179
	7,520	-0,27241	-0,15598	-0,03279	0,09690	0,23290
	8,902	-0,27192	-0,15541	-0,03212	0,09774	0,23401
	10,302	-0,27143	-0,15484	-0,03143	0,09859	0,23513
	11,707	-0,27093	-0,15426	-0,03074	0,09945	0,23627
ϕ_2, рад	0	3,30796	3,23596	3,16396	3,09196	3,01996
	0,676	3,30796	3,23596	3,16396	3,09196	3,01996
	2,034	3,30796	3,23596	3,16396	3,09196	3,01996
	3,395	3,30796	3,23596	3,16396	3,09196	3,01996
	4,762	3,30796	3,23596	3,16396	3,09196	3,01996
	6,134	3,30796	3,23596	3,16396	3,09196	3,01996
	7,520	3,30796	3,23596	3,16396	3,09196	3,01996
	8,902	3,30796	3,23596	3,16396	3,09196	3,01996
	10,302	3,30796	3,23596	3,16396	3,09196	3,01996
	11,707	3,30796	3,23596	3,16396	3,09196	3,01996
x_1, мм	0	9,124	5,035	0,938	-3,173	-7,309
	0,676	9,115	5,026	0,929	-3,180	-7,315
	2,034	9,100	5,008	0,906	-3,210	-7,355
	3,395	9,080	4,983	0,876	-3,249	-7,409
	4,762	9,059	4,958	0,845	-3,289	-7,463
	6,134	9,038	4,933	0,814	-3,330	-7,518
	7,520	9,017	4,908	0,782	-3,370	-7,574
	8,902	8,996	4,882	0,750	-3,411	-7,630
	10,302	8,975	4,856	0,718	-3,452	-7,687
	11,707	8,954	4,831	0,686	-3,494	-7,745
y_1, мм	0	67,321	65,833	64,341	62,845	61,340
	0,676	67,318	65,829	64,338	62,842	61,338
	2,034	67,312	65,823	64,330	62,832	61,323
	3,395	67,305	65,814	64,319	62,817	61,303
	4,762	67,297	65,805	64,307	62,803	61,284
	6,134	67,290	65,795	64,296	62,788	61,263
	7,520	67,282	65,786	64,285	62,773	61,243
	8,902	67,274	65,777	64,273	62,758	61,223
	10,302	67,267	65,768	64,262	62,743	61,202
	11,707	67,259	65,758	64,25	62,728	61,181
z_1, мм	0	$-3{,}81*10^{-4}$	$-2{,}10*10^{-4}$	$-3{,}91*10^{-5}$	$1{,}32*10^{-4}$	$3{,}05*10^{-4}$
	0,676	0,577	0,470	0,362	0,255	0,146
	2,034	1,594	1,487	1,380	1,272	1,163
	3,395	2,954	2,846	2,739	2,631	2,522
	4,762	4,318	4,211	4,103	3,995	3,885
	6,134	5,688	5,581	5,473	5,364	5,254
	7,520	7,068	6,960	6,852	6,743	6,633
	8,902	8,452	8,345	8,237	8,128	8,017
	10,302	9,844	9,736	9,627	9,518	9,407
	11,707	11,246	11,138	11,030	10,920	10,809

Таблица К.9. Уточненные координаты контактных точек на боковой поверхности зуба шестерни, приведенные к вертикальной оси зуба

Координата	z_i^{mp}, мм	φ_2, рад				
		0,1976	0,2696	0,3416	0,4136	0,4856
x_{101_vo}, мм	0	1,586	2,440	3,037	3,408	3,583
	0,676	1,578	2,432	3,028	3,401	3,577
	2,034	1,563	2,414	3,005	3,37	3,535
	3,395	1,544	2,389	2,974	3,329	3,479
	4,762	1,524	2,365	2,943	3,288	3,421
	6,134	1,504	2,340	2,911	3,247	3,364
	7,520	1,484	2,315	2,879	3,205	3,305
	8,902	1,464	2,290	2,847	3,163	3,246
	10,302	1,444	2,265	2,815	3,120	3,187
	11,707	1,424	2,239	2,783	3,077	3,126
y_{101_vo}, мм	0	67,754	65,821	64,121	62,681	61,521
	0,676	67,750	65,817	64,119	62,679	61,520
	2,034	67,743	65,810	64,111	62,672	61,513
	3,395	67,733	65,800	64,101	62,662	61,503
	4,762	67,724	65,790	64,091	62,651	61,493
	6,134	67,714	65,780	64,080	62,641	61,483
	7,520	67,704	65,769	64,070	62,631	61,473
	8,902	67,694	65,759	64,060	62,620	61,462
	10,302	67,684	65,749	64,049	62,610	61,452
	11,707	67,674	65,739	64,038	62,599	61,442

Таблица К.10. Уточненные параметры сплайна Безье 4-го порядка кривых в сечении боковой поверхности зуба профилирующими плоскостями

Параметры сплайна	z_i^{mp}, мм									
	0	0,676	2,034	3,395	4,762	6,134	7,520	8,902	10,302	11,707
$x1_{в.о.}$, мм	10,446	10,313	10,065	10,064	9,536	9,062	8,749	9,197	7,984	7,587
$y1_{в.о.}$, мм	49,545	49,835	50,254	50,134	51,108	51,978	52,518	51,466	53,907	54,642
$z1_{в.о.}$, мм	$1{,}11*10^{-3}$	-0,363	0,677	2,03	3,445	4,86	6,268	7,598	9,117	10,558
$x2_{в.о.}$, мм	-16,224	-10,308	-9,022	-8,663	-6,119	-3,954	-2,365	-2,837	1,076	2,77
$y2_{в.о.}$, мм	63,407	50,968	49,711	47,671	46,102	44,705	42,953	38,278	39,979	38,542
$z2_{в.о.}$, мм	$2{,}50*10^{-3}$	-1,42	-0,418	0,82	2,218	3,614	4,961	5,987	7,725	9,124
$x3_{в.о.}$, мм	43,401	-6,032	-13,365	-25,191	-33,1	-39,541	-47,75	-76,073	-59,4	-64,107
$y3_{в.о.}$, мм	127,173	150,798	152,314	167,482	161,793	157,508	160,322	206,538	159,09	158,01
$z3_{в.о.}$, мм	$-9{,}29*10^{-3}$	-2,228	-1,101	0,261	1,805	3,329	4,808	6,192	7,816	9,326
$\lambda_0^{в.о.}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\lambda_1^{в.о.}$	0,0288	0,0284	0,0290	0,0287	0,0302	0,0318	0,0327	0,0304	0,0355	0,0372
$\lambda_2^{в.о.}$	0,0594	0,0565	0,0576	0,0568	0,0597	0,0625	0,0641	0,0591	0,0688	0,0716
$\lambda_3^{в.о.}$	0,0932	0,0846	0,0861	0,0846	0,0887	0,0926	0,0947	0,0869	0,1010	0,1045
$\lambda_4^{в.о.}$	0,1359	0,1128	0,1146	0,1124	0,1177	0,1226	0,125	0,1143	0,1327	0,1369

Таблица К.11. Распределение уточненных параметров сплайна по сечениям

№ п/п	z_i^{mp}, мм									
	0	0,676	2,034	3,395	4,762	6,134	7,520	8,902	10,302	11,707
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0,0136	0,0113	0,0115	0,0112	0,0118	0,0123	0,0327	0,0304	0,0355	0,0372
2	0,0272	0,0226	0,0229	0,0225	0,0235	0,0245	0,043	0,0397	0,0463	0,0483
3	0,0408	0,0338	0,0344	0,0337	0,0353	0,0368	0,0532	0,049	0,0571	0,0594
4	0,0544	0,0451	0,0458	0,0450	0,0471	0,049	0,0635	0,0584	0,0679	0,0704
5	0,0680	0,0564	0,0573	0,0562	0,0588	0,0613	0,0737	0,0677	0,0787	0,0815
6	0,0815	0,0677	0,0688	0,0674	0,0706	0,0736	0,084	0,0770	0,0895	0,0926
7	0,0951	0,079	0,0802	0,0787	0,0824	0,0858	0,0942	0,0863	0,1003	0,1037
8	0,1087	0,0902	0,0917	0,0899	0,0942	0,0981	0,1045	0,0957	0,1111	0,1147
9	0,1223	0,1015	0,1031	0,1012	0,1059	0,1103	0,1147	0,105	0,1219	0,1258
10	0,1359	0,1128	0,1146	0,1124	0,1177	0,1226	0,125	0,1143	0,1327	0,1369

Таблица К.12. Значения уточненных координат точек сплайнов по сечениям

№ п/п	z_i^{mp}, мм								
	0			0,676			2,034		
	x, мм	y, мм	z, мм	x, мм	y, мм	z, мм	x, мм	y, мм	z, мм
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	1,586	67,754	$-3{,}808*10^{-4}$	1,578	67,750	0,577	1,563	67,743	1,594
1	2,030	66,80	$-2{,}998*10^{-4}$	1,950	66,957	0,534	1,931	66,955	1,552
2	2,402	65,918	$-2{,}198*10^{-4}$	2,279	66,195	0,492	2,258	66,197	1,510
3	2,709	65,109	$-1{,}415*10^{-4}$	2,567	65,468	0,449	2,544	65,472	1,467
4	2,958	64,373	$-6{,}563*10^{-5}$	2,815	64,777	0,406	2,790	64,781	1,424
5	3,156	63,712	$7{,}167*10^{-6}$	3,026	64,125	0,363	3,000	64,129	1,381
6	3,309	63,124	$7{,}628*10^{-5}$	3,202	63,515	0,320	3,173	63,517	1,338
7	3,423	62,612	$1{,}411*10^{-4}$	3,343	62,947	0,276	3,312	62,948	1,294
8	3,503	62,174	$2{,}012*10^{-4}$	3,451	62,424	0,233	3,418	62,423	1,251
9	3,554	61,811	$2{,}56*10^{-4}$	3,529	61,947	0,190	3,492	61,944	1,207
10	3,583	61,521	$3{,}05*10^{-4}$	3,577	61,519	0,146	3,535	61,514	1,164
№ п/п	z_i^{mp}, мм								
	3,395			4,762			6,134		
	x, мм	y, мм	z, мм	x, мм	y, мм	z, мм	x, мм	y, мм	z, мм
0	1,544	67,733	2,954	1,524	67,724	4,318	1,504	67,714	5,688
1	1,906	66,954	2,912	1,882	66,952	4,277	1,856	66,951	5,647
2	2,229	66,201	2,870	2,201	66,203	4,235	2,171	66,207	5,605
3	2,512	65,479	2,827	2,481	65,482	4,192	2,449	65,489	5,563
4	2,756	64,789	2,784	2,724	64,792	4,149	2,690	64,799	5,520
5	2,964	64,135	2,741	2,929	64,137	4,106	2,893	64,143	5,477
6	3,135	63,521	2,698	3,098	63,520	4,063	3,060	63,523	5,433
7	3,271	62,948	2,654	3,231	62,944	4,019	3,190	62,944	5,389
8	3,373	62,419	2,610	3,329	62,412	3,974	3,284	62,409	5,344
9	3,442	61,937	2,566	3,392	61,927	3,930	3,342	61,921	5,300
10	3,479	61,504	2,522	3,422	61,492	3,885	3,364	61,483	5,255
№ п/п	z_i^{mp}, мм								
	7,520			8,902			10,302		
	x, мм	y, мм	z, мм	x, мм	y, мм	z, мм	x, мм	y, мм	z, мм
0	1,484	67,704	7,068	1,464	67,694	8,452	1,444	67,684	9,844
1	2,315	65,77	6,960	2,291	65,757	8,345	2,264	65,750	9,736
2	2,525	65,194	6,925	2,496	65,187	8,310	2,467	65,181	9,701
3	2,710	64,637	6,890	2,678	64,635	8,275	2,647	64,629	9,666
4	2,871	64,101	6,854	2,836	64,102	8,239	2,803	64,095	9,631
5	3,006	63,590	6,818	2,969	63,591	8,203	2,933	63,583	9,594

Продолжение таблицы К.12.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
6	3,117	63,105	6,782	3,076	63,106	8,167	3,038	63,096	9,558
7	3,202	62,649	6,745	3,158	62,648	8,130	3,116	62,636	9,521
8	3,262	62,223	6,708	3,214	62,220	8,093	3,167	62,207	9,483
9	3,296	61,831	6,671	3,244	61,825	8,055	3,191	61,811	9,445
10	3,305	61,472	6,633	3,246	61,464	8,017	3,187	61,451	9,407

№ п/п	z_i^{mp}, мм		
	11,707		
	x, мм	y, мм	z, мм
0	1,424	67,674	11,246
1	2,240	65,737	11,138
2	2,439	65,174	11,104
3	2,615	64,625	11,069
4	2,768	64,093	11,033
5	2,896	63,581	10,997
6	2,998	63,094	10,960
7	3,072	62,633	10,923
8	3,119	62,203	10,885
9	3,138	61,805	10,847
10	3,127	61,443	10,809

Таблица К.13. Сводные значения уточненных координат точек принадлежащих профилирующей плоскости и режущей кромке фрезы

Координата $x0_{p.к.i}^{пл.з.}$, мм	z_i^{mp}, мм									
	0	0,676	2,034	3,395	4,762	6,134	7,520	8,902	10,302	11,707
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	1,171	1,156	1,126	1,096	1,067	1,037	1,007	0,976	0,946	0,915
1	1,379	1,364	1,334	1,304	1,274	1,244	1,213	1,183	1,152	1,121
2	1,576	1,561	1,531	1,501	1,470	1,440	1,409	1,379	1,348	1,317
3	1,762	1,747	1,717	1,687	1,656	1,626	1,595	1,564	1,533	1,502
4	1,938	1,923	1,893	1,862	1,831	1,801	1,77	1,739	1,707	1,676
5	2,104	2,089	2,058	2,027	1,997	1,966	1,934	1,903	1,872	1,840
6	2,26	2,245	2,214	2,183	2,152	2,121	2,089	2,058	2,026	1,994
7	2,406	2,391	2,36	2,329	2,298	2,266	2,235	2,203	2,171	2,139
8	2,543	2,528	2,497	2,466	2,434	2,403	2,371	2,339	2,307	2,275
9	2,671	2,656	2,624	2,593	2,562	2,53	2,498	2,466	2,434	2,401
10	2,791	2,775	2,743	2,712	2,68	2,648	2,616	2,584	2,552	2,519
11	2,901	2,885	2,854	2,822	2,790	2,758	2,726	2,694	2,661	2,629
12	3,004	2,988	2,956	2,924	2,892	2,860	2,828	2,795	2,763	2,730
13	3,098	3,083	3,051	3,019	2,986	2,954	2,922	2,889	2,856	2,823
14	3,185	3,169	3,137	3,105	3,073	3,041	3,008	2,975	2,942	2,909
15	3,265	3,249	3,217	3,185	3,152	3,120	3,087	3,054	3,021	2,988
16	3,338	3,322	3,290	3,257	3,225	3,192	3,159	3,126	3,093	3,059
17	3,404	3,388	3,355	3,323	3,290	3,257	3,224	3,191	3,158	3,124
18	3,464	3,447	3,415	3,382	3,290	3,317	3,283	3,250	3,217	3,183
19	3,517	3,501	3,468	3,436	3,403	3,370	3,336	3,303	3,27	3,236
20	3,565	3,549	3,516	3,483	3,450	3,417	3,384	3,350	3,317	3,283
21	3,607	3,591	3,558	3,525	3,492	3,459	3,426	3,392	3,358	3,324
22	3,645	3,628	3,595	3,562	3,529	3,496	3,462	3,429	3,395	3,361
23	3,677	3,661	3,628	3,595	3,562	3,528	3,495	3,461	3,427	3,393
24	3,705	3,689	3,656	3,623	3,589	3,556	3,522	3,488	3,454	3,420
25	3,729	3,713	3,679	3,646	3,613	3,579	3,546	3,512	3,478	3,443
26	3,749	3,732	3,699	3,666	3,633	3,599	3,565	3,531	3,497	3,463

Продолжение таблицы К.13.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Координата $y0_{р.к.i}^{пл.з.}$, мм	$z_i^{тр}$, мм									
	0	0,676	2,034	3,395	4,762	6,134	7,520	8,902	10,302	11,707
0	68,497	68,489	68,473	68,458	68,442	68,427	68,411	68,395	68,379	68,363
1	68,093	68,085	68,070	68,055	68,040	68,025	68,009	67,994	67,979	67,963
2	67,697	67,690	67,675	67,66	67,646	67,631	67,616	67,601	67,586	67,571
3	67,309	67,302	67,288	67,273	67,259	67,245	67,230	67,216	67,201	67,186
4	66,929	66,922	66,908	66,894	66,880	66,867	66,852	66,838	66,824	66,810
5	66,557	66,551	66,537	66,524	66,510	66,497	66,483	66,470	66,456	66,442
6	66,194	66,188	66,175	66,162	66,149	66,136	66,123	66,109	66,096	66,083
7	65,840	65,834	65,821	65,809	65,796	65,784	65,771	65,758	65,745	65,732
8	65,495	65,489	65,477	65,465	65,453	65,440	65,428	65,416	65,403	65,391
9	65,159	65,153	65,141	65,130	65,118	65,106	65,094	65,083	65,071	65,058
10	64,832	64,827	64,815	64,804	64,793	64,782	64,770	64,759	64,747	64,736
11	64,515	64,510	64,499	64,488	64,477	64,466	64,455	64,444	64,433	64,422
12	64,208	64,202	64,192	64,182	64,171	64,161	64,150	64,140	64,129	64,119
13	63,910	63,905	63,895	63,885	63,875	63,865	63,855	63,845	63,835	63,825
14	63,622	63,618	63,608	63,599	63,589	63,580	63,570	63,561	63,551	63,541
15	63,345	63,340	63,332	63,323	63,313	63,304	63,295	63,286	63,277	63,268
16	63,078	63,074	63,065	63,057	63,048	63,039	63,031	63,022	63,013	63,004
17	62,821	62,817	62,809	62,801	62,793	62,785	62,777	62,768	62,760	62,752
18	62,575	62,571	62,564	62,556	62,793	62,541	62,533	62,525	62,517	62,510
19	62,340	62,336	62,329	62,322	62,315	62,308	62,300	62,293	62,286	62,278
20	62,115	62,112	62,105	62,099	62,092	62,085	62,078	62,072	62,065	62,058
21	61,902	61,899	61,893	61,886	61,880	61,874	61,867	61,861	61,855	61,848
22	61,699	61,697	61,691	61,685	61,679	61,673	61,667	61,662	61,656	61,650
23	61,508	61,506	61,500	61,495	61,490	61,484	61,479	61,473	61,468	61,462
24	61,328	61,326	61,321	61,316	61,311	61,306	61,301	61,296	61,291	61,286
25	61,159	61,157	61,153	61,148	61,144	61,140	61,135	61,131	61,126	61,122
26	61,002	61,000	60,996	60,992	60,988	60,984	60,980	60,976	60,972	60,968
Координата $z0_{р.к.i}^{пл.з.}$, мм	$z_i^{тр}$, мм									
	0	0,676	2,034	3,395	4,762	6,134	7,520	8,902	10,302	11,707
0	0,268	0,945	2,302	3,664	5,031	6,403	7,789	9,172	10,571	11,976
1	0,247	0,924	2,282	3,643	5,01	6,382	7,769	9,151	10,551	11,955
2	0,226	0,904	2,261	3,622	4,989	6,361	7,748	9,130	10,530	11,935
3	0,205	0,883	2,240	3,601	4,968	6,341	7,727	9,109	10,509	11,914
4	0,185	0,862	2,219	3,581	4,948	6,320	7,706	9,089	10,488	11,893
5	0,164	0,841	2,199	3,560	4,927	6,299	7,686	9,068	10,468	11,872
6	0,143	0,821	2,178	3,539	4,906	6,278	7,665	9,047	10,447	11,852
7	0,122	0,800	2,157	3,518	4,885	6,258	7,644	9,026	10,426	11,831
8	0,102	0,779	2,136	3,498	4,865	6,237	7,623	9,006	10,405	11,810
9	0,081	0,758	2,116	3,477	4,844	6,216	7,603	8,985	10,385	11,789
10	0,060	0,738	2,095	3,456	4,823	6,195	7,582	8,964	10,364	11,769
11	0,039	0,717	2,074	3,435	4,802	6,175	7,561	8,943	10,343	11,748
12	0,019	0,696	2,053	3,415	4,782	6,154	7,540	8,923	10,322	11,727
13	$-2{,}16*10^{-3}$	0,675	2,033	3,394	4,761	6,133	7,520	8,902	10,302	11,706
14	-0,023	0,655	2,012	3,373	4,740	6,112	7,499	8,881	10,281	11,686
15	-0,044	0,634	1,991	3,352	4,719	6,092	7,478	8,860	10,260	11,665
16	-0,064	0,613	1,970	3,332	4,699	6,071	7,457	8,840	10,239	11,644
17	-0,085	0,592	1,950	3,311	4,678	6,050	7,437	8,819	10,219	11,623
18	-0,106	0,572	1,929	3,290	4,678	6,029	7,416	8,798	10,198	11,603
19	-0,127	0,551	1,908	3,269	4,636	6,009	7,395	8,777	10,177	11,582
20	-0,147	0,530	1,887	3,249	4,616	5,988	7,374	8,757	10,156	11,561
21	-0,168	0,509	1,867	3,228	4,595	5,967	7,354	8,736	10,136	11,540

Продолжение таблицы К.13.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
22	-0,189	0,489	1,846	3,207	4,574	5,946	7,333	8,715	10,115	11,520
23	-0,210	0,468	1,825	3,186	4,553	5,926	7,312	8,695	10,094	11,499
24	-0,230	0,447	1,804	3,166	4,533	5,905	7,291	8,674	10,073	11,478
25	-0,251	0,426	1,784	3,145	4,512	5,884	7,271	8,653	10,053	11,457
26	-0,272	0,406	1,763	3,124	4,491	5,863	7,250	8,632	10,032	11,437

Таблица К.14. Определение погрешностей уточненных координат по толщине зубьев

№ сечения	№ точки	x_{101_vo}, мм	y_{101_vo}, мм	$\lambda^{в.о.}$	$x0_vo$, мм	$y0_vo$, мм	Δx_vo, мм	δx_vo, %
1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1,576	67,697	$7{,}87*10^{-4}$	1,614	67,697	0,038	2,364
	1	1,762	67,309	$6{,}216*10^{-3}$	1,798	67,309	0,036	2,009
	2	1,938	66,929	0,0117	1,972	66,929	0,034	1,720
	3	2,104	66,557	0,0172	2,136	66,557	0,032	1,478
	4	2,260	66,194	0,0228	2,289	66,194	0,029	1,266
	5	2,406	65,840	0,0284	2,432	65,840	0,026	1,072
	6	2,543	65,495	0,0341	2,566	65,495	0,023	0,893
	7	2,671	65,159	0,0399	2,691	65,159	0,019	0,721
	8	2,791	64,832	0,0457	2,806	64,832	0,016	0,552
	9	2,901	64,515	0,0516	2,912	64,515	0,011	0,385
	10	3,004	64,208	0,0576	3,010	64,208	$6{,}459*10^{-3}$	0,215
	11	3,098	63,910	0,0637	3,100	63,910	$1{,}24*10^{-3}$	0,040
	12	3,185	63,622	0,0699	3,181	63,622	$-4{,}502*10^{-3}$	-0,142
	13	3,265	63,345	0,0762	3,254	63,345	-0,011	-0,332
	14	3,338	63,078	0,0827	3,32	63,078	-0,018	-0,534
	15	3,404	62,821	0,0893	3,379	62,821	-0,025	-0,749
	16	3,464	62,575	0,0962	3,430	62,575	-0,034	-0,982
	17	3,517	62,340	0,1033	3,474	62,340	-0,043	-1,235
	18	3,565	62,115	0,1107	3,512	62,115	-0,053	-1,514
	19	3,607	61,902	0,25	3,535	61,916	-0,073	-2,051
	20	3,645	61,699	0,25	3,535	61,916	-0,110	-3,106
	21	3,677	61,508	0,25	3,535	61,916	-0,142	-4,024
	22	3,705	61,328	0,25	3,535	61,916	-0,170	-4,816
1	0	1,561	67,690	$8{,}44*10^{-4}$	1,607	67,690	0,046	2,892
	22	3,689	61,326	0,1184	3,591	61,326	-0,098	-2,296
2	0	1,531	67,675	$9{,}71*10^{-4}$	1,596	67,675	0,065	4,097
	22	3,656	61,321	0,1202	3,546	61,321	-0,110	-3,097
3	0	1,501	67,660	$1{,}037*10^{-3}$	1,579	67,660	0,078	4,957
	22	3,623	61,316	0,1177	3,485	61,316	-0,138	-3,946
4	0	1,470	67,646	$1{,}174*10^{-3}$	1,562	67,646	0,091	5,835
	22	3,589	61,311	0,123	3,424	61,311	-0,165	-4,830
5	0	1,440	67,631	$1{,}32*10^{-3}$	1,544	67,631	0,104	6,735
	22	3,556	61,306	0,128	3,362	61,306	-0,194	-5,756
6	0	1,409	67,616	$1{,}452*10^{-3}$	1,526	67,616	0,117	7,666
	22	3,522	61,301	0,1303	3,300	61,301	-0,222	-6,725
7	0	1,379	67,601	$1{,}436*10^{-3}$	1,509	67,601	0,13	8,602
	22	3,488	61,296	0,119	3,238	61,296	-0,251	-7,744

Продолжение таблицы К.14.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
8	0	1,348	67,586	$1{,}784 *10^{-3}$	1,491	67,586	0,143	9,580
	22	3,454	61,291	0,1379	3,175	61,291	-0,28	-8,808
9	0	1,317	67,571	$1{,}983 *10^{-3}$	1,473	67,571	0,156	10,577
	1	1,502	67,186	$9{,}336 *10^{-3}$	1,648	67,186	0,147	8,898
	2	1,676	66,810	0,0165	1,812	66,810	0,137	7,537
	3	1,840	66,442	0,0236	1,966	66,442	0,126	6,397
	4	1,994	66,083	0,0305	2,109	66,083	0,114	5,419
	5	2,139	65,732	0,0373	2,241	65,732	0,102	4,558
	6	2,275	65,391	0,0440	2,364	65,391	0,089	3,785
	7	2,401	65,058	0,0506	2,477	65,059	0,076	3,073
	8	2,519	64,736	0,0571	2,581	64,736	0,062	2,405
	9	2,629	64,422	0,0635	2,676	64,422	0,047	1,763
	10	2,730	64,119	0,0699	2,761	64,119	0,031	1,133
	11	2,823	63,825	0,0762	2,837	63,825	0,014	0,502
	12	2,909	63,541	0,0824	2,905	63,541	$-4{,}106*10^{-3}$	-0,141
	13	2,988	63,268	0,0886	2,964	63,268	-0,024	-0,809
	14	3,059	63,004	0,0947	3,014	63,004	-0,046	-1,512
	15	3,124	62,752	0,1007	3,055	62,752	-0,069	-2,261
	16	3,183	62,510	0,1068	3,088	62,510	-0,095	-3,070
	17	3,236	62,278	0,1127	3,113	62,278	-0,123	-3,949
	18	3,283	62,058	0,1187	3,129	62,058	-0,154	-4,913
	19	3,324	61,848	0,1246	3,137	61,848	-0,187	-5,976
	20	3,361	61,650	0,1304	3,137	61,650	-0,224	-7,154
	21	3,393	61,462	0,1363	3,128	61,462	-0,265	-8,466
	22	3,420	61,286	0,1421	3,111	61,286	-0,309	-9,933

Приложение Л. Результаты измерения толщины зубьев

Таблица Л.1. Координаты точек, принадлежащих боковой поверхности зуба

№ сечения	№ профиля	Координата	Радиус цилиндрической поверхности, мм					
			62	63	64	65	66	67
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	$x_{изм}$, мм	-52,52	-53,47	-54,49	-55,52	-56,58	-57,66
		$y_{изм}$, мм	38,13	38,57	38,92	39,25	39,55	39,81
		$z_{изм}$, мм	22,50	22,51	22,51	22,52	22,52	22,53
	2	$x_{изм}$, мм	-43,72	-44,56	-45,48	-46,43	-47,42	-48,43
		$y_{изм}$, мм	46,59	47,20	47,76	48,29	48,78	49,24
		$z_{изм}$, мм	22,50	22,51	22,51	22,52	22,53	22,54
	3	$x_{изм}$, мм	-33,45	-34,17	-34,95	-35,76	-36,65	-37,52
		$y_{изм}$, мм	53,16	53,92	54,65	55,36	56,03	56,7
		$z_{изм}$, мм	22,49	22,49	22,50	22,51	22,52	22,52
	4	$x_{изм}$, мм	-4,83	-4,54	-4,21	-3,81	-3,33	-2,83
		$y_{изм}$, мм	59,98	60,98	61,98	62,98	63,98	64,97
		$z_{изм}$, мм	22,39	22,39	22,40	22,40	22,40	22,41
	5	$x_{изм}$, мм	7,29	7,78	8,30	8,90	9,56	10,25
		$y_{изм}$, мм	58,73	59,66	60,58	61,48	62,36	63,23
		$z_{изм}$, мм	22,33	22,33	22,33	22,34	22,34	22,34
2	1	$x_{изм}$, мм	-52,56	-53,52	-54,52	-55,52	-56,61	-57,69
		$y_{изм}$, мм	38,07	38,49	38,87	39,24	39,50	39,76
		$z_{изм}$, мм	24,00	24,01	24,01	24,02	24,02	24,03
	2	$x_{изм}$, мм	-43,71	-44,6	-45,52	-46,46	-47,46	-48,44
		$y_{изм}$, мм	46,51	47,16	47,72	48,25	48,73	49,22
		$z_{изм}$, мм	24,00	24,01	24,01	24,02	24,03	24,04
	3	$x_{изм}$, мм	-33,49	-34,22	-34,98	-35,79	-36,67	-37,57
		$y_{изм}$, мм	53,13	53,89	54,63	55,34	56,01	56,66
		$z_{изм}$, мм	23,99	23,99	24,00	24,01	24,02	24,02
	4	$x_{изм}$, мм	-4,82	-4,52	-4,19	-3,80	-3,31	-2,80
		$y_{изм}$, мм	59,97	60,97	61,97	62,97	63,97	64,96
		$z_{изм}$, мм	23,89	23,89	23,90	23,90	23,90	23,91
	5	$x_{изм}$, мм	7,30	7,79	8,29	8,92	9,59	10,28
		$y_{изм}$, мм	58,72	59,65	60,57	61,47	62,35	63,22
		$z_{изм}$, мм	23,83	23,83	23,83	23,84	23,84	23,84

Продолжение таблицы Л.1.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
3	1	$x_{изм}$, мм	-52,60	-53,52	-54,52	-55,57	-56,63	-57,71
		$y_{изм}$, мм	38,01	38,48	38,85	39,17	39,46	39,72
		$z_{изм}$, мм	25,50	25,51	25,51	25,52	25,52	25,53
	2	$x_{изм}$, мм	-43,78	-44,64	-45,54	-46,51	-47,50	-48,48
		$y_{изм}$, мм	46,51	47,12	47,68	48,19	48,68	49,18
		$z_{изм}$, мм	25,50	25,51	25,51	25,52	25,53	25,54
	3	$x_{изм}$, мм	-33,51	-34,24	-35,01	-35,83	-36,73	-37,61
		$y_{изм}$, мм	53,11	53,87	54,60	55,31	55,97	56,63
		$z_{изм}$, мм	25,49	25,49	25,50	25,51	25,52	25,52
	4	$x_{изм}$, мм	-4,79	-4,49	-4,16	-3,76	-3,28	-2,77
		$y_{изм}$, мм	59,96	60,96	61,97	62,97	63,96	64,95
		$z_{изм}$, мм	25,39	25,39	25,40	25,40	25,40	25,41
	5	$x_{изм}$, мм	7,34	7,83	8,33	8,93	9,62	10,29
		$y_{изм}$, мм	58,71	59,64	60,56	61,46	62,34	63,21
		$z_{изм}$, мм	25,33	25,33	25,33	25,34	25,34	25,34
4	1	$x_{изм}$, мм	-52,61	-53,55	-54,55	-55,59	-56,64	-57,72
		$y_{изм}$, мм	37,98	38,42	38,80	39,12	39,43	39,69
		$z_{изм}$, мм	27,00	27,01	27,01	27,02	27,02	27,03
	2	$x_{изм}$, мм	-43,81	-44,66	-45,56	-46,51	-47,53	-48,52
		$y_{изм}$, мм	46,48	47,09	47,65	48,18	48,64	49,13
		$z_{изм}$, мм	27,00	27,01	27,01	27,02	27,03	27,04
	3	$x_{изм}$, мм	-33,55	-34,27	-35,04	-35,86	-36,75	-37,63
		$y_{изм}$, мм	53,08	53,84	54,57	55,28	55,94	56,61
		$z_{изм}$, мм	26,99	26,99	27,00	27,01	27,02	27,02
	4	$x_{изм}$, мм	-4,75	-4,44	-4,12	-3,72	-3,25	-2,73
		$y_{изм}$, мм	59,95	60,96	61,96	62,96	63,95	64,94
		$z_{изм}$, мм	26,89	26,89	26,90	26,90	26,90	26,91
	5	$x_{изм}$, мм	7,36	7,86	8,35	8,95	9,66	10,34
		$y_{изм}$, мм	58,7	59,64	60,55	61,45	62,32	63,20
		$z_{изм}$, мм	26,83	26,83	26,83	26,83	26,84	26,84
5	1	$x_{изм}$, мм	-52,61	-53,57	-54,57	-55,60	-56,67	-57,73
		$y_{изм}$, мм	37,96	38,38	38,77	39,09	39,37	39,66
		$z_{изм}$, мм	28,50	28,51	28,51	28,52	28,52	28,53

Продолжение таблицы Л.1.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
5	2	$x_{изм}$, мм	-43,82	-44,67	-45,57	-46,54	-47,53	-48,54
		$y_{изм}$, мм	46,45	47,07	47,63	48,14	48,63	49,09
		$z_{изм}$, мм	28,50	28,51	28,51	28,52	28,53	28,54
	3	$x_{изм}$, мм	-33,59	-34,30	-35,06	-35,88	-36,77	-37,64
		$y_{изм}$, мм	53,05	53,81	54,55	55,26	55,92	56,59
		$z_{изм}$, мм	28,49	28,49	28,50	28,51	28,52	28,52
	4	$x_{изм}$, мм	-4,72	-4,41	-4,08	-3,68	-3,19	-2,67
		$y_{изм}$, мм	59,94	60,95	61,95	62,95	63,94	64,93
		$z_{изм}$, мм	28,39	28,39	28,40	28,40	28,4	28,41
	5	$x_{изм}$, мм	7,38	7,88	8,41	9,01	9,69	10,39
		$y_{изм}$, мм	58,69	59,61	60,53	61,43	62,31	63,18
		$z_{изм}$, мм	28,33	28,33	28,33	28,33	28,34	28,34
6	1	$x_{изм}$, мм	-52,63	-53,59	-54,59	-55,61	-56,68	-57,77
		$y_{изм}$, мм	37,92	38,35	38,72	39,06	39,35	39,60
		$z_{изм}$, мм	30,00	30,01	30,01	30,02	30,02	30,03
	2	$x_{изм}$, мм	-43,84	-44,71	-45,61	-46,56	-47,54	-48,56
		$y_{изм}$, мм	46,43	47,02	47,59	48,11	48,61	49,07
		$z_{изм}$, мм	30,00	30,01	30,01	30,02	30,03	30,04
	3	$x_{изм}$, мм	-33,61	-34,33	-35,08	-35,90	-36,79	-37,67
		$y_{изм}$, мм	53,03	53,79	54,53	55,23	55,90	56,56
		$z_{изм}$, мм	29,99	29,99	30,00	30,01	30,02	30,02
	4	$x_{изм}$, мм	-4,69	-4,37	-4,04	-3,64	-3,15	-2,63
		$y_{изм}$, мм	59,94	60,94	61,94	62,94	63,94	64,93
		$z_{изм}$, мм	29,89	29,89	29,90	29,90	29,90	29,91
	5	$x_{изм}$, мм	7,43	7,92	8,45	9,03	9,72	10,45
		$y_{изм}$, мм	58,67	59,60	60,52	61,42	62,30	63,16
		$z_{изм}$, мм	29,83	29,83	29,83	29,83	29,84	29,84
7	1	$x_{изм}$, мм	-52,66	-53,61	-54,59	-55,62	-56,70	-57,77
		$y_{изм}$, мм	37,88	38,31	38,70	39,03	39,30	39,59
		$z_{изм}$, мм	31,50	31,50	31,51	31,52	31,52	31,53
	2	$x_{изм}$, мм	-43,89	-44,75	-45,64	-46,58	-47,58	-48,59
		$y_{изм}$, мм	46,38	46,98	47,56	48,05	48,56	49,03
		$z_{изм}$, мм	31,5	31,51	31,51	31,52	31,53	31,54

Продолжение таблицы Л.1.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
7	3	$x_{изм}$, мм	-33,62	-34,34	-35,12	-35,95	-36,83	-37,73
		$y_{изм}$, мм	53,01	53,77	54,50	55,20	55,87	56,52
		$z_{изм}$, мм	31,49	31,49	31,50	31,51	31,52	31,52
	4	$x_{изм}$, мм	-4,65	-4,34	-4,01	-3,60	-3,13	-2,60
		$y_{изм}$, мм	59,93	60,93	61,93	62,93	63,93	64,92
		$z_{изм}$, мм	31,39	31,39	31,40	31,40	31,40	31,41
	5	$x_{изм}$, мм	7,48	7,98	8,49	9,08	9,78	10,46
		$y_{изм}$, мм	58,66	59,58	60,50	61,40	62,28	63,15
		$z_{изм}$, мм	31,33	31,33	31,33	31,33	31,34	31,34
8	1	$x_{изм}$, мм	-52,68	-53,62	-54,60	-55,65	-56,71	-57,81
		$y_{изм}$, мм	37,84	38,28	38,68	38,99	39,27	39,52
		$z_{изм}$, мм	33,00	33,00	33,01	33,02	33,02	33,03
	2	$x_{изм}$, мм	-43,91	-44,76	-45,65	-46,62	-47,60	-48,61
		$y_{изм}$, мм	46,34	46,96	47,53	48,04	48,53	49,00
		$z_{изм}$, мм	33,00	33,01	33,01	33,02	33,03	33,01
	3	$x_{изм}$, мм	-33,63	-34,36	-35,15	-35,98	-36,85	-37,74
		$y_{изм}$, мм	52,99	53,75	54,47	55,17	55,84	56,50
		$z_{изм}$, мм	32,99	32,99	33,00	33,01	33,02	33,02
	4	$x_{изм}$, мм	-4,60	-4,30	-3,97	-3,57	-3,08	-2,56
		$y_{изм}$, мм	59,92	60,92	61,93	62,92	63,92	64,91
		$z_{изм}$, мм	32,89	32,89	32,90	32,90	32,90	32,90
	5	$x_{изм}$, мм	7,52	8,02	8,52	9,13	9,82	10,53
		$y_{изм}$, мм	58,64	59,57	60,49	61,38	62,26	63,13
		$z_{изм}$, мм	32,83	32,83	32,83	32,83	32,84	32,84
9	1	$x_{изм}$, мм	-52,68	-53,64	-54,64	-55,66	-56,74	-57,81
		$y_{изм}$, мм	37,82	38,24	38,61	38,96	39,22	39,50
		$z_{изм}$, мм	34,50	34,50	34,51	34,52	34,52	34,53
	2	$x_{изм}$, мм	-43,93	-44,78	-45,68	-46,64	-47,65	-48,64
		$y_{изм}$, мм	46,32	46,92	47,50	48,00	48,48	48,96
		$z_{изм}$, мм	34,50	34,51	34,51	34,52	34,53	34,54
	3	$x_{изм}$, мм	-33,66	-34,38	-35,16	-36,10	-36,88	-37,77
		$y_{изм}$, мм	52,97	53,73	54,45	55,14	55,81	56,48
		$z_{изм}$, мм	34,49	34,49	34,50	34,51	34,52	34,52

Продолжение таблицы Л.1.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
9	4	$x_{изм}$, мм	-4,57	-4,26	-3,93	-3,52	-3,03	-2,51
		$y_{изм}$, мм	59,91	60,92	61,92	62,92	63,91	64,9
		$z_{изм}$, мм	34,39	34,39	34,40	34,40	34,40	34,40
	5	$x_{изм}$, мм	7,55	8,04	8,57	9,18	9,86	10,55
		$y_{изм}$, мм	58,63	59,56	60,47	61,37	62,24	63,12
		$z_{изм}$, мм	34,33	34,33	34,33	34,33	34,33	34,34

Таблица Л.2. Средние значения координат точек на профилях зубьев, приведенные к вертикальной оси системы координат модели

Радиус цилиндрической поверхности, мм	62	63	64	65	66	67
x_M, мм	-3,5287	-3,3059	-3,0415	-2,6603	-2,2862	-1,7602
	-3,4966	-3,2636	-3,0147	-2,6412	-2,2522	-1,7255
	-3,4564	-3,2353	-2,9852	-2,5927	-2,2084	-1,6914
	-3,4225	-3,1942	-2,9489	-2,5633	-2,1743	-1,6520
	-3,3956	-3,1637	-2,9135	-2,5234	-2,1380	-1,6133
	-3,3615	-3,1228	-2,8725	-2,4939	-2,1121	-1,5669
	-3,3199	-3,0848	-2,8406	-2,4511	-2,0670	-1,5371
	-3,2822	-3,0547	-2,8101	-2,4107	-2,0306	-1,4896
	-3,2574	-3,0235	-2,7668	-2,3563	-1,9816	-1,4586
y_M, мм	61,8961	62,9209	63,9999	64,9559	66,0473	66,8937
	61,8837	62,9214	63,9995	64,9556	66,0465	66,8931
	61,8953	62,9228	63,9983	64,9570	66,0460	66,8928
	61,8955	62,9248	63,997	64,9544	66,0417	66,8926
	61,8926	62,9193	63,9975	64,9529	66,0410	66,8886
	61,8946	62,9212	63,9975	64,9498	66,0434	66,8912
	61,8966	62,9202	63,9962	64,9448	66,0410	66,8903
	61,8924	62,9200	63,9965	64,9498	66,0371	66,8884
	61,8934	62,9195	63,9949	64,9588	66,0359	66,8876
z_M, мм	0,0903	0,0905	0,0909	0,0954	0,0961	0,0988
	1,5813	1,5815	1,5818	1,5863	1,5870	1,5897
	3,0721	3,0723	3,0727	3,0772	3,0779	3,0806
	4,5630	4,5632	4,5636	4,5661	4,5688	4,5715
	6,0539	6,0541	6,0545	6,0570	6,0597	6,0624
	7,5448	7,5450	7,5454	7,5479	7,5505	7,5533
	9,0357	9,0339	9,0363	9,0388	9,0415	9,0442
	10,5266	10,5248	10,5271	10,5297	10,5324	10,5271
	12,0174	12,0157	12,0181	12,0206	12,0213	12,0240

Таблица Л.3. Параметры контактирования зубьев для определения теоретических значений координат

Параметр контактирования	Радиус цилиндрической поверхности, мм					
	62	63	64	65	66	67
x_1, мм	-5,780	-2,965	-2,747*10^{-4}	2,626	5,625	7,950
	-5,814	-2,963	-1,374*10^{-3}	2,625	5,623	7,949
	-5,783	-2,960	-4,671*10^{-3}	2,629	5,621	7,948
	-5,782	-2,954	-8,242*10^{-3}	2,622	5,610	7,947
	-5,790	-2,969	-6,869*10^{-3}	2,618	5,608	7,936
	-5,785	-2,964	-6,869*10^{-3}	2,610	5,614	7,944
	-5,779	-2,967	-0,010	2,596	5,608	7,941
	-5,791	-2,967	-9,616*10^{-3}	2,610	5,597	7,936
	-5,788	-2,969	-0,014	2,634	5,594	7,934
ϕ_1, рад	0,17732	0,08622	-7,12929*10^{-3}	-0,08736	-0,17587	-0,24213
	0,17751	0,08534	-7,84672*10^{-3}	-0,08803	-0,17643	-0,24268
	0,17554	0,08439	-8,49516*10^{-3}	-0,08883	-0,17702	-0,24324
	0,17459	0,08338	-9,13426*10^{-3}	-0,0893	-0,17731	-0,24381
	0,17393	0,08304	-9,92539*10^{-3}	-0,08987	-0,17788	-0,24409
	0,17283	0,08204	-0,01067	-0,09030	-0,17870	-0,24488
	0,17173	0,08131	-0,01131	-0,09058	-0,17914	-0,24540
	0,17119	0,0805	-0,01208	-0,09168	-0,17946	-0,24583
	0,17019	0,07972	0,07972	0,07972	0,07972	0,07972
ϕ_2, рад	3,04658	3,09566	3,14755	3,19364	3,24635	3,28728
	3,04674	3,09636	3,14815	3,19421	3,24687	3,28778
	3,04805	3,09711	3,14872	3,19487	3,24739	3,28830
	3,04880	3,09788	3,14928	3,19532	3,24774	3,28882
	3,04941	3,09830	3,14992	3,19584	3,24825	3,28915
	3,05025	3,09906	3,15055	3,19627	3,24892	3,28981
	3,05109	3,09969	3,15110	3,19661	3,24935	3,29029
	3,05164	3,10035	3,15174	3,19744	3,24971	3,29072
	3,05243	3,10100	3,15228	3,19845	3,25020	3,29121
ϕ201, рад	0,10094	0,05186	-3,3*10^{-5}	-0,04613	-0,09884	-0,13977
	0,10077	0,05115	-6,38*10^{-4}	-0,04670	-0,09935	-0,14027
	0,09947	0,05041	-1,204*10^{-3}	-0,04735	-0,09988	-0,14078
	0,09871	0,04963	-1,764*10^{-3}	-0,04781	-0,10022	-0,14130
	0,09810	0,04922	-2,41*10^{-3}	-0,04832	-0,10074	-0,14164
	0,09726	0,04845	-3,031*10^{-3}	-0,04876	-0,10140	-0,14229
	0,09642	0,04783	-3,59*10^{-3}	-0,04910	-0,10184	-0,14278
	0,09587	0,04716	-4,224*10^{-3}	-0,04992	-0,1022	-0,14321
	0,09509	0,04651	-4,766*10^-3	-0,05094	-0,10269	-0,14370

Таблица Л.4. Теоретические значения координат точек на боковой поверхности зуба с комплексной пространственной модификацией, приведенные к одному зубу

Координата	Радиус цилиндрической поверхности, мм					
	62	63	64	65	66	67
1	2	3	4	5	6	7
x_{101}, мм	0,4859	0,3005	-2,3867*10^{-3}	-0,3716	-0,9200	-1,4463
	0,4407	0,2575	-0,0422	-0,4096	-0,9561	-1,4816
	0,3925	0,2145	-0,0817	-0,4482	-0,9923	-1,5170
	0,3459	0,1714	-0,1211	-0,4851	-1,0264	-1,5525

Продолжение таблицы Л.4.

1	2	3	4	5	6	7
x_{101}, мм	0,2997	0,1299	-0,1611	-0,5224	-1,0625	-1,5854
	0,2531	0,0869	-0,2008	-0,5591	-1,1002	-1,6228
	0,2066	0,0447	-0,2402	-0,5948	-1,1353	-1,6577
	0,1609	$2{,}2935*10^{-3}$	-0,2799	-0,6348	-1,1696	-1,6918
	0,1147	-0,0399	-0,3190	-0,6765	-1,2052	-1,7269
y_{101}, мм	62,1635	62,9900	63,9999	65,0079	66,2800	67,3490
	62,1547	62,9906	63,9995	65,0073	66,2785	67,3474
	62,1636	62,9920	63,9982	65,0086	66,2774	67,3462
	62,164	62,9939	63,9969	65,0055	66,2716	67,3452
	62,1621	62,9892	63,9973	65,0035	66,2701	67,3391
	62,1638	62,9909	63,9972	64,9998	66,2725	67,3417
	62,1655	62,9901	63,9958	64,9939	66,2689	67,3396
	62,1625	62,9899	63,9959	64,9991	66,2635	67,3363
	62,1633	62,9895	63,9941	65,0087	66,2614	67,3343
$z_{101}0$, мм	0,0903	0,0905	0,0909	0,0954	0,0961	0,0988
	1,5813	1,5815	1,5818	1,5863	1,5870	1,5897
	3,0721	3,0723	3,0727	3,0772	3,0779	3,0806
	4,563	4,5632	4,5636	4,5661	4,5688	4,5715
	6,0539	6,0541	6,0545	6,0570	6,0597	6,0624
	7,5448	7,5450	7,5454	7,5479	7,5505	7,5533
	9,0357	9,0339	9,0363	9,0388	9,0415	9,0442
	10,5266	10,5248	10,5271	10,5297	10,5324	10,5271
	12,0174	12,0157	12,0181	12,0206	12,0213	12,0240

Таблица Л.5. Теоретические значения координат точек на боковой поверхности зуба с комплексной пространственной модификацией, приведенные к вертикальной оси зуба

Координата	Радиус цилиндрической поверхности, мм					
	62	63	64	65	66	67
1	2	3	4	5	6	7
x_{101_vo}, мм	3,5355	3,3909	3,1379	2,8186	2,3333	1,8601
	3,4899	3,348	3,0982	2,7807	2,2972	1,8248
	3,4422	3,3051	3,0586	2,7421	2,2609	1,7893
	3,3957	3,2621	3,0192	2,7052	2,2266	1,7538
	3,3495	3,2205	2,9793	2,6678	2,1905	1,7207
	3,3030	3,1776	2,9396	2,6310	2,1529	1,6835
	3,2567	3,1354	2,9002	2,5950	2,1177	1,6485
	3,2108	3,0931	2,8605	2,5553	2,0832	1,6143
	3,1648	3,0509	2,8214	2,5141	2,0476	1,5791
y_{101_vo}, мм	61,9152	62,7477	63,7688	64,7913	66,0857	67,1766
	61,9086	62,7505	63,7704	64,7926	66,0860	67,1768
	61,9198	62,754	63,7711	64,7958	66,0866	67,1773
	61,9225	62,7579	63,7717	64,7945	66,0825	67,1780
	61,9229	62,7553	63,7740	64,7943	66,0828	67,1736
	61,9269	62,7591	63,7759	64,7924	66,0870	67,1779
	61,9308	62,7604	63,7764	64,7883	66,0852	67,1776
	61,9301	62,7623	63,7784	64,7954	66,0815	67,1760
	61,9332	62,7639	63,7786	64,8070	66,0811	67,1757

Продолжение таблицы Л.5.

1	2	3	4	5	6	7
z_{101_vo}, мм	0,0903	0,0905	0,0909	0,0954	0,0961	0,0988
	1,5813	1,5815	1,5818	1,5863	1,5870	1,5897
	3,0721	3,0723	3,0727	3,0772	3,0779	3,0806
	4,5630	4,5632	4,5636	4,5661	4,5688	4,5715
	6,0539	6,0541	6,0545	6,0570	6,0597	6,0624
	7,5448	7,5450	7,5454	7,5479	7,5505	7,5533
	9,0357	9,0339	9,0363	9,0388	9,0415	9,0442
	10,5266	10,5248	10,5271	10,5297	10,5324	10,5271
	12,0174	12,0157	12,0181	12,0206	12,0213	12,0240

Таблица Л.6. Сравнение теоретических значений координат точек на боковой поверхности зуба с комплексной пространственной модификацией с экспериментальными значениями

Погрешность	Радиус цилиндрической поверхности, мм					
	62	63	64	65	66	67
δX, мм	$6{,}8168*10^{-3}$	0,0850	0,0964	0,1583	0,0471	0,0999
	$-6{,}6752*10^{-3}$	0,0844	0,0835	0,1395	0,0450	0,0993
	-0,0142	0,0698	0,0734	0,1494	0,0525	0,0979
	-0,0268	0,0679	0,0703	0,1419	0,0523	0,1018
	-0,0461	0,0568	0,0658	0,1444	0,0525	0,1074
	-0,0585	0,0548	0,0671	0,1371	0,0408	0,1166
	-0,0632	0,0506	0,0596	0,1439	0,0507	0,1114
	-0,0714	0,0384	0,0504	0,1446	0,0526	0,1247
	-0,0926	0,0274	0,0546	0,1578	0,0660	0,1205
δY, мм	0,0191	-0,1732	-0,2311	-0,1646	0,0384	0,2829
	0,0249	-0,1709	-0,2291	-0,1630	0,0395	0,2837
	0,0245	-0,1688	-0,2272	-0,1612	0,0406	0,2845
	0,0270	-0,1669	-0,2253	-0,1599	0,0408	0,2854
	0,0303	-0,1640	-0,2235	-0,1586	0,0418	0,2850
	0,0323	-0,1621	-0,2216	-0,1574	0,0436	0,2867
	0,0342	-0,1598	-0,2198	-0,1565	0,0442	0,2873
	0,0377	-0,1577	-0,2181	-0,1544	0,0444	0,2876
	0,0398	-0,1556	-0,2163	-0,1518	0,0452	0,2881
ΔX, %	0,19	2,51	3,07	5,62	2,02	5,37
	-0,19	2,52	2,69	5,02	1,96	5,44
	-0,41	2,11	2,4	5,45	2,32	5,47
	-0,79	2,08	2,33	5,24	2,35	5,81
	-1,38	1,76	2,21	5,41	2,4	6,24
	-1,77	1,73	2,28	5,21	1,9	6,93
	-1,94	1,61	2,06	5,55	2,39	6,76
	-2,22	1,24	1,76	5,66	2,53	7,72
	-2,93	0,9	1,94	6,28	3,22	7,63
ΔY, %	0,03	-0,28	-0,36	-0,25	0,06	0,42
	0,04	-0,27	-0,36	-0,25	0,06	0,42
	0,04	-0,27	-0,36	-0,25	0,06	0,42
	0,04	-0,27	-0,35	-0,25	0,06	0,42
	0,05	-0,26	-0,35	-0,24	0,06	0,42
	0,05	-0,26	-0,35	-0,24	0,07	0,43
	0,06	-0,25	-0,34	-0,24	0,07	0,43
	0,06	-0,25	-0,34	-0,24	0,07	0,43
	0,06	-0,25	-0,34	-0,23	0,07	0,43

Приложение М. Документы, подтверждающие эффективность внедрения результатов работы

Общество с ограниченной ответственностью

«ГОРЛОВСКИЙ ЭНЕРГОМЕХАНИЧЕСКИЙ ЗАВОД»

Р/с 260020013514766 в ПАО «ОТП Банк»
г. Горловка МФО 300528
код ОКПО 34516321
ИНН 345163205716, св-во №100078081

Account № 26002013514766 at SIB «OTP Bank»
Gorlovka citi, bank code 300528
Company code 34516321

Исх. № 682
Дата 08.06.2018

Диссертационный совет Д 01.014.02
при ГОУВПО
"Донецкий национальный
технический университет"

СПРАВКА

о внедрении результатов исследований диссертационной работы Грубки Романа Михайловича на тему «Технологические основы повышения точности цилиндрических зубчатых колес путем ориентированной многокоординатной пространственной модификации зубьев», представленной на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 05.02.08 – Технология машиностроения

ООО «Горловский энергомеханический завод» совместно с кафедрой «Технология машиностроения» ГОУВПО «Донецкий национальный технический университет» выполняют научно-исследовательские работы по повышению качества и эффективности обработки изделий машиностроения. Одним из направлений этой работы является разработка конструкторских и технологических мероприятий по повышению точности изготовления цилиндрических зубчатых передач с пространственно-модифицированными зубьями, по повышению надежности и долговечности цилиндрических зубчатых передач.

Разработанная методика «Синтез зубчатых колес с пространственной геометрией боковой поверхности, работающих при наличии погрешностей и деформаций элементов передач» и рекомендации по проектированию цилиндрических зубчатых колес с пространственными геометриями боковой поверхности зубьев, представленные в диссертационной работе Грубки Романа Михайловича, используются на ООО «Горловский энергомеханический завод». Внедрение данной методики позволяет повысить надежность и долговечность цилиндрических зубчатых передач за счет реализации пространственного зубчатого соединения, способного в полной мере компенсировать неблагоприятное воздействие погрешностей изготовления, погрешностей монтажа и перемещений, вызванных деформациями элементов зубчатых передач.

Ожидаемый экономический эффект от использования представленной методики составит 306000,00 рублей РФ (триста шесть тысяч рублей РФ 00 коп.).

Директор А.А. Байчоров

84617, Донецкая область
г.Горловка, ул. Нестерова, 127
тел/факс: (0624) 52-21-68,
моб.тел. 8-050-426 44 74

84617, Donetska obl.
Gorlovka, Nesterova st. 127
tel/fax: (0624) 52-21-68,
mob.tel.: 8-050-426 44 74

E-mail: gemz@ukr.net

Соответствует оригиналу
Ученый секретарь
диссертационного совета
Д 01.014.02
С.П. Ерошкэ

ОБЩЕСТВО С ОГРАНИЧЕННОЙ ОТВЕТСТВЕННОСТЬЮ
«ДОНВЕНТИЛЯТОР»
ИНН 6154104280 КПП 616501001
ОГРН 1066154100297
р/сч 40702810900400002459
в ОАО КБ «Центр-Инвест» г.Ростов-на-Дону
БИК 046015762 к/сч 30101810100000000762
344064,г.Ростов-на-Дону, ул.Волоколамская,10
тел.(863) 206-19-69, 296-95-57

исх. № 158
от 30.08.2018г.

Диссертационный совет Д 01.014.02
при ГОУВПО "Донецкий национальный
технический университет"

СПРАВКА

о внедрении результатов исследований диссертационной работы Грубки Романа Михайловича на тему «Технологические основы повышения точности цилиндрических зубчатых колес путем ориентированной многокоординатной пространственной модификации зубьев», представленной на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 05.02.08 – Технология машиностроения

ООО «Донвентилятор» совместно с кафедрой «Технология машиностроения» ГОУВПО «Донецкий национальный технический университет» выполняют научно-исследовательские работы по повышению качества и эффективности обработки изделий машиностроения. Одним из направлений этой работы является разработка конструкторских и технологических мероприятий по повышению точности изготовления цилиндрических зубчатых передач с пространственно-модифицированными зубьями, по повышению надежности и долговечности цилиндрических зубчатых передач.

Разработанная методика «Синтез зубчатых колес с пространственной геометрией боковой поверхности, работающих при наличии погрешностей и деформаций элементов передач» и рекомендации по проектированию цилиндрических зубчатых колес с пространственными геометриями боковой поверхности зубьев, представленные в диссертационной работе Грубки Романа Михайловича, используются на ООО ««Донвентилятор». Внедрение данной методики позволяет повысить надежность и долговечность цилиндрических зубчатых передач за счет реализации пространственного зубчатого соединения, способного в полной мере компенсировать неблагоприятное воздействие погрешностей изготовления, погрешностей монтажа и перемещений, вызванных деформациями элементов зубчатых передач.

Ожидаемый экономический эффект от использования представленной методики составит 421000,00 рублей РФ (четыреста двадцать одну тысячу рублей РФ 00 коп.).

Директор
ООО «Донвентилятор» О.А.Ярославцева

Соответствует оригиналу
Ученый секретарь
диссертационного совета Д 01.014.02
С.П. Ерёнько

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Ухтинский государственный технический университет» (ФГБОУ ВО «УГТУ»)

филиал Ухтинского государственного технического университета г. Усинске (УФ УГТУ)

Нефтяников ул., д. 33, Усинск,
Республика Коми, 169710
Телефон: (82144) 29-1-74
Факс: (82144) 29-6-26
E-mail: mail@ufugtu.ru
http:// www.ufugtu.ru/

23.11.18 № 38/01-1217

Диссертационный совет Д 01.014.02
при ГОУВПО «Донецкий национальный технический университет»

СПРАВКА

о внедрении результатов исследований диссертационной работы Грубки Романа Михайловича на тему «Технологические основы повышения точности цилиндрических зубчатых колес путем ориентированной многокоординатной пространственной модификации зубьев», представленной на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 05.02.08 – Технология машиностроения

Усинский филиал Ухтинского государственного технического университета совместно кафедрой «Технология машиностроения» Донецкого национального технического университета выполняют научно-исследовательские работы по повышению качества и эффективности обработки изделий машиностроения. Одним из направлений этой работы является разработка конструкторских и технологических мероприятий по повышению точности изготовления цилиндрических зубчатых передач с пространственно-модифицированными зубьями, по повышению надежности и долговечности цилиндрических зубчатых передач.

Методика «Определение исходных данных для выполнения конструкторско-технологической подготовки производства цилиндрических колес с пространственно-модифицированными зубчатыми венцами» и рекомендации по определению данных, необходимых для выполнения комплекта рабочей документации и расчета технологических параметров процесса формообразования зубчатых венцов с пространственно-модифицированными зубьями, представленные в диссертационной работе Грубки Романа Михайловича используются в дополнительной профессиональной программе повышения квалификации при изложении курсов «Организация работы службы главного механика» и «Диагностика, техническая экспертиза, ремонт и модернизация насосного и компрессорного оборудования на предприятиях нефтегазового комплекса».

Директор Пичко Н.С

Соответствует оригиналу
Ученый секретарь
диссертационного совета Д 01.014.02
С.П. Ерошко

ГКМП
НАУЧНО-ПРОИЗВОДСТВЕННОЕ ОБЪЕДИНЕНИЕ

121357, г. Москва
ул. Верейская, д.29
стр.154, оф.10/2
Т/ф: +7 4832 58 19 66
e-mail: gkmp@gkmp32.com
www.gkmp32.com

Исх.№902/И от «10» сентября 2019 г.

Диссертационный совет Д 01.014.02 при ГОУВПО "Донецкий национальный технический университет"

СПРАВКА

о внедрении результатов исследований диссертационной работы Грубки Романа Михайловича на тему «Технологические основы повышения точности цилиндрических зубчатых колес путем ориентированной многокоординатной пространственной модификации зубьев», представленной на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 05.02.08 – Технология машиностроения

ООО НПО "ГКМП" совместно с кафедрой «Технология машиностроения» ГОУВПО «Донецкий национальный технический университет» выполняют научно-исследовательские работы по повышению качества и эффективности обработки изделий машиностроения. Одним из направлений этой работы является разработка конструкторских и технологических мероприятий по повышению точности изготовления цилиндрических зубчатых передач с пространственно-модифицированными зубьями, по повышению надежности и долговечности цилиндрических зубчатых передач.

Разработанная методика «Синтез зубчатых колес с пространственной геометрией боковой поверхности, работающих при наличии погрешностей и деформаций элементов передач» и рекомендации по проектированию цилиндрических зубчатых колес с пространственными геометриями боковой поверхности зубьев, представленные в диссертационной работе Грубки Романа Михайловича, используются на ООО НПО "ГКМП". Внедрение данной методики позволяет повысить надежность и долговечность цилиндрических зубчатых передач за счет реализации пространственного зубчатого соединения, способного в полной мере компенсировать неблагоприятное воздействие погрешностей изготовления, погрешностей монтажа и перемещений, вызванных деформациями элементов зубчатых передач.

Ожидаемый экономический эффект от использования представленной методики составит 295 000,00 рублей РФ (двести девяносто пять тысяч рублей РФ 00 коп.).

Генеральный директор Н.В. Инютин

ИНН: 3250517421 КПП: 773101001
Р/С: 40702810708000006655
Отделение №8605 Сбербанка России г.Брянск
К/С: 30101810400000000601 БИК: 041501601

Общество с ограниченной ответственностью
НПО "Группа компаний машиностроения и приборостроения"
Сертификат СМК ГОСТ Р ИСО 9001-2015
Регистрационный № РОСС RU.ФК15.К00223 от 09.07.2018г.

Соответствует оригиналу
Ученый секретарь
диссертационного совета
Д01.014.02
С.П. Еронько

АКЦИОНЕРНОЕ ОБЩЕСТВО
«ФЕОДОСИЙСКИЙ ОПТИЧЕСКИЙ ЗАВОД»
ул. Московская, д. 11, г. Феодосия, 298100
E-mail: optic@rkfoz.ru
ОГРН 1189112030931, ИНН 9108122233
КПП 910801001 ОКПО 31537768
Система менеджмента качества сертифицирована по
ГОСТ ISO 9001-2015 и ГОСТ РВ 0015-002-2012
Сертификат соответствия №ВР 21.1.13276-2018,
действителен до 28.12.2021 г.

Диссертационному совету
Д 01.014.02 при ГОУВПО
«Донецкий национальный
технический университет»

18.09.2019 № 735/30

СПРАВКА

о внедрении результатов исследований диссертационной работы Грубки Романа Михайловича на тему «Технологические основы повышения точности цилиндрических зубчатых колес путем ориентированной многокоординатной пространственной модификации зубьев», представленной на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 05.02.08 – Технология машиностроения

АО «Феодосийский оптический завод» совместно с кафедрой «Технология машиностроения» ГОУВПО «Донецкий национальный технический университет» выполняют научно-исследовательские работы по повышению качества и эффективности обработки изделий машиностроения. Одним из направлений этой работы является разработка конструкторских и технологических мероприятий по повышению точности изготовления цилиндрических зубчатых передач с пространственно-модифицированными зубьями, по повышению надежности и долговечности цилиндрических зубчатых передач.

Разработанная методика «Определение исходных данных для выполнения конструкторско-технологической подготовки производства цилиндрических колес с пространственно-модифицированными зубчатыми венцами» и рекомендации по определению данных, необходимых для выполнения комплекта рабочей документации и расчета технологических параметров процесса формообразования зубчатых венцов с пространственно-модифицированными зубьями, представленные в

Соответствует оригиналу
Ученый секретарь
диссертационного совета Д 01.014.02
С.П. Еронько

диссертационной работе Грубки Романа Михайловича, используются на АО «Феодосийский оптический завод». Внедрение методики позволяет сократить сроки выполнения конструкторско-технологической подготовки производства изделий с пространственно-модифицированными цилиндрическими зубчатыми передачами путем описания боковой поверхности пространственно-модифицированных зубьев семейством сплайнов Безье, что позволит автоматизировать расчеты конструктивных параметров изделий и технологических параметров процессов их производства.

Ожидаемый экономический эффект от использования представленной методики составит **121000,00 рублей РФ (сто двадцать одна тысяча рублей)**.

Генеральный директор В.Ю. Буряк

О.Н.Кослулова

Соответствует оригиналу
Ученый секретарь
диссертационного совета Д 01.014.02
С.П. Ержиков

ОБЩЕСТВО С ОГРАНИЧЕННОЙ ОТВЕТСТВЕННОСТЬЮ
«ОЗЕРЯНОВСКИЙ МАШИНОСТРОИТЕЛЬНЫЙ ЗАВОД
«ТЕХНОЛОГИЯ»
ДНР 84601, город Горловка, Центрально-Городской район, улица Озеряновская, дом 12, Идентификационный код 39134903
т/с 40702810723410000024 (российский рубль) в Центральном Республиканском Банке Донецкой Народной Республики, БИК Банка: 310101001
e-mail: omz.tehnologiya@mail.ru

Диссертационный совет Д 01.014.02 при ГОУВПО "ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ"

СПРАВКА

о внедрении результатов исследований диссертационной работы Грубки Романа Михайловича на тему «Технологические основы повышения точности цилиндрических зубчатых колес путем ориентированной многокоординатной пространственной модификации зубьев», представленной на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 05.02.08 – Технология машиностроения

ООО «Озеряновский машиностроительный завод «Технология» совместно с кафедрой «Технология машиностроения» ГОУВПО «ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ» выполняют научно-исследовательские работы по повышению качества и эффективности обработки изделий машиностроения. Одним из направлений этой работы является разработка конструкторских и технологических мероприятий по повышению точности изготовления цилиндрических зубчатых передач с пространственно-модифицированными зубьями, по повышению надежности и долговечности цилиндрических зубчатых передач.

Разработанная методика «Определение параметров для настройки зубофрезерного станка при фрезерования зубьев цилиндрических колес с пространственной геометрией» и рекомендации по проектированию технологических операций нарезания зубчатых венцов с пространственной геометрией боковой поверхности зубьев, представленные в диссертационной работе Грубки Романа Михайловича, используются на ООО «Озеряновский машиностроительный завод «Технология».

Ожидаемый экономический эффект от использования представленной методики составит 155000,00 рублей РФ (сто пятьдесят пять тысяч рублей РФ 00 коп.).

Генеральный директор
ООО «ОМЗ «Технология» Федосеев С.А.

Соответствует оригиналу
Ученый секретарь
диссертационного совета Д 01.014.02
С.П. Ерошко

ДОНЕЦКАЯ НАРОДНАЯ РЕСПУБЛИКА
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
283001, г. Донецк, ул. Артема, 58 тел.: (062) 337-17-33, 335-75-62, факс: (062) 304-12-78
эл. почта: donntu.info@mail.ru

03.10.2019 № 30-12/127а

На №_____

Диссертационный совет Д 01.014.02
при ГОУВПО "ДОННТУ"

СПРАВКА

о внедрении результатов исследований диссертационной работы Грубки Романа Михайловича на тему «Технологические основы повышения точности цилиндрических зубчатых колес путем ориентированной многокоординатной пространственной модификации зубьев», представленной на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 05.02.08 – Технология машиностроения

Кафедрой «Технология машиностроения» ГОСУДАРСТВЕННОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ "ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ" выполняются научно-исследовательские работы по повышению качества и эффективности обработки изделий машиностроения. Одним из направлений этой работы является разработка конструкторских и технологических мероприятий по повышению точности изготовления цилиндрических зубчатых передач с пространственно-модифицированными зубьями, а также по повышению надежности и долговечности цилиндрических зубчатых передач.

Методика «Определение исходных данных для выполнения конструкторско-технологической подготовки производства цилиндрических колес с пространственно-модифицированными зубчатыми венцами» и рекомендации по определению данных, необходимых для выполнения комплекта рабочей документации и расчета технологических параметров процесса формообразования зубчатых венцов с пространственно-модифицированными зубьями, представленные в диссертационной работе Грубки Романа Михайловича, внедрена в учебный процесс кафедры «Технология машиностроения» для дисциплины «Новые тенденции развития машиностроения» магистерской программы «Информационные технологии машиностроения» направления обучения 15.04.05 «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств».

Использование в учебном процессе представленных на кафедре «Технология машиностроения» ГОУВПО "ДОННТУ" методики и рекомендаций позволяет повысить качество подготовки, инженерную компетенцию и навыки магистрантов.

Первый проректор — Каракозов А.А.

Начальник учебного отдела — Гавриленко Б.В.

Заместитель заведующего кафедры «Технология машиностроения» — Байков А.В.

Соответствует оригиналу
Ученый секретарь
диссертационного совета Д 01.014.02
С.П. Ерошко